

EMBASA

Empresa Baiana de Águas e
Saneamento

Raciocínio Lógico e Matemático

SUMÁRIO

RACIOCÍNIO LÓGICO E MATEMÁTICO.....	5
■ RACIOCÍNIO LÓGICO E MATEMÁTICO	5
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES	5
CONJUNTOS	7
PORCENTAGENS	16
SEQUÊNCIAS (COM NÚMEROS, COM FIGURAS, DE PALAVRAS).....	20
■ PROPOSIÇÕES, CONECTIVOS, EQUIVALÊNCIA E IMPLICAÇÃO LÓGICA, ARGUMENTOS VÁLIDOS.....	30

Na palavra MALOTE, foi invertida a ordem das duas primeiras sílabas (LOMA) e invertida a ordem das duas últimas letras (ET). Basta seguir o mesmo raciocínio para a palavra CAMILO, que fica: MICAOL. Resposta: Letra B.

PROPOSIÇÕES, CONECTIVOS, EQUIVALÊNCIA E IMPLICAÇÃO LÓGICA, ARGUMENTOS VÁLIDOS

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO: PROPOSIÇÕES E CONECTIVOS

Valores Lógicos

Na lógica temos apenas dois valores lógicos – **verdadeiro ou falso**. Quando temos uma declaração verdadeira, o seu valor lógico é **Verdade** (V) e quando é falsa, dizemos que seu valor lógico é **Falso** (F).

PROPOSIÇÕES LÓGICAS SIMPLES

Vamos começar nosso estudo falando sobre o que é uma proposição lógica. Observe a frase a seguir:

Ex.: Paula vai à praia.

Para saber se temos ou não uma proposição, precisamos de três requisitos fundamentais:

- **Ser uma oração:** ou seja, são frases com verbos;
- **Oração declarativa:** a frase precisa estar apresentando uma situação, um fato;
- **Pode ser classificada como Verdadeira ou Falsa :** ou seja, podemos atribuir o valor lógico verdadeiro ou o valor lógico falso para a declaração.

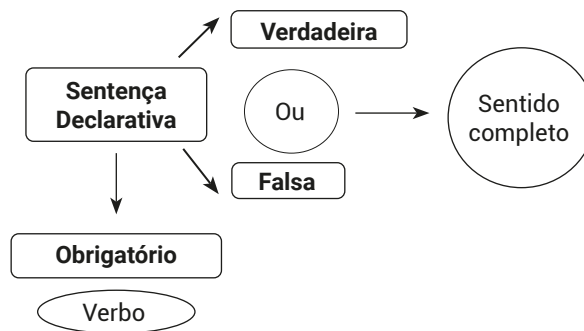
Tendo isso em vista, podemos afirmar claramente que a frase “Paula vai à praia” é uma proposição lógica, pois temos a presença de um verbo (ir), uma informação completa (temos o sujeito claro na oração) e podemos afirmar se é verdade ou falsa.

Importante!

Proposição Lógica é uma **oração declarativa que admite apenas um valor lógico: V ou F.**

Ou então podemos também esquematizar o que é uma proposição lógica assim:

Chama-se proposição toda sentença declarativa que pode ser valorada ou só como verdadeira ou só como falsa. A presença do **verbo** é obrigatória juntamente com o **sentido completo** (caráter informativo).



Toda proposição pode ser representada simbolicamente pelas letras do alfabeto, veja no exemplo:

- **p:** Sabino é um pintor esperto;

- **r:** Kate é uma mulher alta.

Na situação temos duas proposições sendo representadas pelas letras p e r.

Bom! Agora que já sabemos o que são proposições lógicas, fica tranquilo distinguir o que **não são proposições**. Isto é fundamental, pois várias questões de prova perguntam exatamente isso – são apresentadas algumas frases e você precisa identificar qual delas não é uma proposição. Vejamos os casos em que mais aparecem:

- **Perguntas:** são as orações interrogativas.
Exemplo: Que horas vamos ao cinema?
Essa pergunta não pode ser classificada como verdadeira ou falsa;
- **Exclamações:** são frases exclamativas.
Exemplo: Que lindo cabelo!
Essa exclamação não pode ser valorada, pois apresentam percepções subjetivas;
- **Ordens:** são orações com verbo no imperativo.
Exemplo: Pegue o livro e vá estudar.

Uma ordem não pode ser classificada como verdadeira ou falsa. Muito cuidado com esse tipo de oração, pois pode ser facilmente confundida com uma proposição lógica.

Não são proposições – **perguntas, exclamações e ordens**.

Temos um outro caso menos cobrado em provas, mas que também não é proposição lógica, sendo o **paradoxo**. Para ficar mais claro, veja o exemplo a seguir:

Ex.: Esta frase é uma mentira.

Quando atribuímos um valor de verdade para a frase, então na verdade, ele mentiu, uma vez que a própria frase já diz isso, e se atribuirmos o valor falso, então a frase é verdade, pois ela diz ser uma mentira e já sabemos que isso é falso.

Perceba que sempre que valoramos a frase ela nos resulta um valor contrário, ou seja, estamos diante de uma frase que é contraditória em si mesma. Isso é a definição de um paradoxo.

| SENTENÇA ABERTA

Dizemos que uma sentença é aberta quando não conseguimos ter a informação completa que a oração nos mostra. Veja o exemplo a seguir:

Ex.: Ele é o melhor cantor de rock.

Perceba que há presença do verbo e que conseguimos parcialmente entender o que a frase quer dizer. Todavia, logo surge a pergunta: **Ele quem?** Aqui nossa informação não consegue ser completa e por isso temos mais um caso que **não** é proposição lógica. Observe outros exemplos:

$$X + 5 = 10$$

Aquele carro é amarelo.

$$\begin{aligned} 5 + 5 \\ X - Y = 20 \end{aligned}$$

Todos os exemplos acima são sentenças abertas, então podemos resumir da seguinte forma:

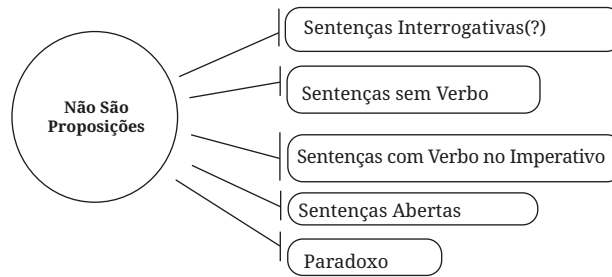
As variáveis: Ele, aquele ou variáveis matemáticas (X ou Y) tornam a sentença aberta.

Sempre será uma proposição lógica na escrita matemática e podemos notar que há verbos nos casos a seguir:

- = (é igual);
- ≠ (é diferente);
- > (é maior);
- < (é menor);

- \geq (é maior ou igual);
- \leq (é menor ou igual).

Esquemmatizando o que não são proposições lógicas:



| PRINCÍPIOS DA LÓGICA PROPOSICIONAL

É fundamental que você conheça três princípios para deixarmos tudo alinhado com as proposições lógicas. Veja:

- **Princípio do terceiro excluído:** uma proposição deve ser Verdadeira ou Falsa, não havendo outra possibilidade. Não é possível que uma proposição seja “quase verdadeira” ou “quase falsa”;
- **Princípio da não-contradição:** dizemos que uma mesma proposição não pode ser, ao mesmo tempo, verdadeira e falsa;
- **Princípio da Identidade:** cada ser é único, ou seja, uma proposição não assume o significado de outra proposição lógica.

| PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Temos proposições compostas quando há duas ou mais proposições simples ligadas por meio dos conectivos lógicos. Veja os exemplos:

- Sabino corre e Marcos compra leite;
- O gato é azul ou o pato é preto;
- Se Carlinhos pegar a bola, então o jogo vai acabar.

Cada conectivo tem sua representação simbólica e sua nomenclatura. Veja a relação de conectivos:

CONECTIVOS	NOMENCLATURA	SIMBOLOGIA
e	Conjunção	\wedge
ou	Disjunção	\vee
ou...ou	Disjunção Exclusiva	\vee
se...então	Condicional	\rightarrow
se e somente se	Bicondicional	\leftrightarrow

Exemplos:

- Na linguagem natural:
 - O macaco bebe leite **e** o gato come banana;
 - Maria é bailarina **ou** Juliano é atleta;
 - **Ou** o elefante corre rápido **ou** a raposa é lenta;
 - **Se** estudar, **então** vai passar;
 - Bino vai ao cinema **se e somente se** ele receber dinheiro.

- Na linguagem simbólica:

- $p \wedge q$;
- $p \vee q$;
- $p \underline{\vee} q$;
- $p \rightarrow q$;
- $p \leftrightarrow q$.

Agora que conhecemos os conectivos lógicos, vamos ver algumas **camuflagens** dos operadores lógicos que podem aparecer na prova. Veja:

- **Conectivos “e” usando “mas”:**
Exemplo: Jurema é atriz, **mas** Pedro é cantor;
- **Conectivo “ou...ou” usando “...ou..., mas não ambos”:**
Exemplo: Baiano é corredor **ou** ele é nadador, **mas não ambos**;
- **Conectivo “Se então” usando “Desde que, Caso, Basta, Quem, Todos, Qualquer, Toda vez que”:**
Exemplos: **Desde que** faça sol, Pedrinho vai à praia;
Caso você estude, irá passar no concurso;
Basta Ana comer massas, e engordará;
Quem joga bola é rápido;
Todos os médicos sabem operar;
Qualquer criança anda de bicicleta;
Toda vez que chove, não vou à praia.

É importante saber que na condicional a primeira proposição é o **termo antecedente** e a segunda é o **termo consequente**.

$$P \rightarrow Q$$

P = antecedente
Q = consequente

| TABELA VERDADE

Trata-se de uma tabela na qual conseguimos apresentar todos os valores lógicos possíveis de uma proposição.

Números de Linhas de Tabela Verdade

Neste momento, vamos aprender a construir tabelas-verdade para proposições compostas.

1º passo: Contar a quantidade de proposições envolvidas no enunciado.

Exemplo: $P \vee Q$ (temos duas proposições).

2º passo: Calcular a quantidade de linhas da tabela usando a fórmula $2^n = 2^{\text{proposições}}$ (onde n é o número de proposições).

Exemplo: $P \vee Q = 2^2 = 4$ linhas.

P	Q	P V Q

3º passo: Dispor os valores “V” e “F” na primeira coluna fazendo o agrupamento pela metade do número de linhas da tabela.

Exemplo: $P \vee Q = 2^2 = 4$ linhas = (agrupamento da primeira coluna de 2 em 2 – V V / F F).

P	Q	P V Q
V		
V		
F		
F		

4º passo: Preencher as demais colunas com agrupamento de valores lógicos (V ou F) sempre pela metade do agrupamento anterior.

Exemplo: primeira coluna de 2 em 2 (a próxima será de 1 em 1).

P	Q	P V Q
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Pronto! A nossa tabela já está montada, agora precisamos aprender qual o resultado que teremos quando combinamos os valores lógicos usando os conectivos lógico.

Número de linhas da tabela verdade:

$2^n = 2^{\text{proposições}}$ (onde **n** é o número de proposições).

Bom! Vamos caminhar mais um pouco e aprender todas as combinações lógicas possíveis para cada conectivo lógico.

Negação ($\sim P$)

Uma proposição, quando negada, recebe valores lógicos opostos ao da proposição original. O símbolo que iremos utilizar é $\neg p$ ou $\sim p$.

P	$\sim P$
V	F
F	V

Dupla Negação $\sim(\sim P)$

A dupla negação nada mais é do que a própria proposição. Isto é, $\sim(\sim P) = P$

P	$\sim P$	$\sim(\sim P)$
V	F	V
F	V	F

Conectivo Conjção "e" (\wedge)

Só teremos uma resposta verdadeira quando todos os valores lógicos envolvidos forem verdadeiros.

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Conectivo Disjunção “ou” (\vee)

Teremos resposta verdadeira quando, pelo menos, um dos valores lógicos envolvidos for verdadeiro.

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectivo Disjunção Exclusiva “ou...ou” ($\underline{\vee}$)

Teremos resposta verdadeira quando os valores lógicos envolvidos forem diferentes.

P	Q	$P \underline{\vee} Q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectivo Bicondicional “se e somente se” (\leftrightarrow)

Teremos resposta verdadeira quando os valores lógicos envolvidos forem iguais.

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Conectivo Condicional “se...,então” (\rightarrow)

Especialmente nesse caso, vamos aprender quando teremos o resultado falso, pois o conectivo condicional só tem uma possibilidade de tal ocorrência Somente teremos resposta **falsa** quando o valor lógico do antecedente for **verdadeiro** e o conseqüente falso.

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Condicional **falsa**: Vai Ficar Falsa

$$V \rightarrow F = F$$

| TAUTOLOGIA

É uma proposição cujo valor lógico é sempre verdadeiro.

Exemplo 1: A proposição $P \vee (\sim P)$ é uma tautologia, pois o seu valor lógico é sempre V, conforme a tabela-verdade.

P	$\sim P$	$P \vee \sim P$
V	F	V
F	V	V

Exemplo 2: A proposição $(P \wedge Q) \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$ é uma tautologia, pois a última coluna da tabela verdade só possui V.

P	Q	$(P \wedge Q)$	$(P \leftrightarrow Q)$	$(P \wedge Q) \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	V	V

I CONTRADIÇÃO

É uma proposição cujo valor lógico é sempre falso.

Exemplo: A proposição $P \wedge (\sim P)$ é uma contradição, pois o seu valor lógico é sempre F, conforme a tabela-verdade.

P	$\sim P$	$P \wedge (\sim P)$
V	F	F
F	V	F

I CONTINGÊNCIA

Sempre que uma proposição composta recebe valores lógicos falsos e verdadeiros, independentemente dos valores lógicos das proposições simples componentes, dizemos que a proposição em questão é uma **contingência**. Ou seja, é quando a tabela-verdade apresenta, ao mesmo tempo, alguns valores verdadeiros e alguns falsos.

Exemplo: A proposição $[P \wedge (\sim Q)] \vee (P \rightarrow \sim Q)$ é uma contingência, conforme a tabela-verdade.

P	Q	$[P \wedge (\sim Q)]$	$(P \rightarrow \sim Q)$	$[P \wedge (\sim Q)] \vee (P \rightarrow \sim Q)$
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

- **Tautologia:** uma proposição que é **sempre** verdadeira;
- **Contradição:** uma proposição que é **sempre** falsa;
- **Contingência:** uma proposição que pode assumir valores lógicos V e F, conforme o caso.

Realize os exercícios comentados a seguir, para fixar o conteúdo visto.

1. (CEBRASPE–CESPE – 2019) Acerca da lógica sentencial, julgue o item que segue.
Se uma proposição na estrutura condicional – isto é, na forma $P \rightarrow Q$, em que P e Q são proposições simples – for falsa, então o precedente será, necessariamente, falso.

() CERTO () ERRADO

Veja que $P \rightarrow Q$ foi considerado falso pelo enunciado da questão. Assim na condicional para ser falso a regra é que o Precedente (antecedente) seja verdadeiro o seguinte (consequente) falso. Lembre-se da dica: Vai Ficar Falso = $V \rightarrow F$. Resposta: Errado.

2. (AOCP – 2019) Considere a proposição: "O contingente de policiais aumenta ou o índice de criminalidade irá aumentar". Nesse caso, a quantidade de linhas da tabela verdade é igual a
- 2.
 - 4.
 - 8.
 - 16.
 - 32.

*O número de linhas da tabela-verdade depende do número de proposições e é calculado pela fórmula: 2^n . Assim,
O contingente de policiais aumenta (1ª proposição)
O índice de criminalidade irá aumentar (2ª proposição)
 $2^2 = 4$ linhas. Resposta: Letra B.*

3. (FUNDATEC – 2019) Trata-se de um exemplo de tautologia a proposição:

- Se dois é par então é verão em Gramado.
- É verão em Gramado ou não é verão em Gramado.
- Maria é alta ou Pedro é alto.
- É verão em Gramado se e somente se Maria é alta.
- Maria não é alta e Pedro não é alto.

*Você precisa guardar essa dica: A proposição que contiver uma afirmação com o conectivo ou mais a negação dessa mesma afirmação (ou vice-versa) será sempre uma tautologia. Então,
É verão em Gramado ou não é verão em Gramado.
A proposição $p \vee (\sim p)$ é uma tautologia, pois o seu valor lógico é sempre "verdadeiro". Resposta: Letra B.*

4. (CEBRASPE–CESPE – 2018) Julgue o seguinte item, relativo à lógica proposicional e à lógica de argumentação.

Se P e Q são proposições simples, então a proposição $[P \rightarrow Q] \wedge P$ é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de $[P \rightarrow Q] \wedge P$ será sempre V.

() CERTO () ERRADO

Basta perceber que o conectivo em questão é o "E" (Conjunção), que só é verdadeiro quando as duas são verdadeiras, sendo assim se P for falso, já irá invalidar o argumento. Resposta: Errado.

5. (VUNESP – 2018) Seja M a afirmação: "Marília gosta de dançar". Seja J a afirmação "Jean gosta de estudar". Considere a composição dessas duas afirmações: "Ou Marília gosta de dançar ou Jean gosta de estudar". A tabela-verdade que representa corretamente os valores lógicos envolvidos nessa situação é:

TABELA - VERDADE		
M	J	Ou M ou J
V	V	1
V	F	2
F	V	3
F	F	4

Os valores 1, 2, 3 e 4 da coluna "Ou M ou J" devem ser preenchidos, correta e respectivamente, por: