

Prezado(a) estudante,

Realizamos uma conferência em nosso material para o ENEM e identificamos que, nas disciplinas de Química, Física e Matemática, havia alguns itens em desconformidade. Dessa forma, foram feitas as correções necessárias no material.

Química

Página 29

ONDE SE LÊ:

- **Passo 1:** calcular o número de mols dos reagentes participantes da reação a partir da massa utilizada de cada um deles. Fórmulas:

$$\begin{aligned}n &= \frac{m_{\text{CH}_4}}{M_{\text{CH}_4}} \\n &= \frac{m}{M} \\n &= \frac{6,2\text{g}}{16,0\text{g/mol}} \\n &= \frac{10,0\text{g}}{32,0\text{g/mol}} \\n &= 0,38 \text{ mols de CH}_4 \\n &= 0,31 \text{ mols de O}_2\end{aligned}$$

LEIA-SE:

- **Passo 1:** calcular o número de mols dos reagentes participantes da reação a partir da massa utilizada de cada um deles. Fórmulas:

$$\begin{aligned}n &= \frac{m_{\text{CH}_4}}{M_{\text{CH}_4}} \\n &= \frac{6,2\text{g}}{16,0 \text{ g/mol}} \\n &= 0,38 \text{ mols de CH}_4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n &= \frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} \\n &= \frac{10,0 \text{ g}}{32,0 \text{ g/mol}} \\n &= 0,31 \text{ mols de O}_2\end{aligned}$$

Página 49

ONDE SE LÊ:

Fatores que Alteram a Velocidade de Reação

Nesta etapa, discutiremos as correlações de variação da velocidade mediante concentração dos reagentes e dos produtos dentro de uma reação química. Nosso ponto de partida será a velocidade média da reação, que pode ser expressa a partir da equação:

$$V_m = \frac{\text{variação de concentração}}{\text{variação de tempo}} = \frac{\Delta [\text{concentração}]}{\Delta t}$$

Podemos expressar a variação da velocidade referente à formação de produtos da seguinte maneira:

$$V_m = \frac{\Delta [\text{produtos}]}{\Delta t}$$

E, ainda, teremos a representação da equação pelo consumo dos reagentes:

$$V_m = \frac{\Delta [\text{reagentes}]}{\Delta t}$$

LEIA-SE:

Fatores que Alteram a Velocidade de Reação

Nesta etapa, discutiremos as correlações de variação da velocidade mediante concentração dos reagentes e dos produtos dentro de uma reação química. Nosso ponto de partida será a velocidade média da reação, que pode ser expressa a partir da equação:

$$V_m = \frac{\text{variação de concentração}}{\text{variação de tempo}} = \frac{\Delta [\text{concentração}]}{\Delta t}$$

Podemos expressar a variação da velocidade referente à formação de produtos da seguinte maneira:

$$V_m = \frac{\Delta [\text{produtos}]}{\Delta t}$$

E, ainda, teremos a representação da equação pelo consumo dos reagentes:

$$V_m = \frac{\Delta [\text{reagentes}]}{\Delta t}$$

Página 49

ONDE SE LÊ:

Efetuada a etapa da reação global, realizamos o cálculo da velocidade de consumo dos reagentes:

Ácido sulfúrico (H_2SO_4):

$$V_{\text{H}_2\text{SO}_4} = - \frac{\Delta [\text{H}_2\text{SO}_4]}{\Delta t} = - \frac{\Delta [7-10]}{2} = - \frac{-3}{2} = 1,5 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{h}}$$

Hidróxido de potássio (KOH):

$$V_{\text{KOH}} = - \frac{\Delta [\text{KOH}]}{\Delta t} = - \frac{\Delta [4-10]}{2} = - \frac{-6}{2} = 3,0 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{h}}$$

A partir dos números expressos na velocidade de decomposição dos reagentes, é possível concluir que serão consumidos 1,5 mol/Lh de ácido sulfúrico, bem como 3,0 mol/Lh de hidróxido de potássio. Agora, podemos avançar para os cálculos referentes aos produtos:

Sulfato de potássio:

$$V_{\text{K}_2\text{SO}_4} = \frac{\Delta [\text{K}_2\text{SO}_4]}{\Delta t} = \frac{\Delta [3-1]}{2} = 1,5 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{h}}$$

Água:

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\Delta [\text{H}_2\text{O}]}{\Delta t} = \frac{\Delta [6-0]}{2} = 3,0 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{h}}$$

LEIA-SE:

Efetuada a etapa da reação global, realizamos o cálculo da velocidade de consumo dos reagentes:

Ácido sulfúrico (H_2SO_4):

$$V_{\text{H}_2\text{SO}_4} = - \frac{\Delta [\text{H}_2\text{SO}_4]}{\Delta t} = - \frac{\Delta [7-10]}{2} = - \frac{-3}{2} = 1,5 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{h}}$$

Hidróxido de potássio (KOH):

$$V_{\text{KOH}} = - \frac{\Delta [\text{KOH}]}{\Delta t} = - \frac{\Delta [4-10]}{2} = - \frac{-6}{2} = 3,0 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{h}}$$

A partir dos números expressos na velocidade de decomposição dos reagentes, é possível concluir que serão consumidos 1,5 mol/Lh de ácido sulfúrico, bem como 3,0 mol/Lh de hidróxido de potássio. Agora, podemos avançar para os cálculos referentes aos produtos:

Sulfato de potássio:

$$V_{\text{K}_2\text{SO}_4} = \frac{\Delta [\text{K}_2\text{SO}_4]}{\Delta t} = \frac{\Delta [3-1]}{2} = 1,5 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{h}}$$

Água:

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\Delta [\text{H}_2\text{O}]}{\Delta t} = \frac{\Delta [6-0]}{2} = 3,0 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{h}}$$

Página 70

ONDE SE LÊ:

- **Velocidade de desintegração (v):** calcula a velocidade de desintegração de um elemento através da relação entre a variação da quantidade de átomos radioativos durante um determinado tempo. A fórmula que representa essa relação é:

$$v = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

LEIA-SE:

- **Velocidade de desintegração (v):** calcula a velocidade de desintegração de um elemento através da relação entre a variação da quantidade de átomos radioativos durante um determinado tempo. A fórmula que representa essa relação é:

$$v = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

Página 71

ONDE SE LÊ:

- **Constante radioativa (k ou C):** relaciona a quantidade de átomos radioativos após tempo de desintegração. A fórmula que representa essa relação é:

$$C = \frac{\Delta n}{n_0} = \frac{v}{n}$$

LEIA-SE:

- **Constante radioativa (k ou C):** relaciona a quantidade de átomos radioativos após tempo de desintegração. A fórmula que representa essa relação é:

$$C = \frac{\Delta n}{n_0} = \frac{v}{n}$$

Física

Página 81

ONDE SE LÊ:

- A **velocidade média** de um objeto é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo gasto no trajeto:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta T}$$

Sendo:

ΔS a variação do espaço percorrido (final subtraindo o inicial);

e ΔT a variação do tempo que se passou (tempo final subtraindo o inicial);

- Unidade **padrão** de velocidade média: m/s;
- Unidade **usual** de velocidade média: km/h.

- **Aceleração:** é a taxa que a velocidade está aumentando ou diminuindo em relação ao tempo. Sua unidade padrão (e que comumente é utilizada nos exercícios) é o m/s². Exemplos:

Um objeto com uma aceleração de 2m/s² aumenta a velocidade de 2m/s em 2m/s a cada segundo (daí o “s²” na unidade de m/s²). Nesse caso, o objeto está “acelerando”.

Do mesmo modo, um objeto com uma aceleração de -35m/s² diminui a velocidade de 35m/s em 35m/s a cada segundo.

A aceleração média de um corpo é dada a partir da segunda relação matemática:

$$a_m = \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Sendo:

- ΔV a variação da velocidade;
- e ΔT a variação do tempo (tempo gasto para esse feito).

LEIA-SE:

- A **velocidade média** de um objeto é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo gasto no trajeto:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta T}$$

Sendo:

ΔS a variação do espaço percorrido (final subtraindo o inicial);

e ΔT a variação do tempo que se passou (tempo final subtraindo o inicial);

- Unidade **padrão** de velocidade média: m/s;
- Unidade **usual** de velocidade média: km/h.

- **Aceleração:** é a taxa que a velocidade está aumentando ou diminuindo em relação ao tempo. Sua unidade padrão (e que comumente é utilizada nos exercícios) é o m/s². Exemplos:

Um objeto com uma aceleração de 2m/s² aumenta a velocidade de 2m/s em 2m/s a cada segundo (daí o “s²” na unidade de m/s²). Nesse caso, o objeto está “acelerando”.

Do mesmo modo, um objeto com uma aceleração de -35m/s² diminui a velocidade de 35m/s em 35m/s a cada segundo.

A aceleração média de um corpo é dada a partir da segunda relação matemática:

$$a_m = \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Sendo:

- ΔV a variação da velocidade;
- e ΔT a variação do tempo (tempo gasto para esse feito).

Página 84

ONDE SE LÊ:

A **altura máxima** que esse objeto pode alcançar é descrita pela seguinte função matemática:

$$H_{\max} = \frac{V_0^2}{2g} \sin^2 \theta$$

Onde:

- $H_{\max}$ é a altura máxima;
- v é a velocidade inicial (em m/s);
- $\sin^2 \theta$ é o seno do ângulo;
- e g é a aceleração da gravidade (9,8 m/s²).

LEIA-SE:

A **altura máxima** que esse objeto pode alcançar é descrita pela seguinte função matemática:

$$H_{\max} = \frac{V_0^2}{2g} \sin^2 \theta$$

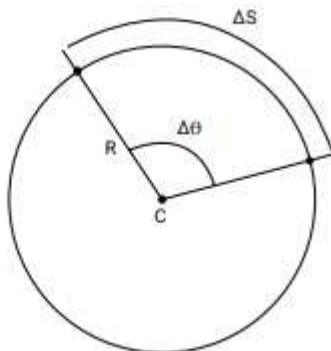
Onde:

- $H_{\max}$ é a altura máxima;
- v é a velocidade inicial (em m/s);
- $\sin^2 \theta$ é o seno do ângulo;
- e g é a aceleração da gravidade (9,8 m/s²).

Página 85

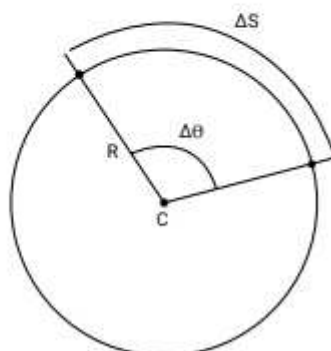
ONDE SE LÊ:

- V = velocidade linear (m/s);
- w = velocidade angular (rad/s);
- ΔS = deslocamento angular (rad);
- T = período (s);
- f = frequência (Hz);
- A_{cp} = aceleração centrípeta (rad/s²);
- R = raio da circunferência (m).



LEIA-SE:

- V = velocidade linear (m/s);
- w = velocidade angular (rad/s);
- ΔS = deslocamento angular (rad);
- T = período (s);
- f = frequência (Hz);
- A_{cp} = aceleração centrípeta (m/s²);
- R = raio da circunferência (m).



Página 96

ONDE SE LÊ:

A equação da potência de uma força é:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Sendo:

P: potência (W).
W: trabalho (J).

LEIA-SE:

A equação da potência de uma força é:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Sendo:

P: potência (W).
W: trabalho (J).

Página 97

ONDE SE LÊ:

Observe a equação dessa representação:

$$\eta = \frac{\text{potência útil}}{\text{potência total}} \cdot 100$$

LEIA-SE:

Observe a equação dessa representação:

$$\eta = \frac{\text{potência útil}}{\text{potência total}} \cdot 100$$

Página 100

ONDE SE LÊ:

A adição algébrica das projeções de todas as forças na direção do eixo X é igual a zero:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0$$

A adição algébrica das projeções de todas as forças na direção do eixo Y é igual a zero:

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0$$

Com:

- $F_{1x} = F_1 \cdot \cos\theta$;
- $F_{1y} = F_1 \cdot \sin\theta$.

LEIA-SE:

A adição algébrica das projeções de todas as forças na direção do eixo X é igual a zero:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0$$

A adição algébrica das projeções de todas as forças na direção do eixo Y é igual a zero:

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0$$

Com:

- $F_{1x} = F_1 \cdot \cos\theta$;
- $F_{1y} = F_1 \cdot \sin\theta$.

Página 101

ONDE SE LÊ:

A densidade ρ se relaciona matematicamente da seguinte maneira:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{ext}}}$$

LEIA-SE:

A densidade ρ se relaciona matematicamente da seguinte maneira:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{ext}}}$$

Página 107

ONDE SE LÊ:

Fluxo de Calor

Como sabemos, o sentido espontâneo que o calor se propaga é sempre de uma região de maior temperatura para outra de menor temperatura. Tendo isso em vista, chamamos de fluxo de calor a quantidade de calor que atravessa uma seção reta do corpo que o conduz, por unidade de tempo. O fluxo de calor pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

LEIA-SE:

Fluxo de Calor

Como sabemos, o sentido espontâneo que o calor se propaga é sempre de uma região de maior temperatura para outra de menor temperatura. Tendo isso em vista, chamamos de fluxo de calor a quantidade de calor que atravessa uma seção reta do corpo que o conduz, por unidade de tempo. O fluxo de calor pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

Página 110

ONDE SE LÊ:

Capacidade Térmica

A capacidade térmica de um corpo pode ser definida como sendo a quantidade de calor necessária para elevar ou diminuir a temperatura de um corpo de 1 °C. Em termos matemáticos, podemos defini-la como:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

LEIA-SE:

Capacidade Térmica

A capacidade térmica de um corpo pode ser definida como sendo a quantidade de calor necessária para elevar ou diminuir a temperatura de um corpo de 1 °C. Em termos matemáticos, podemos defini-la como:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Página 111

ONDE SE LÊ:

Calor Específico

Pode-se definir calor específico como a quantidade de calor que devemos fornecer a uma amostra de uma unidade de massa de um corpo para que ele possa sofrer um aumento de temperatura de uma unidade.

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}$$

LEIA-SE:

Calor Específico

Pode-se definir calor específico como a quantidade de calor que devemos fornecer a uma amostra de uma unidade de massa de um corpo para que ele possa sofrer um aumento de temperatura de uma unidade.

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}$$

Página 113

ONDE SE LÊ:

Sendo R a constante dos gases ideais.
O seu valor depende das unidades das variáveis do gás:

Para $\frac{N}{m^2}$, $V(m^3)$ e $T(K)$, teremos $R = 8,31 \frac{J}{mol \cdot K}$
sendo este no Sistema Internacional (SI).

Para $p(atm)$, $V(L)$ e $T(K)$, teremos $R = 0,082 \frac{atm \cdot L}{mol \cdot K}$.

LEIA-SE:

Sendo R a constante dos gases ideais.
O seu valor depende das unidades das variáveis do gás:

Para $p(\frac{N}{m^2})$, $V(m^3)$ e $T(K)$, teremos $R = 8,31 \frac{J}{mol \cdot K}$
sendo este no Sistema Internacional (SI).

Para $p(atm)$, $V(L)$ e $T(K)$, teremos $R = 0,082 \frac{atm \cdot L}{mol \cdot K}$.

Página 113

ONDE SE LÊ:

| TRANSFORMAÇÃO GERAL DE UM GÁS

Ao considerar uma certa quantidade de um gás ideal contido dentro de um recipiente fechado, cujas variáveis de estado inicialmente são P_0 , V_0 , T_0 , ao sofrer uma transformação, suas variáveis de estado final são dadas por p , V e T .

Pela equação de Clapeyron, podemos escrever os dois estados do gás:

$$\text{Inicial: } p_0 \cdot V_0 = n \cdot R \cdot T_0 \text{ ou } \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = n \cdot R$$

$$\text{Final: } p \cdot V = n \cdot R \cdot T \text{ ou } \frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$$

LEIA-SE:

| TRANSFORMAÇÃO GERAL DE UM GÁS

Ao considerar uma certa quantidade de um gás ideal contido dentro de um recipiente fechado, cujas variáveis de estado inicialmente são P_0 , V_0 , T_0 , ao sofrer uma transformação, suas variáveis de estado final são dadas por p , V e T .

Pela equação de Clapeyron, podemos escrever os dois estados do gás:

$$\text{Inicial: } p_0 \cdot V_0 = n \cdot R \cdot T_0 \text{ ou } \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = n \cdot R$$

$$\text{Final: } p \cdot V = n \cdot R \cdot T \text{ ou } \frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$$

Página 114

ONDE SE LÊ:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T}$$

Essa é a equação geral de um gás. A seguir vamos conhecer os tipos de transformação.

Transformação Isobárica

Durante uma transformação isobárica, a temperatura e o volume de um gás são alterados, porém, a pressão é mantida constante. Essa transformação foi estudada por dois físicos franceses: Jacques Charles e Joseph Louis Gay-Lussac. Os resultados de seus experimentos mostraram que se a pressão permanecer constante, o volume e a temperatura absoluta do gás são grandezas diretamente proporcionais.

Desta forma, podemos escrever:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T}$$

LEIA-SE:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T} = \frac{p \cdot V}{T}$$

Essa é a equação geral de um gás. A seguir vamos conhecer os tipos de transformação.

Transformação Isobárica

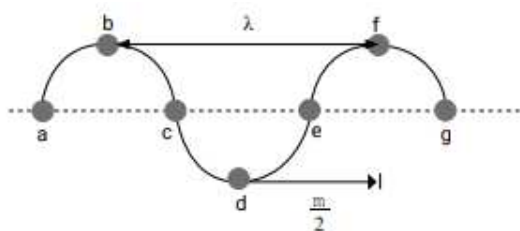
Durante uma transformação isobárica, a temperatura e o volume de um gás são alterados, porém, a pressão é mantida constante. Essa transformação foi estudada por dois físicos franceses: Jacques Charles e Joseph Louis Gay-Lussac. Os resultados de seus experimentos mostraram que se a pressão permanecer constante, o volume e a temperatura absoluta do gás são grandezas diretamente proporcionais.

Desta forma, podemos escrever:

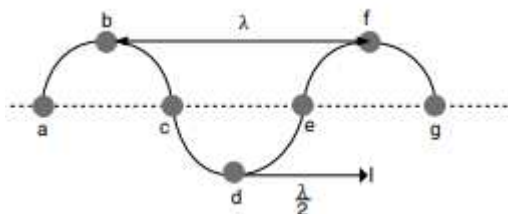
$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T}$$

Página 125

ONDE SE LÊ:

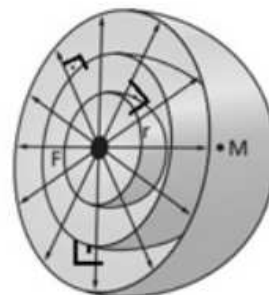


LEIA-SE:



Página 128

ONDE SE LÊ:



$$I = \frac{\text{Potência}}{\text{Área}} = \frac{P}{4 \pi r^2} \text{ (II); unidade [I] = } \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \text{ (S-I)}$$

$$\text{Área da superfície esférica} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

Assim, supondo que a potência da fonte seja constante, a intensidade de uma onda esférica é inversamente proporcional ao quadrado da distância à fonte.

A expressão (II) só afirma o que foi dito anteriormente: à medida que a onda se afasta da fonte, a mesma potência se “espalha” por uma superfície cada vez maior e, portanto, a potência por unidade de área diminui. Percebemos o som cada vez mais “fraco”.

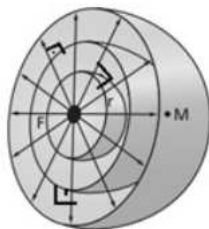
Exemplo:

Uma fonte puntiforme emite ondas com potência $P = 540 \text{ W}$. Calcule a intensidade dessa onda a $3,0 \text{ m}$ da fonte.

Solução:

$$I = \frac{540}{4 \pi (3,0)^2} \cong 4,77 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

LEIA-SE:



$$I = \frac{\text{Potência}}{\text{Área}} = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \text{ (II); unidade [I] = } \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \text{ (S-I)}$$

$$\text{Área da superfície esférica} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

Assim, supondo que a potência da fonte seja constante, a intensidade de uma onda esférica é inversamente proporcional ao quadrado da distância à fonte.

A expressão (II) só afirma o que foi dito anteriormente: à medida que a onda se afasta da fonte, a mesma potência se “espalha” por uma superfície cada vez maior e, portanto, a potência por unidade de área diminui. Percebemos o som cada vez mais “fraco”.

Exemplo:

Uma fonte puntiforme emite ondas com potência $P = 540 \text{ W}$. Calcule a intensidade dessa onda a $3,0 \text{ m}$ da fonte.

Solução:

$$I = \frac{540}{4 \cdot \pi \cdot (3)^2} \cong 4,77 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Página 139

ONDE SE LÊ:

Em que c é um fator comum dos dois lados da igualdade, sendo possível simplificar a equação; assim, temos a Segunda Lei da Refração reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\text{sen}(\alpha)}{v_A} = \frac{\text{sen}(\beta)}{v_B}$$

LEIA-SE:

Em que c é um fator comum dos dois lados da igualdade, sendo possível simplificar a equação; assim, temos a Segunda Lei da Refração reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\text{sen}(\alpha)}{v_A} = \frac{\text{sen}(\beta)}{v_B}$$

Página 143

ONDE SE LÊ:

$$d = e \cdot \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)}{\cos(\beta)}$$

Onde:

- d é o desvio e a espessura da lâmina;
- α é o ângulo de incidência;
- β é o ângulo refratado.

LEIA-SE:

$$d = e \cdot \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)}{\cos(\beta)}$$

Onde:

- d é o desvio e a espessura da lâmina;
- α é o ângulo de incidência;
- β é o ângulo refratado.

Página 147

ONDE SE LÊ:

Intensidade de Corrente Elétrica(i)

Se um dia você precisar explicar o que é corrente elétrica para alguém em poucas palavras, será muito fácil: apenas diga que é o efeito fisiológico da passagem da corrente elétrica, o **choque**. Todo mundo alguma vez já tomou um choque (com certeza uma lembrança ruim). Esse choque ocorre graças à corrente elétrica passando pelo nosso corpo.

Correntes elétricas ocorrem em qualquer lugar em que exista um meio condutor para que elas se estabeleçam. Matematicamente, são definidas como a **taxa temporal de movimento de carga elétrica, durante um intervalo de tempo**.

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Onde:

- i : intensidade de corrente elétrica. Unidade no SI é (A) = ($\frac{C}{s}$);
- ΔQ : quantidade de carga. Unidade no SI é (C);
- Δt : intervalo de tempo. Unidade no SI é (s).

Cálculo de Carga a Partir de um Gráfico

Usamos muitos dispositivos elétricos na nossa vida, porém, nem todos funcionam com o mesmo tipo de corrente elétrica. Uma pilha de um controle remoto funciona com corrente elétrica contínua, ou seja, que só tem um sentido. Já uma tomada elétrica funciona com corrente alternada, ou seja, com sentidos diferentes a cada instante.

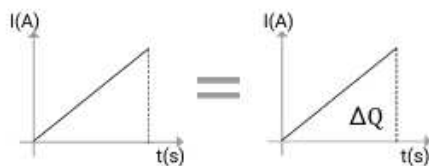
Você, ao se deparar com isso, fica sem recursos para calcular a quantidade de carga (ΔQ) que passa em um fio condutor, pois só aprendemos:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Essa equação só funciona para correntes elétricas constantes. E agora?

Então, precisamos de um novo recurso para calcular essas correntes elétricas variáveis.

Esse recurso é uma **análise do gráfico de corrente elétrica por tempo**. A área abaixo da curva corresponde à quantidade de carga que passa no corpo.



Se liga!

Nem sempre podemos usar $i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, pois essa equação só funciona para cálculo de correntes constantes ou se a prova pedir a corrente média. Caso seja uma corrente variável, temos que fazer a análise gráfica.

LEIA-SE:

Intensidade de Corrente Elétrica(i)

Se um dia você precisar explicar o que é corrente elétrica para alguém em poucas palavras, será muito fácil: apenas diga que é o efeito fisiológico da passagem da corrente elétrica, o **choque**. Todo mundo alguma vez já tomou um choque (com certeza uma lembrança ruim). Esse choque ocorre graças à corrente elétrica passando pelo nosso corpo.

Correntes elétricas ocorrem em qualquer lugar em que exista um meio condutor para que elas se estabeleçam. Matematicamente, são definidas como a **taxa temporal de movimento de carga elétrica, durante um intervalo de tempo**.

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Onde:

- I: intensidade de corrente elétrica. Unidade no SI é (A) = ($\frac{C}{s}$);
- ΔQ : quantidade de carga. Unidade no SI é (C);
- Δt : intervalo de tempo. Unidade no SI é (s).

Cálculo de Carga a Partir de um Gráfico

Usamos muitos dispositivos elétricos na nossa vida, porém, nem todos funcionam com o mesmo tipo de corrente elétrica. Uma pilha de um controle remoto funciona com corrente elétrica contínua, ou seja, que só tem um sentido. Já uma tomada elétrica funciona com corrente alternada, ou seja, com sentidos diferentes a cada instante.

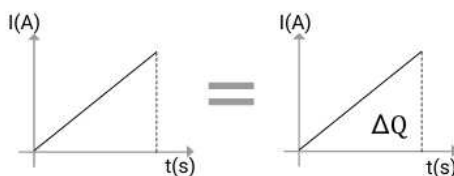
Você, ao se deparar com isso, fica sem recursos para calcular a quantidade de carga (ΔQ) que passa em um fio condutor, pois só aprendemos:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Essa equação só funciona para correntes elétricas constantes. E agora?

Então, precisamos de um novo recurso para calcular essas correntes elétricas variáveis.

Esse recurso é uma **análise do gráfico de corrente elétrica por tempo**. A área abaixo da curva corresponde à quantidade de carga que passa no corpo.



Se liga!

Nem sempre podemos usar $i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, pois essa equação só funciona para cálculo de correntes constantes ou se a prova pedir a corrente média. Caso seja uma corrente variável, temos que fazer a análise gráfica.

Página 151

ONDE SE LÊ:

Fluxo Elétrico(φ)

LEIA-SE:

Fluxo Elétrico(Φ)

Página 153

ONDE SE LÊ:

APLICANDO A LEI DE GAUSS

$$\Phi_{\text{total}} = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon}$$

Fluxo total é dado por:

$$\Phi_{\text{total}} = E \cdot \Delta A$$

Substituindo:

$$E \cdot \Delta A = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon}$$

Mas a superfície da gaussiana é uma esfera de raio **d**, então

$$E \cdot 4\pi \cdot d^2 = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon}$$

Isolando:

$$E = \frac{q_{\text{interna}}}{4\pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$E = \frac{q_{\text{interna}}}{4\pi \cdot d^2 \cdot \epsilon}$$

Mas:

$$k = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \text{ e } q_{\text{interna}} = Q$$

Finalmente:

$$E = \frac{k \cdot Q}{d^2}$$

LEIA-SE:

APLICANDO A LEI DE GAUSS

$$\Phi_{\text{total}} = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon}$$

Fluxo total é dado por:

$$\Phi_{\text{total}} = E \cdot \Delta A$$

Substituindo:

$$E \cdot \Delta A = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon}$$

Mas a superfície da gaussiana é uma esfera de raio **d**, então

$$E \cdot 4\pi \cdot d^2 = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon}$$

Isolando:

$$E = \frac{q_{\text{interna}}}{4\pi \cdot \epsilon \cdot d^2}$$

$$E = \frac{q_{\text{interna}}}{4\pi \cdot d^2 \cdot \epsilon}$$

Mas:

$$k = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \text{ e } q_{\text{interna}} = Q$$

Finalmente:

$$E = \frac{k \cdot Q}{d^2}$$

Página 154

ONDE SE LÊ:

C2
H8

DIFERENÇA DE POTENCIAL ELÉTRICO

O conceito de potencial é abstrato, mas podemos pensar nele como um “desnível” elétrico: quanto maior o “desnível”, maior é a energia que podemos converter.

A diferença de potencial elétrico (ΔV) entre dois pontos é a razão entre o trabalho (W) necessário para mover uma carga (q) entre duas superfícies equipotenciais.

$$|\Delta V| = \frac{W}{q}$$

LEIA-SE:

C2
H8

DIFERENÇA DE POTENCIAL ELÉTRICO

O conceito de potencial é abstrato, mas podemos pensar nele como um “desnível” elétrico: quanto maior o “desnível”, maior é a energia que podemos converter.

A diferença de potencial elétrico (ΔV) entre dois pontos é a razão entre o trabalho (W) necessário para mover uma carga (q) entre duas superfícies equipotenciais.

$$|\Delta V| = \frac{W}{q}$$

Página 157

ONDE SE LÊ:

Perceba que, entre A e y, os resistores estão ligados no mesmo par de ponto (ou letras), só havendo “um em cima” e “um embaixo”, portanto vamos calcular a resistência equivalente de 3Ω e 6Ω , em paralelo.

C2
H5

$$R_{\text{equivalente}} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \Omega$$

LEIA-SE:

Perceba que, entre A e y, os resistores estão ligados no mesmo par de ponto (ou letras), só havendo “um em cima” e “um embaixo”, portanto vamos calcular a resistência equivalente de 3Ω e 6Ω , em paralelo.

C2
H5

$$R_{\text{equivalente}} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \Omega$$

Página 157

ONDE SE LÊ:

POTÊNCIA ELÉTRICA C2 - H23

O conceito físico de potência é a rapidez para uma forma de energia se transformar em outra forma de energia. Um bom exemplo é um resistor dentro de um chuveiro elétrico, o qual converte energia elétrica em energia térmica:

$$p = \frac{\text{Energia}}{\text{tempo}}$$

Sendo:

Energia, unidade no SI(J) = (joules).

Tempo, unidade no SI(s) = (segundos).

Potência, unidade no SI(W) = (watts) = $\frac{J}{s} = \frac{\text{Joules}}{\text{Segundo}}$

LEIA-SE:

POTÊNCIA ELÉTRICA C2 - H23

O conceito físico de potência é a rapidez para uma forma de energia se transformar em outra forma de energia. Um bom exemplo é um resistor dentro de um chuveiro elétrico, o qual converte energia elétrica em energia térmica:

$$p = \frac{\text{Energia}}{\text{tempo}}$$

Sendo:

Energia, unidade no SI(J) = (joules).

Tempo, unidade no SI(s) = (segundos).

Potência, unidade no SI(W) = (watts) = $\left(\frac{J}{s}\right) = \left(\frac{\text{Joules}}{\text{segundo}}\right)$

Página 158

ONDE SE LÊ:

Utilizando dois capacitores em série, a capacitância equivalente é o famoso “produto” pela “soma”.

$$C_{\text{eq}} = \frac{\text{produto}}{\text{soma}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

LEIA-SE:

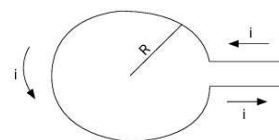
Utilizando dois capacitores em série, a capacitância equivalente é o famoso “produto” pela “soma”.

$$C_{\text{eq}} = \frac{\text{produto}}{\text{soma}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Página 164

ONDE SE LÊ:

Campo Magnético em uma Espira

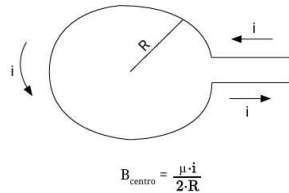


$$B_{\text{centro}} = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R}$$

μ : permeabilidade magnética
i: corrente elétrica
R: raio da espira

LEIA-SE:

Campo Magnético em uma Espira

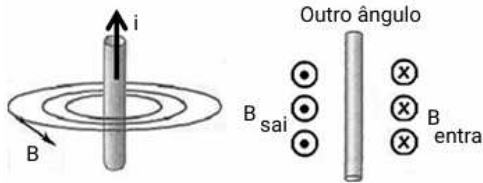


μ : permeabilidade magnética
 i : corrente elétrica
 R : raio da espira

Página 165

ONDE SE LÊ:

Nunca se esqueça das notações:

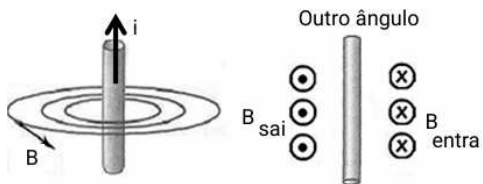


$$B_{\text{ho}} = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot r \cdot d}$$

μ : permeabilidade magnética
 i : corrente elétrica
 d : distância até o ponto analisado

LEIA-SE:

Nunca se esqueça das notações:



$$B_{\text{ho}} = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

μ : permeabilidade magnética
 i : corrente elétrica
 d : distância até o ponto analisado

Página 166

ONDE SE LÊ:

$$B \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \mu \cdot i \therefore B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

LEIA-SE:

$$B \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \mu \cdot i \therefore B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Página 166

ONDE SE LÊ:

$$B_{\text{solenóide}} = \frac{N \cdot n \cdot i}{L}$$

μ : permeabilidade magnética
 i : corrente elétrica
 L : comprimento
 N : número de voltas

LEIA-SE:

$$B_{\text{solenóide}} = \frac{N \cdot \mu \cdot i}{L}$$

μ : permeabilidade magnética
 i : corrente elétrica
 L : comprimento
 N : número de voltas

Página 168

ONDE SE LÊ:

Faraday foi o responsável por descobrir que variação de fluxo magnético produz correntes induzidas, mas Lenz descobriu que o sinal da corrente induzida é contrário à variação de fluxo magnético:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Onde:

$\mathcal{E}$: F.E.M = Força Eletromotriz, unidade no SI [volts]

*

$\Delta\Phi$: variação do fluxo, SI [Webber]

Δt : tempo, SI [s]

*F.E.M é uma DDP, logo também é válido:
 $\mathcal{E} = R \cdot i$

LEIA-SE:

Faraday foi o responsável por descobrir que variação de fluxo magnético produz correntes induzidas, mas Lenz descobriu que o sinal da corrente induzida é contrário à variação de fluxo magnético:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Onde:

ε : F.E.M = Força Eletromotriz, unidade no SI [volts] *

$\Delta \Phi$: variação do fluxo, SI [Webber]

Δt : tempo, SI [s]

*F.E.M é uma DDP, logo também é válido:

$$\varepsilon = R \cdot i$$

Página 171

ONDE SE LÊ:

Lembre-se que a frequência (f) é o inverso do período (T) e que ambos se relacionam da seguinte maneira:

$$f = \frac{1}{T}$$

LEIA-SE:

Lembre-se que a frequência (f) é o inverso do período (T) e que ambos se relacionam da seguinte maneira:

$$f = \frac{1}{T}$$

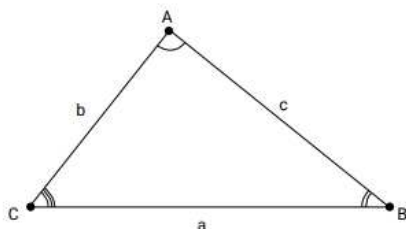
Matemática

Página 53

ONDE SE LÊ:

Lei dos Cossenos

Em todo triângulo, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros lados, menos o dobro do produto dessas medidas pelo cosseno do ângulo que eles formam.



Triângulo ABC qualquer.

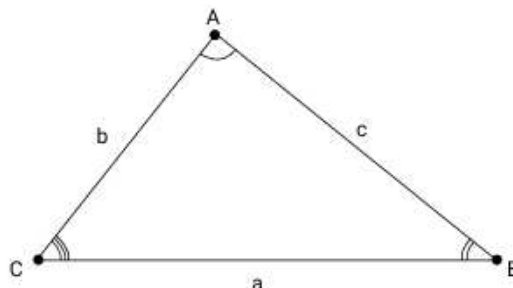
Seja um triângulo qualquer ABC, conforme a figura 44.

Neste caso, verifica-se que:

LEIA-SE:

Lei dos Cossenos

Em todo triângulo, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros lados, menos o dobro do produto dessas medidas pelo cosseno do ângulo que eles formam.



Triângulo ABC qualquer.

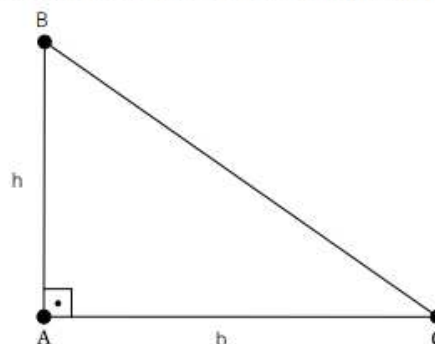
Seja um triângulo qualquer ABC

Neste caso, verifica-se que:

Página 58

ONDE SE LÊ:

Quando se trata de um triângulo retângulo, o cálculo de sua área também é dado pelo produto da base pela altura dividido por dois; no entanto, em um triângulo retângulo, sua altura também é um de seus lados.

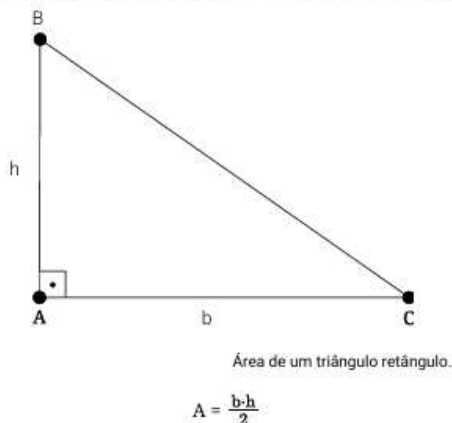


Área de um triângulo retângulo.

$$A = \frac{b \cdot c}{2}$$

LEIA-SE:

Quando se trata de um triângulo retângulo, o cálculo de sua área também é dado pelo produto da base pela altura dividido por dois; no entanto, em um triângulo retângulo, sua altura também é um de seus lados.

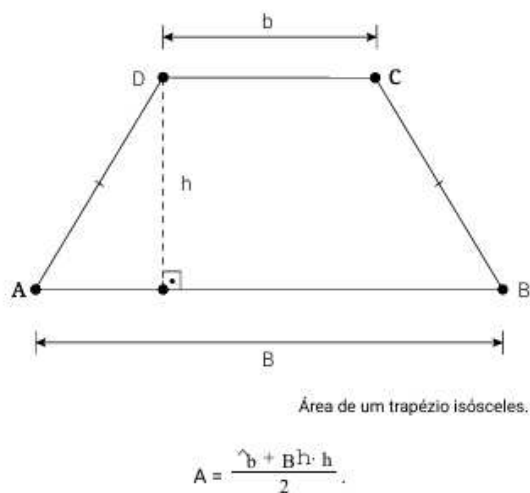


Página 59

ONDE SE LÊ:

Área de um Trapézio

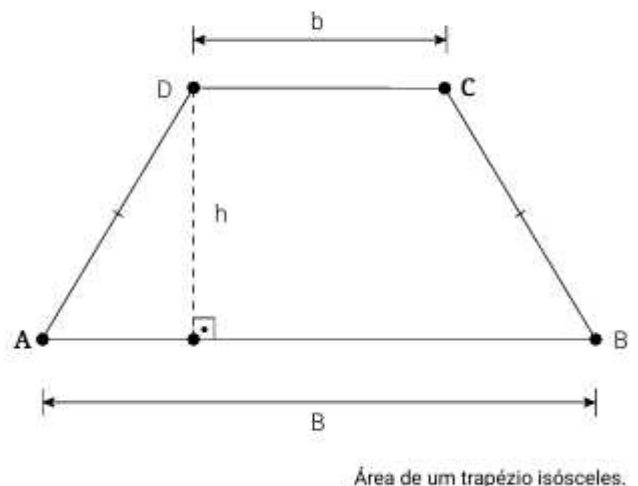
A área de um **trapézio isósceles** é dada pela soma das bases (maior e menor) multiplicada pela altura e dividida por dois.



LEIA-SE:

Área de um Trapézio

A área de um **trapézio isósceles** é dada pela soma das bases (maior e menor) multiplicada pela altura e dividida por dois.



Página 59

ONDE SE LÊ:

Área do Círculo

A área do círculo é dada pelo produto de pelo raio ao quadrado:

$$A = \pi \cdot r^2$$

LEIA-SE:

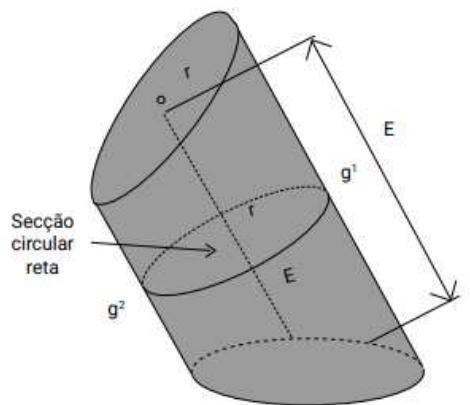
Área do Círculo

A área do círculo é dada pelo produto de pelo raio ao quadrado:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Página 65

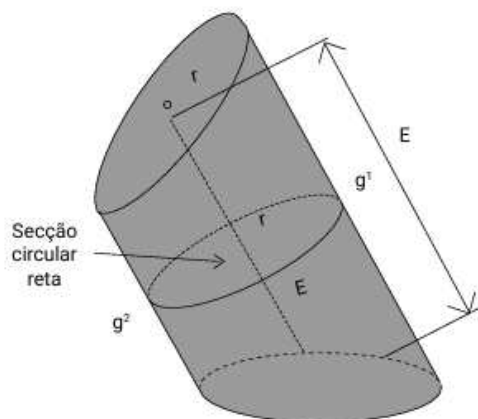
ONDE SE LÊ:



Tronco de cilindro reto e oblíquo.

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{g_1 + g_2}{2}, \text{ cilindro reto} \\
 A_L &= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot E \\
 V_{\text{tronco}} &= \pi \cdot r^2 \cdot E \xrightarrow{\text{cilindro reto}} \\
 &= \frac{\pi \cdot r^2 \cdot (g_1 + g_2)}{2}
 \end{aligned}$$

LEIA-SE:



Tronco de cilindro reto e oblíquo.

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{g_1 + g_2}{2}, \text{ cilindro reto} \\
 A_L &= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot E \\
 V_{\text{tronco}} &= \pi \cdot r^2 \cdot E \xrightarrow{\text{cilindro reto}} \\
 &= \frac{\pi \cdot r^2 \cdot (g_1 + g_2)}{2}
 \end{aligned}$$

Página 72

ONDE SE LÊ:

MEDIANA

A mediana é uma medida de tendência central que é definida após a ordenação dos dados de forma crescente (denominada rol). A mediana é definida como o centro desse rol. A mediana amostral é o melhor estimador da mediana populacional (Ferreira, 2005).

Vejamos o cálculo da mediana nos tópicos a seguir.

- Quando o número de dados n for ímpar, a mediana é dada por $Md = x_{(\frac{n+1}{2})}$, em que $(\frac{n+1}{2})$ é o índice ou posição da variável x ;
- Quando o número de dados (n) for par, a mediana é dada por $Md = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n+2}{2})}}{2}$, em que $(\frac{n}{2})$ e $(\frac{n+2}{2})$ são índices ou posição da variável x .

Vejamos um exemplo: sendo a variável $X_1 = [0,1,2,3,4]$ ordenada, sabe-se que esse conjunto tem cinco elementos, ou seja, $n = 5$, isto é, n é ímpar; logo, a mediana é dada por:

$$Md = x_{(\frac{n+1}{2})} = x_{(\frac{5+1}{2})} = x_3 = 2$$

Já para a variável $X_2 = [0,1,2,3]$ ordenada, sabe-se que $n = 4$, ou seja, n é par; logo, a mediana é dada por:

$$Md = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n+2}{2})}}{2} = \frac{x_{(\frac{4}{2})} + x_{(\frac{4+2}{2})}}{2} =$$

$$\frac{x_{(2)} + x_{(3)}}{2} = \frac{1+2}{2} = 1,5$$

LEIA-SE:

MEDIANA

A mediana é uma medida de tendência central que é definida após a ordenação dos dados de forma crescente (denominada rol). A mediana é definida como o centro desse rol. A mediana amostral é o melhor estimador da mediana populacional (Ferreira, 2005).

Vejamos o cálculo da mediana nos tópicos a seguir.

- Quando o número de dados n for ímpar, a mediana é dada por $Md = x_{(\frac{n+1}{2})}$, em que $(\frac{n+1}{2})$ é o índice ou posição da variável x ;
- Quando o número de dados (n) for par, a mediana é dada por $Md = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n+2}{2})}}{2}$, em que $(\frac{n}{2})$ e $(\frac{n+2}{2})$ são índices ou posição da variável x .

Vejamos um exemplo: sendo a variável $X_1 = [0,1,2,3,4]$ ordenada, sabe-se que esse conjunto tem cinco elementos, ou seja, $n = 5$, isto é, n é ímpar; logo, a mediana é dada por:

$$Md = x_{(\frac{n+1}{2})} = x_{(\frac{5+1}{2})} = x_3 = 2$$

Já para a variável $X_2 = [0,1,2,3]$ ordenada, sabe-se que $n = 4$, ou seja, n é par; logo, a mediana é dada por:

$$Md = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n+2}{2})}}{2} = \frac{x_{(\frac{4}{2})} + x_{(\frac{4+2}{2})}}{2} =$$

$$\frac{x_{(2)} + x_{(3)}}{2} = \frac{1+2}{2} = 1,5$$

Página 99

ONDE SE LÊ:

Para a função quadrática $f(x) = x^2 - 3x + 2$, o vértice é dado por:

$$V(X_v, Y_v) = V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) = V\left(\frac{-(-3)}{2 \cdot 1}, \frac{-((-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2)}{4 \cdot 1}\right) = V\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

LEIA-SE:

Para a função quadrática $f(x) = x^2 - 3x + 2$, o vértice é dado por:

$$\begin{aligned} V(X_v, Y_v) &= \\ V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) &= \\ V\left(\frac{-(-3)}{2 \cdot 1}, \frac{-((-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2)}{4 \cdot 1}\right) &= \\ V\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right) & \end{aligned}$$

Página 120

ONDE SE LÊ:

Vamos substituir o valor do $\cos x$ em: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \\ &= 1 - \left(\frac{4 \cdot \sin x}{3}\right)^2 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \frac{16 \cdot \sin^2 x}{9} \Rightarrow 9 \cdot \sin^2 x = 9 - 16 \cdot \sin^2 x \Rightarrow \\ \sin^2 x + 16 \cdot \sin^2 x &= 9 - 9 \cdot \sin^2 x \Rightarrow 25 \cdot \sin^2 x = 9 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{9}{25} \\ \sin x &= \pm \sqrt{\frac{9}{25}} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{3}{5} \end{aligned}$$

Como $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, $x \in 3^\circ Q$, logo o $\sin x$ é negativo. Portanto: $\sin x = -\frac{3}{5}$ (II)

De I e II, vem que:

$$\begin{aligned} \cos x &= \frac{4 \cdot \sin x}{3} \rightarrow \cos x = \frac{4}{3} \cdot \sin x \rightarrow \cos x = \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \rightarrow \\ \cos x &= -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

Com os valores de $\sin x$ e $\cos x$, vamos encontrar $\sin(2x)$:

$$\sin(2x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

$$\sin(2x) = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\sin(2x) = 2 \cdot \left(\frac{12}{25}\right)$$

$$\sin(2x) = \frac{24}{25}$$

LEIA-SE:

Vamos substituir o valor do $\cos x$ em: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \\ \sin^2 x &= 1 - \left(\frac{4 \cdot \sin x}{3}\right)^2 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \frac{16 \cdot \sin^2 x}{9} \end{aligned}$$

$$9 \cdot \sin^2 x = 9 - 16 \cdot \sin^2 x \rightarrow 9 \cdot \sin^2 x + 16 \cdot \sin^2 x = 9$$

$$25 \cdot \sin^2 x = 9 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} \rightarrow \sin x = \pm \frac{3}{5}$$

Como $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, $x \in 3^\circ Q$, logo o $\sin x$ é negativo. Portanto: $\sin x = -\frac{3}{5}$ (II)

De I e II, vem que:

$$\begin{aligned} \cos x &= \frac{4 \cdot \sin x}{3} \rightarrow \cos x = \frac{4}{3} \cdot \sin x \rightarrow \cos x = \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \rightarrow \\ \cos x &= -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

Com os valores de $\sin x$ e $\cos x$, vamos encontrar $\sin(2x)$:

$$\sin(2x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

$$\sin(2x) = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\sin(2x) = 2 \cdot \left(\frac{12}{25}\right)$$

$$\sin(2x) = \frac{24}{25}$$

Página 121

ONDE SE LÊ:

Seno do Arco Metade

Vamos fazer o cálculo de $\sin \frac{x}{2}$:

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$$

$$2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

Fazendo $2a = x$, temos $\frac{x}{2}$.

Logo:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

Cosseno do Arco Metade

Vamos fazer o cálculo de $\cos \frac{x}{2}$:

$$\cos(2a) = 2 \cdot \cos^2(a) - 1$$

$$2 \cdot \cos^2(a) = \cos(2a) + 1$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

Fazendo $a = \frac{x}{2}$.

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

Logo:

$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

Tangente do Arco Metade

Vamos fazer o cálculo de $\tan \frac{x}{2}$:

Seno do Arco Metade

Vamos fazer o cálculo de $\sin \left(\frac{x}{2} \right)$:

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$$

$$2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

Fazendo $2a = x$, temos $\frac{x}{2}$.

Logo:

$$\sin^2 \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\sin \left(\frac{x}{2} \right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

Cosseno do Arco Metade

Vamos fazer o cálculo de $\cos \left(\frac{x}{2} \right)$:

$$\cos(2a) = 2 \cdot \cos^2(a) - 1$$

$$2 \cdot \cos^2(a) = \cos(2a) + 1$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

Fazendo $a = \frac{x}{2}$.

$$\cos^2 \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1 + \cos x}{2}$$

Logo:

$$\cos \left(\frac{x}{2} \right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

Tangente do Arco Metade

Vamos fazer o cálculo de $\tan \left(\frac{x}{2} \right)$:

LEIA-SE:

Página 121

ONDE SE LÊ:

Logo, temos as seguintes fórmulas para Arcos Metade:

FÓRMULAS DE ARCO METADE	
$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$	
$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$	
$\tan \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$	

LEIA-SE:

Logo, temos as seguintes fórmulas para Arcos Metade:

FÓRMULAS DE ARCO METADE	
$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$	
$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$	
$\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$	

Página 121

ONDE SE LÊ:

TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO

As somas e subtrações trigonométricas podem ser transformadas em produtos, facilitando, assim, a resolução de muitos exercícios.

Para utilizar esse recurso, fazemos a aplicação de fórmulas, conhecidas como fórmulas de Werner.

Vejamos cada uma delas.

$$\cos p + \cos q = 2 \cdot \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \cdot \sin \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \cdot \sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cdot \sin \frac{p-q}{2} \cdot \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\operatorname{tg} p + \operatorname{tg} q = \frac{\sin(p+q)}{(\cos p) \cdot (\cos q)}$$

$$\operatorname{tg} p - \operatorname{tg} q = \frac{\sin(p-q)}{(\cos p) \cdot (\cos q)}$$

Vejamos exemplos:

$$\bullet \cos 8x + \cos 2x = 2 \cdot \cos \frac{8x+2x}{2} \cdot \cos \frac{8x-2x}{2} = 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 3x$$

$$\bullet \cos 6x - \cos 4x = -2 \cdot \sin \frac{6x+4x}{2} \cdot \sin \frac{6x-4x}{2} = -2 \cdot \sin 5x \cdot \sin x$$

$$\bullet \sin 3x + \sin x = 2 \cdot \sin \frac{3x+x}{2} \cdot \cos \frac{3x-x}{2} = 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos x$$

$$\bullet \sin 18x - \sin 4x = 2 \cdot \sin \frac{18x-4x}{2} \cdot \cos \frac{18x+4x}{2} = 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 11x$$

LEIA-SE:

TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO

As somas e subtrações trigonométricas podem ser transformadas em produtos, facilitando, assim, a resolução de muitos exercícios.

Para utilizar esse recurso, fazemos a aplicação de fórmulas, conhecidas como fórmulas de Werner.

Vejamos cada uma delas.

$$\cos p + \cos q = 2 \cdot \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \cdot \sin \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \cdot \sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cdot \sin \frac{p-q}{2} \cdot \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\operatorname{tg} p + \operatorname{tg} q = \frac{\sin(p+q)}{(\cos p) \cdot (\cos q)}$$

$$\operatorname{tg} p - \operatorname{tg} q = \frac{\sin(p-q)}{(\cos p) \cdot (\cos q)}$$

Vejamos exemplos:

$$\bullet \cos 8x + \cos 2x = 2 \cdot \cos \frac{8x+2x}{2} \cdot \cos \frac{8x-2x}{2} = 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 3x$$

$$\bullet \cos 6x - \cos 4x = -2 \cdot \sin \frac{6x+4x}{2} \cdot \sin \frac{6x-4x}{2} = -2 \cdot \sin 5x \cdot \sin x$$

$$\bullet \sin 3x + \sin x = 2 \cdot \sin \frac{3x+x}{2} \cdot \cos \frac{3x-x}{2} = 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos x$$

$$\bullet \sin 18x - \sin 4x = 2 \cdot \sin \frac{18x-4x}{2} \cdot \cos \frac{18x+4x}{2} = 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 11x$$

Página 122

ONDE SE LÊ:

Resolvamos, agora, a seguinte: $\sin^2 x = \frac{1}{4}$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ ou \\ \sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

LEIA-SE:

Resolvamos, agora, a seguinte: $\text{sen}^2 x = \frac{1}{4}$

$$\text{sen}^2 x = \frac{1}{4} \rightarrow \text{sen} x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow \text{sen} x = \pm \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{sen } x = \frac{1}{2} \rightarrow \text{sen } x = \text{sen } \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ \text{ou} \\ \text{sen } x = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{sen } x = \text{sen} \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) \rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

Se você adquiriu sua apostila após o dia 04 de março de 2026, estes itens já se encontram atualizados.

Cordialmente,

Nova Concursos.