

Escola Preparatória de Cadetes do Exército

# **EsPCEx**

## **Oficial do Exército**

NV-017MR-25-ESPCEX



Amostra grátis da apostila EsPCEx - Oficial do Exército. Para adquirir o material completo, acesse [www.novaconcursos.com.br](http://www.novaconcursos.com.br).

# SUMÁRIO

FÍSICA .....	23
■ MECÂNICA .....	23
INTRODUÇÃO AO MÉTODO CIENTÍFICO NA FÍSICA .....	23
CONCEITOS BÁSICOS DE CINEMÁTICA .....	23
MOVIMENTO UNIFORME .....	24
MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO .....	25
MOVIMENTOS SOB A AÇÃO DA GRAVIDADE .....	25
MOVIMENTOS CIRCULARES .....	26
GRÁFICOS DA CINEMÁTICA .....	27
COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS E CINEMÁTICA VETORIAL .....	28
ENERGIA .....	28
TRABALHO .....	28
IMPULSO .....	29
POTÊNCIA .....	29
RENDIMENTO .....	29
QUANTIDADE DE MOVIMENTO E CHOQUES MECÂNICOS .....	30
ESTÁTICA DE UM PONTO MATERIAL E DE UM CORPO EXTENSO RÍGIDO .....	31
HIDROSTÁTICA .....	32
PRINCÍPIOS DE CONSERVAÇÃO .....	32
LEIS DE KEPLER E GRAVITAÇÃO UNIVERSAL .....	33
■ DINÂMICA .....	35
■ TERMOLOGIA .....	38
CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE TERMOLOGIA .....	38
TERMODINÂMICA .....	39
TERMOMETRIA .....	39
CALORIMETRIA .....	39
MUDANÇAS DE FASE .....	41
DIAGRAMAS DE FASE .....	42

PROPAGAÇÃO DO CALOR .....	42
■ DILATAÇÃO TÉRMICA DE SÓLIDOS E LÍQUIDOS .....	44
GASES IDEAIS .....	46
■ ÓPTICA.....	48
PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA.....	48
REFLEXÃO DA LUZ.....	48
ESPELHO PLANO .....	49
ESPELHOS ESFÉRICOS .....	50
REFRAÇÃO LUMINOSA .....	53
LENTE ESFÉRICAS .....	55
INSTRUMENTOS ÓPTICOS .....	59
OLHO HUMANO E DEFEITOS DA VISÃO.....	59
■ ONDAS.....	60
MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES .....	60
CONCEITOS BÁSICOS DE ONDAS E PULSOS .....	64
Ondas e Ondas Eletromagnéticas .....	64
REFLEXÃO .....	65
REFRAÇÃO .....	66
DIFRAÇÃO .....	66
INTERFERÊNCIA .....	67
POLARIZAÇÃO.....	67
ONDAS SONORAS.....	68
EFEITO DOPPLER.....	70
■ ELETRICIDADE.....	71
PRINCÍPIOS DA ELETROSTÁTICA, PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO .....	71
CARGA ELÉTRICA.....	72
FORÇA ELÉTRICA, CAMPO ELÉTRICO E POTENCIAL ELÉTRICO .....	73
TRABALHO DA FORÇA ELÉTRICA .....	74
ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA.....	74
CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO.....	74

CORRENTE ELÉTRICA .....	75
POTÊNCIA E ENERGIA NA CORRENTE ELÉTRICA.....	75
RESISTÊNCIA ELÉTRICA.....	76
RESISTORES E ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES.....	76
ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES.....	77
CAPACIDADE ELÉTRICA E ENERGIA ARMAZENADA NOS CAPACITORES.....	77
APARELHOS DE MEDIÇÃO ELÉTRICA .....	78
GERADORES E RECEPTORES ELÉTRICOS .....	80
LEIS DE KIRCHHOFF .....	81
CONCEITOS INICIAIS DO MAGNETISMO.....	82
Campo Magnético .....	82
Força Magnética .....	82
Indução Eletromagnética .....	82
Corrente Alternada.....	82
Transformadores .....	83

## QUÍMICA..... 91

■ A MATÉRIA E SUBSTÂNCIA.....	91
PROPRIEDADES GERAIS E ESPECÍFICAS, ESTADOS FÍSICOS DA MATÉRIA E SUAS CARACTERÍSTICAS, CARACTERIZAÇÃO E PROPRIEDADES, DIAGRAMA DE MUDANÇA DE ESTADOS FÍSICOS.....	91
MISTURAS E TIPOS DE MISTURAS, SISTEMAS, FASES E SEPARAÇÃO DE FASES, PROCESSOS DE SEPARAÇÃO DE MISTURAS.....	91
SUBSTÂNCIAS SIMPLES E COMPOSTAS E SUBSTÂNCIAS PURAS.....	92
TRANSFORMAÇÕES DA MATÉRIA E UNIDADES DE MATÉRIA .....	92
ENERGIA E MEIO-AMBIENTE.....	93
GRANDEZAS E UNIDADES DE MEDIDA: MASSA, VOLUME, TEMPERATURA, PRESSÃO, DENSIDADE .....	93
■ ESTRUTURA ATÔMICA MODERNA .....	93
INTRODUÇÃO À QUÍMICA, HISTÓRIA DA QUÍMICA, EVOLUÇÃO DOS MODELOS ATÔMICOS E TEORIAS ATÔMICAS .....	93
ELEMENTOS QUÍMICOS, O ÁTOMO E AS PRINCIPAIS PARTÍCULAS DO ÁTOMO, NÚCLEO DO ÁTOMO, NÚMERO ATÔMICO E NÚMERO DE MASSA, ÍONS, ISÓBAROS, ISÓTONOS, ISÓTOPOS E ISOELETRÔNICOS E CONFIGURAÇÃO ELETRÔNICA, EFEITOS ELETRÔNICOS.....	94
ELETROFERA DIAGRAMA DE PAULING, REGRA DE HUND (PRINCÍPIO DE EXCLUSÃO DE PAULI) E NÚMEROS QUÂNTICOS.....	95

LEIS PONDERAIS .....	96
<b>■ CLASSIFICAÇÕES PERIÓDICAS .....</b>	<b>96</b>
HISTÓRICO DA CLASSIFICAÇÃO PERIÓDICA: TABELA PERIÓDICA, ORGANIZAÇÃO DA TABELA PERIÓDICA, ELEMENTOS QUÍMICOS, GRUPOS, FAMÍLIAS E PERÍODOS DA TABELA PERIÓDICA, CLASSIFICAÇÃO E PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS.....	96
PROPRIEDADES PERIÓDICAS, REATIVIDADE .....	97
Eletronegatividade .....	97
Eletropositividade .....	97
Afinidade Eletrônica.....	97
Energia De Ionização .....	98
Raio Atômico .....	98
<b>■ LIGAÇÕES QUÍMICAS .....</b>	<b>98</b>
TIPOS DE LIGAÇÕES QUÍMICAS: LIGAÇÕES IÔNICAS, LIGAÇÕES COVALENTES, LIGAÇÕES METÁLICAS E ESTRUTURA DAS SUBSTÂNCIAS MOLECULARES, IÔNICAS E METÁLICAS, CISÃO DE LIGAÇÕES QUÍMICAS.....	98
FÓRMULAS ESTRUTURAIS E REATIVIDADE DOS METAIS.....	98
PROPRIEDADES DAS SUBSTÂNCIAS MOLECULARES, IÔNICAS E METÁLICAS .....	99
<b>■ CARACTERÍSTICAS DOS COMPOSTOS IÔNICOS E MOLECULARES .....</b>	<b>99</b>
GEOMETRIA MOLECULAR: POLARIDADE DAS MOLÉCULAS, FORÇAS INTERMOLECULARES, POLARIDADE E SOLUBILIDADE, RELAÇÃO ENTRE POLARIDADE E PROPRIEDADES FÍSICO-QUÍMICAS .....	99
NÚMERO DE OXIDAÇÃO .....	99
ESTADO FÍSICO E LIGAÇÕES INTERMOLECULARES, TEMPERATURAS DE FUSÃO E EBULIÇÃO .....	100
<b>■ FUNÇÕES INORGÂNICAS.....</b>	<b>100</b>
NOMENCLATURAS, REAÇÕES, PROPRIEDADES, FORMULAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO, DEFINIÇÕES E CONCEITOS TEÓRICOS, EFEITOS AMBIENTAIS.....	100
Ácidos.....	100
Bases .....	100
Sais .....	101
Óxidos.....	101
<b>■ REAÇÕES QUÍMICAS .....</b>	<b>101</b>
TIPOS DE REAÇÕES QUÍMICAS, OXIDORREDUÇÃO, CLASSIFICAÇÃO DE REAÇÕES QUÍMICAS.....	101
EQUAÇÕES QUÍMICAS, PREVISÃO E CONDIÇÕES DE OCORRÊNCIA DAS REAÇÕES QUÍMICAS, BALANCEAMENTO DE EQUAÇÕES QUÍMICAS, BALANCEAMENTO DE EQUAÇÕES PELO MÉTODO DA TENTATIVA, BALANCEAMENTO DE EQUAÇÕES PELO MÉTODO DE OXIRREDUÇÃO, BALANCEAMENTO DE EQUAÇÕES PELO MÉTODO ÍON-ELÉTRON .....	102
<b>■ GRANDEZAS QUÍMICAS.....</b>	<b>104</b>

RELAÇÕES DE MASSA: MASSAS ATÔMICAS E MOLECULARES .....	104
OUTRAS RELAÇÕES QUÍMICAS: MASSA MOLAR, MOL E QUANTIDADE DE MATÉRIA, VOLUME MOLAR, CONSTANTE E NÚMERO DE AVOGADRO, DETERMINAÇÃO DA QUANTIDADE DE MATÉRIA .....	104
<b>■ ESTEQUIOMETRIA .....</b>	<b>104</b>
TIPOS DE FÓRMULAS.....	104
ASPECTOS QUANTITATIVOS DAS REAÇÕES QUÍMICAS .....	105
LEIS PONDERAIS, LEIS VOLUMÉTRICAS, CÁLCULOS ESTEQUIOMÉTRICOS .....	105
REAGENTE LIMITANTE DE UMA REAÇÃO E LEIS QUÍMICAS .....	106
REAÇÕES COM SUBSTÂNCIAS IMPURAS E RENDIMENTO DE REAÇÃO .....	107
<b>■ GASES .....</b>	<b>107</b>
CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS GASES, TEORIA CINÉTICA DOS GASES, VARIÁVEIS DE ESTADO DOS GASES, TRANSFORMAÇÕES GASOSAS .....	107
EQUAÇÃO GERAL DOS GASES IDEAIS E DOS GASES REAIS.....	107
LEIS DE BOYLE E DE GAY-LUSSAC: EQUAÇÃO DE CLAPEYRON, EQUAÇÃO DE ESTADO .....	107
QUANTIDADE DE MATÉRIA, PRINCÍPIO DE AVOGADRO E ENERGIA CINÉTICA MÉDIA.....	108
MISTURAS GASOSAS, PRESSÃO PARCIAL, VOLUME PARCIAL E LEI DE DALTON .....	108
DIFUSÃO GASOSA, NOÇÕES DE GASES REAIS E LIQUEFAÇÃO, DENSIDADE DOS GASES .....	109
<b>■ TERMOQUÍMICA .....</b>	<b>109</b>
PODER CALORÍFICO E RELAÇÃO ENTRE MATÉRIA E CALOR .....	109
REAÇÕES ENDOTÉRMICAS E EXOTÉRMICAS, ENTALPIA E TIPOS DE ENTALPIA, LEI DE HESS, EQUAÇÕES TERMOQUÍMICAS, CALOR OU ENTALPIA EM REAÇÕES QUÍMICAS .....	109
CÁLCULO DE CALORES DE REAÇÕES, DETERMINAÇÃO DA VARIAÇÃO DE ENTALPIA, CÁLCULOS ENVOLVENDO ENTALPIA .....	110
REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS EM TERMOQUÍMICA, VARIAÇÃO DE CALOR NAS MUDANÇAS DE ESTADO .....	111
ENERGIA DE LIGAÇÃO, CÁLCULOS COM ENERGIA DE LIGAÇÃO.....	111
ENTROPIA E ENERGIA LIVRE.....	111
<b>■ CINÉTICA .....</b>	<b>112</b>
VELOCIDADE DAS REAÇÕES, TEORIA DA COLISÃO .....	112
CONDIÇÕES PARA OCORRÊNCIA DE REAÇÕES .....	113
TIPOS DE VELOCIDADE DE REAÇÃO, FATORES QUE AFETAM A VELOCIDADE DAS REAÇÕES, CÁLCULOS ENVOLVENDO VELOCIDADE DA REAÇÃO.....	113
LEI DA VELOCIDADE DE REAÇÕES .....	114

■ SOLUÇÕES .....	114
DEFINIÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DAS SOLUÇÕES, TIPOS DE SOLUÇÕES .....	114
SOLUBILIDADE, CURVAS DE SOLUBILIDADE, ASPECTOS QUANTITATIVOS DAS SOLUÇÕES, CONCENTRAÇÃO COMUM, CONCENTRAÇÃO MOLAR OU MOLARIDADE, NORMALIDADE, MOLALIDADE, FRAÇÃO MOLAR, TÍTULO, DENSIDADE .....	115
RELAÇÃO ENTRE ESSAS GRANDEZAS: DILUIÇÃO, MISTURAS DE SOLUÇÕES .....	116
ANÁLISE VOLUMÉTRICA (TITULOMETRIA) .....	116
■ EQUILÍBRIO QUÍMICO .....	117
SISTEMAS EM EQUILÍBRIO, GRAU DE EQUILÍBRIO, REAÇÕES REVERSÍVEIS, DESLOCAMENTO DE EQUILÍBRIOS .....	117
CONSTANTES DE EQUILÍBRIO, CÁLCULO DA CONSTANTE DE EQUILÍBRIO, QUOCIENTE DE REAÇÃO, CONSTANTES DE IONIZAÇÃO .....	118
PRINCÍPIO DE LE CHATELIER E CATALISADORES .....	118
EQUILÍBRIOS IÔNICOS, LEI DE DILUIÇÃO DE OSTWALD, GRAU DE IONIZAÇÃO, EFEITO DO ÍON COMUM .....	118
HIDRÓLISE, HIDRÓLISE DOS SAIS, EQUILÍBRIOS IÔNICOS NA ÁGUA, PRODUTO IÔNICO DA ÁGUA, PH E POH, PRODUTO DE SOLUBILIDADE, INDICADORES, SOLUÇÕES ÁCIDAS E BÁSICAS, ACIDEZ E BASICIDADE EM SOLUÇÕES, CONSTANTES DE HIDRÓLISE, SOLUÇÕES-TAMPÃO .....	119
REAÇÕES ENVOLVENDO GASES, EQUILÍBRIOS EM LÍQUIDOS E GASES .....	120
■ ELETROQUÍMICA .....	120
NÚMERO DE OXIDAÇÃO (NOX), CÁLCULO E DETERMINAÇÃO DE NOX, EQUACIONAMENTO .....	120
CONCEITO DE ÂNODO, CÁTODO E POLARIDADE DOS ELETRODOS .....	122
PROCESSOS DE OXIDAÇÃO E REDUÇÃO, AGENTES REDUTORES E OXIDANTES, ESPONTANEIDADE DE REAÇÕES, IDENTIFICAÇÃO DAS ESPÉCIES REDUTORAS E OXIDANTES .....	122
APLICAÇÃO DA TABELA DE POTENCIAIS-PADRÃO .....	123
CÁLCULOS DE VOLTAGEM DE PILHAS, EQUAÇÃO DE NERST, CÉLULAS GALVÂNICAS: PILHAS E BATERIAS, MONTAGEM DE PILHAS, POTENCIAL DE PILHAS .....	123
CORROSÃO, ELETRÓLISE, CÉLULAS ELETROLÍTICAS, ASPECTOS QUANTITATIVOS DA ELETRÓLISE, ELETRÓLISE COM ELETRODOS ATIVOS E INERTES, TIPOS DE ELETRÓLISES, LEIS DE FARADAY, OBTENÇÃO DE METAIS .....	124
MÉTODOS PROTETIVOS, REVESTIMENTOS .....	124
■ RADIOATIVIDADE .....	125
ORIGEM E PROPRIEDADE DAS PRINCIPAIS RADIAÇÕES, LEIS DA RADIOATIVIDADE .....	125
DETECÇÃO DAS RADIAÇÕES, SÉRIES RADIOATIVAS .....	125
CINÉTICA DAS RADIAÇÕES E CONSTANTES RADIOATIVAS .....	125
TRANSMUTAÇÕES DE ELEMENTOS NATURAIS, FISSÃO E FUSÃO NUCLEAR .....	126

USO DE ISÓTOPOS RADIOATIVOS, EFEITOS DAS RADIAÇÕES .....	126
■ PROPRIEDADES COLIGATIVAS .....	126
PROPRIEDADES FÍSICAS DAS SUBSTÂNCIAS, TEMPERATURA DE FUSÃO E EBULIÇÃO .....	126
PRESSÃO DE VAPOR, INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA.....	127
TONOSCOPIA, EBULIOSCOPIA, CRIOSCOPIA, OSMOSE, PRESSÃO OSMÓTICA, OSMOSE REVERSA .....	127
■ PRINCÍPIOS DA QUÍMICA ORGÂNICA .....	127
CONCEITOS.....	127
COMPOSTOS ORGÂNICOS, ISOMERIAS DE COMPOSTOS ORGÂNICOS, RECONHECIMENTO DE FUNÇÃO ORGÂNICA, TODAS AS FUNÇÕES ORGÂNICAS, TODAS AS REAÇÕES ORGÂNICAS, LIGAÇÕES EM COMPOSTOS ORGÂNICOS, TIPOS DE FÓRMULAS, FÓRMULAS ESTRUTURAIS, ANÁLISE ORGÂNICA ELEMENTAR, DETERMINAÇÃO DE FÓRMULAS MOLECULARES, FORMAÇÃO, NOMENCLATURAS DE COMPOSTOS ORGÂNICOS, CADEIAS CARBÔNICAS, CLASSIFICAÇÕES DE COMPOSTOS ORGÂNICOS, MÉTODOS DE OBTENÇÃO DE COMPOSTOS ORGÂNICOS, DERIVADOS DE COMPOSTOS ORGÂNICOS E BIOMOLÉCULAS .....	128
SÉRIES HOMÓLOGAS, PROPRIEDADES FUNDAMENTAIS DO ÁTOMO DE CARBONO, TETRAVALÊNCIA DO CARBONO, HIBRIDIZAÇÃO DE ORBITAIS .....	130
CLASSIFICAÇÕES DO CARBONO, CLASSIFICAÇÃO DAS CADEIAS CARBÔNICAS E LIGAÇÕES, COMPOSTOS CÍCLICOS, AROMÁTICOS E ALIFÁTICOS, COMPOSTOS DE FUNÇÕES MISTAS, POLÍMEROS E REAÇÕES DE POLIMERIZAÇÃO .....	130
PROPRIEDADES FÍSICAS E QUÍMICAS DE COMPOSTOS ORGÂNICOS.....	131
ORGANOMETÁLICOS .....	132
GRUPOS ORGÂNICOS SUBSTITUINTES E RADICAIS, DIRIGÊNCIA DE GRUPOS SUBSTITUINTES.....	132
FONTES E USOS DE COMPOSTOS ORGÂNICOS – BIOCOMBUSTÍVEIS .....	135
PETRÓLEO E DERIVADOS .....	135
HISTÓRIA .....	149
■ A SOCIEDADE FEUDAL (SÉCULOS V AO XV) .....	149
■ O RENASCIMENTO COMERCIAL E URBANO .....	150
■ OS ESTADOS NACIONAIS EUROPEUS DA IDADE MODERNA, O ABSOLUTISMO E O MERCANTILISMO.....	151
■ A EXPANSÃO MARÍTIMA EUROPEIA .....	152
■ O RENASCIMENTO CULTURAL, O HUMANISMO E AS REFORMAS RELIGIOSAS.....	152
■ A MONTAGEM DA COLONIZAÇÃO EUROPEIA NA AMÉRICA OS SISTEMAS COLONIAIS ESPANHOL, FRANCÊS, INGLÊS E DOS PAÍSES BAIXOS.....	154
■ O SISTEMA COLONIAL PORTUGUÊS NA AMÉRICA .....	155

ESTRUTURA POLÍTICO-ADMINISTRATIVA .....	155
ESTRUTURA SOCIOECONÔMICA .....	156
INVASÕES ESTRANGEIRAS .....	157
EXPANSÃO TERRITORIAL .....	158
REBELIÕES COLONIAIS .....	158
MOVIMENTOS EMANCIPACIONISTAS: CONJURAÇÃO MINEIRA E CONJURAÇÃO BAIANA .....	159
■ O ILUMINISMO E O DESPOTISMO ESCLARECIDO .....	160
■ AS REVOLUÇÕES INGLESA (SÉCULO XVII) E A REVOLUÇÃO INDUSTRIAL (SÉCULOS XVIII A XX) .....	161
■ A INDEPENDÊNCIA DOS ESTADOS UNIDOS DA AMÉRICA .....	162
■ A REVOLUÇÃO FRANCESA E A RESTAURAÇÃO (O CONGRESSO DE VIENA E A SANTA ALIANÇA) .....	163
■ O BRASIL IMPERIAL .....	164
O PROCESSO DA INDEPENDÊNCIA DO BRASIL: O PERÍODO JOANINO; PRIMEIRO REINADO; PERÍODO REGENCIAL; SEGUNDO REINADO; CRISE DA MONARQUIA E PROCLAMAÇÃO DA REPÚBLICA .....	164
■ O PENSAMENTO E A IDEOLOGIA NO SÉCULO XIX .....	167
■ O IDEALISMO ROMÂNTICO; O SOCIALISMO UTÓPICO E O SOCIALISMO CIENTÍFICO; O CARTISMO; A DOCTRINA SOCIAL DA IGREJA; O LIBERALISMO E O ANARQUISMO; O EVOLUCIONISMO E O POSITIVISMO .....	167
■ O MUNDO NA ÉPOCA DA PRIMEIRA GUERRA MUNDIAL .....	169
■ O IMPERIALISMO E OS ANTECEDENTES DA PRIMEIRA GUERRA MUNDIAL; A PRIMEIRA GUERRA MUNDIAL; CONSEQUÊNCIAS DA PRIMEIRA GUERRA MUNDIAL; A REPÚBLICA VELHA NO BRASIL; CONFLITOS BRASILEIROS DURANTE A REPÚBLICA VELHA .....	169
■ O MUNDO NA ÉPOCA DA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL .....	173
O PERÍODO ENTRE-GUERRAS; A SEGUNDA GUERRA MUNDIAL; O BRASIL NA ERA VARGAS; A PARTICIPAÇÃO DO BRASIL NA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL .....	173
■ O MUNDO NA GUERRA FRIA .....	178
A RECONSTRUÇÃO DA EUROPA E DO JAPÃO E O SURGIMENTO DO MUNDO BIPOLAR; OS CONFLITOS DA GUERRA FRIA – A GUERRA DA COREIA (1950–1953), A GUERRA DO VIETNÃ (1961–1975), OS CONFLITOS ÁRABES–ISRAELENSES ENTRE 1948 E 1974; A DESCOLONIZAÇÃO DA ÁFRICA E DA ÁSIA; A REPÚBLICA BRASILEIRA ENTRE 1945 E 1985 .....	178
■ O MUNDO NO FINAL DO SÉCULO XX E INÍCIO DO SÉCULO XXI .....	183
DECLÍNIO E QUEDA DO SOCIALISMO NOS PAÍSES EUROPEUS (ALEMANHA, POLÔNIA, HUNGRIA, EX-TCHECOSLOVÁQUIA, ROMÊNIA, BULGÁRIA, ALBÂNIA, EX-IUGOSLÁVIA) E NA EX-UNIÃO SOVIÉTICA .....	183

OS CONFLITOS DO FINAL DO SÉCULO XX – A GUERRA DAS MALVINAS (1982), A GUERRA IRÃ–IRAQUE (1980–1989), A GUERRA DO AFGANISTÃO (1979–1989), A GUERRA CIVIL NO AFGANISTÃO (1989–2001), A GUERRA DO GOLFO (1991), A GUERRA NA ÁFRICA (1977–1988); A GUERRA CIVIL NA SOMÁLIA (1991); O 11 DE SETEMBRO DE 2001 E A NOVA GUERRA NO AFGANISTÃO .....	185
A REPÚBLICA BRASILEIRA DE 1985 ATÉ OS DIAS ATUAIS .....	186
<b>AS CRISES E A RECESSÃO EM ESCALA MUNDIAL NAS PRIMEIRAS DÉCADAS DO SÉCULO XXI .....</b>	<b>188</b>
<b>A ASCENSÃO DO NEOLIBERALISMO .....</b>	<b>189</b>
<b>A CRISE DO SISTEMA SOCIALISTA.....</b>	<b>190</b>
<b>O RENASCIMENTO DOS MOVIMENTOS NACIONALISTAS.....</b>	<b>192</b>
<b>A GLOBALIZAÇÃO DIANTE DA SITUAÇÃO ATUAL .....</b>	<b>193</b>
<b>INGLÊS .....</b>	<b>201</b>
<b>HABILIDADE DE COMPREENSÃO GERAL DE TEXTOS NA LÍNGUA INGLESA, A COMPREENSÃO ESPECÍFICA DE EXPRESSÕES, FRASES E PALAVRAS, BEM COMO O CONHECIMENTO DAS SEGUINTE ESTRUTURAS GRAMATICAIIS .....</b>	<b>201</b>
ADJECTIVES .....	201
ADVERBS.....	205
NOUNS.....	208
ARTICLES .....	212
CONJUNCTIONS.....	215
MODAL AUXILIARIES .....	216
PREPOSITIONS.....	218
PRONOUNS .....	221
POSSESSIVE ADJECTIVES .....	226
DETERMINERS.....	227
QUANTIFIERS.....	227
VERB TENSES .....	229
Active/Passive Voice.....	242
WH-QUESTIONS.....	243
VERB FORMS .....	244

MATEMÁTICA.....	253
■ TEORIA DOS CONJUNTOS E CONJUNTOS NUMÉRICOS.....	253
REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS .....	253
SUBCONJUNTOS .....	253
OPERAÇÕES.....	254
União.....	254
Interseção.....	254
Diferença .....	255
Complementar .....	256
CONJUNTO UNIVERSO E CONJUNTO VAZIO .....	256
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS .....	257
OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	257
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS.....	257
OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	257
■ NÚMEROS PRIMOS.....	259
■ FATORAÇÃO.....	260
■ NÚMERO DE DIVISORES.....	260
■ MÁXIMO DIVISOR COMUM E MÍNIMO MÚLTIPLO .....	260
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS.....	261
REPRESENTAÇÃO DECIMAL.....	261
OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	261
■ RAZÃO, PROPORÇÃO E SUAS PROPRIEDADES.....	262
NÚMEROS DIRETA E INDIRETAMENTE PROPORCIONAIS .....	264
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS .....	265
OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	265
MÓDULO .....	265
OPERAÇÕES COM INTERVALOS REAIS .....	265
■ NÚMEROS COMPLEXOS – REPRESENTAÇÕES ALGÉBRICA E TRIGONOMÉTRICA.....	266
OPERAÇÕES.....	267
MÓDULO .....	268

CONJUGADO DE UM NÚMERO COMPLEXO.....	268
REPRESENTAÇÃO NO PLANO DE ARGAND-GAUSS .....	269
FÓRMULAS DE MOIVRE .....	269
Potenciação .....	269
Radiciação – Extração de Raízes .....	270
RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES BINOMIAIS E TRINOMIAIS .....	270
<b>■ FUNÇÕES .....</b>	<b>272</b>
DEFINIÇÃO .....	272
DOMÍNIO, IMAGEM, CONTRADOMÍNIO.....	273
FUNÇÕES INJETORAS, SOBREJETORAS E BIJETORAS.....	273
FUNÇÕES PARES E ÍMPARES.....	274
FUNÇÕES PERIÓDICAS E FUNÇÕES COMPOSTAS .....	274
RELAÇÕES.....	274
RAIZ DE UMA FUNÇÃO.....	275
FUNÇÃO CONSTANTE, FUNÇÃO CRESCENTE, FUNÇÃO DECRESCENTE.....	275
FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA SENTENÇA .....	276
AS FUNÇÕES $Y=K/X$ , $Y=RAIZ$ QUADRADA DE $X$ E SEUS GRÁFICOS.....	276
TRANSLAÇÃO, REFLEXÃO DE FUNÇÕES .....	277
FUNÇÃO INVERSA E SEU GRÁFICO.....	278
<b>■ FUNÇÃO LINEAR E FUNÇÃO AFIM .....</b>	<b>278</b>
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS .....	278
VARIAÇÕES DE SINAL .....	279
INEQUAÇÃO PRODUTO E INEQUAÇÃO QUOCIENTE .....	279
<b>■ FUNÇÃO QUADRÁTICA.....</b>	<b>281</b>
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS .....	281
VARIAÇÕES DE SINAL .....	282
MÁXIMOS E MÍNIMOS.....	282
INEQUAÇÃO PRODUTO E INEQUAÇÃO QUOCIENTE .....	282
<b>■ FUNÇÃO MODULAR .....</b>	<b>284</b>
O CONCEITO E PROPRIEDADES DO MÓDULO DE UM NÚMERO REAL, DEFINIÇÃO, GRÁFICO, DOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO MODULAR.....	284

EQUAÇÕES MODULARES .....	284
INEQUAÇÕES MODULARES .....	285
■ FUNÇÃO EXPONENCIAL.....	285
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO EXPONENCIAL .....	285
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS.....	286
■ FUNÇÃO LOGARÍTMICA .....	286
DEFINIÇÃO DE LOGARITMO E PROPRIEDADES OPERATÓRIAS .....	286
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA.....	287
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS .....	287
LOGARITMOS DECIMAIS, CARACTERÍSTICA E MANTISSA.....	289
■ TRIGONOMETRIA.....	289
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO (RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS).....	289
TRIGONOMETRIA EM TRIÂNGULO QUALQUER .....	290
LEI DOS SENOS E LEI DOS COSSENOS .....	290
UNIDADES DE MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS: O GRAU E O RADIANO .....	292
CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO .....	292
REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE.....	293
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS .....	294
IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS.....	299
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS .....	301
FÓRMULAS DE ADIÇÃO DE ARCOS .....	303
Transformações.....	303
ARCOS DUPLOS .....	304
ARCO METADE.....	305
TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO .....	306
AS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS E SEUS GRÁFICOS .....	306
ARCOS NOTÁVEIS.....	308
SISTEMAS DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	310
RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS.....	313
RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS QUAISQUER .....	315

■	<b>CONTAGEM E ANÁLISE COMBINATÓRIA.....</b>	<b>318</b>
	FATORIAL: DEFINIÇÃO E OPERAÇÕES.....	318
	PRINCÍPIOS MULTIPLICATIVO E ADITIVO DA CONTAGEM.....	318
	ARRANJOS, COMBINAÇÕES E PERMUTAÇÕES.....	320
	BINÔMIO DE NEWTON.....	321
	Desenvolvimento, Coeficientes Binomiais e Termo Geral.....	321
■	<b>PROBABILIDADE .....</b>	<b>322</b>
	EXPERIMENTO ALEATÓRIO E EXPERIMENTO AMOSTRAL.....	323
	ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO .....	323
	PROBABILIDADE EM ESPAÇOS AMOSTRAIS EQUIPROVÁVEIS .....	323
	PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS .....	324
	PROBABILIDADE CONDICIONAL.....	325
	PROPRIEDADES DAS PROBABILIDADES.....	325
	PROBABILIDADE DE DOIS EVENTOS SUCESSIVOS.....	326
	EXPERIMENTOS BINOMIAIS .....	326
■	<b>MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES.....</b>	<b>328</b>
	OPERAÇÕES COM MATRIZES .....	329
	Adição.....	329
	Propriedades da Adição de Matrizes .....	330
	Multiplicação por Escalar.....	330
	Transposição.....	330
	Produto .....	330
	MATRIZ INVERSA .....	331
	DETERMINANTE DE UMA MATRIZ.....	331
	Definição.....	331
	Propriedades .....	332
	SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES .....	334
■	<b>SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E PROGRESSÕES.....</b>	<b>337</b>
	SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS .....	337
	PROGRESSÕES ARITMÉTICAS.....	338
	Termo Geral.....	338
	Soma dos Termos e Propriedades .....	338

<b>PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS FINITAS E INFINITAS .....</b>	<b>338</b>
Termo Geral .....	339
Soma dos Termos e Propriedades .....	339
<b>■ GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO .....</b>	<b>340</b>
<b>POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS .....</b>	<b>340</b>
<b>POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DOIS PLANOS.....</b>	<b>340</b>
<b>POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E PLANO .....</b>	<b>340</b>
<b>PERPENDICULARIDADE ENTRE DUAS RETAS, ENTRE DOIS PLANOS E ENTRE RETA E PLANO .....</b>	<b>341</b>
<b>PROJEÇÃO ORTOGONAL .....</b>	<b>341</b>
<b>■ GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA – PROJEÇÕES.....</b>	<b>342</b>
<b>POLIEDROS CONVEXOS, POLIEDROS DE PLATÃO, POLIEDROS REGULARES: DEFINIÇÕES, PROPRIEDADES E RELAÇÃO DE EULER.....</b>	<b>342</b>
<b>PRISMAS .....</b>	<b>343</b>
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos.....	343
<b>PIRÂMIDE.....</b>	<b>345</b>
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos.....	345
<b>CILINDRO.....</b>	<b>346</b>
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos.....	346
<b>CONE.....</b>	<b>347</b>
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos.....	347
<b>ESFERA.....</b>	<b>349</b>
Elementos, Seção da Esfera, Área, Volumes e Partes da Esfera .....	349
<b>SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO .....</b>	<b>349</b>
<b>INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO DE SÓLIDOS.....</b>	<b>351</b>
<b>■ GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA.....</b>	<b>353</b>
<b>PONTO .....</b>	<b>353</b>
O Plano Cartesiano .....	353
Distância Entre Dois Pontos.....	353
Ponto Médio de Um Segmento e Condição de Alinhamento de Três Pontos .....	353
<b>RETA .....</b>	<b>354</b>
Equações Geral e Reduzida.....	354
Interseção de Retas .....	354

Paralelismo e Perpendicularidade .....	354
Ângulo Entre Duas Retas .....	355
Distância Entre Ponto e Reta e Distância entre Duas Retas .....	355
Bissetrizes do Ângulo entre Duas Retas .....	355
Área de Um Triângulo e Inequações do Primeiro Grau com Duas Variáveis .....	356
<b>CIRCUNFERÊNCIA .....</b>	<b>357</b>
Equações Geral e Reduzida .....	357
Posições Relativas Entre Ponto e Circunferência .....	357
Reta e Circunferência e Duas Circunferências .....	357
Problemas de Tangência .....	359
Equações e Inequações do Segundo Grau com Duas Variáveis .....	360
<b>ELIPSE .....</b>	<b>361</b>
Definição .....	361
Equação .....	362
Posições Relativas Entre Ponto e Elipse .....	362
Posições Relativas Entre Reta e Elipse .....	362
<b>HIPÉRBOLE .....</b>	<b>364</b>
Definição .....	364
Equação da Hipérbole .....	364
Posições Relativas Entre Ponto e Hipérbole .....	364
Posições Relativas Entre Reta e Hipérbole .....	364
Equações das Assíntotas da Hipérbole .....	365
<b>PARÁBOLA .....</b>	<b>366</b>
Definição .....	366
Equação .....	366
Posições Relativas Entre Ponto e Parábola .....	366
Posições Relativas Entre Reta e Parábola .....	367
<b>RECONHECIMENTO DE CÔNICAS A PARTIR DE SUA EQUAÇÃO GERAL .....</b>	<b>367</b>
<b>GEOMETRIA PLANA - POLÍGONOS REGULARES, CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS .....</b>	<b>368</b>
<b>ÂNGULO .....</b>	<b>368</b>
Definição, Elementos e Propriedades .....	368
<b>CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS .....</b>	<b>370</b>
Ângulos na Circunferência .....	370
<b>PARALELISMO .....</b>	<b>372</b>

PERPENDICULARIDADE.....	372
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS .....	373
PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO.....	374
TRIÂNGULOS RETÂNGULOS.....	375
RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS .....	375
RELAÇÕES MÉTRICAS EM TRIÂNGULOS QUAISQUER.....	375
RELAÇÃO DE STEWART .....	376
TEOREMA DE PITÁGORAS .....	377
CONGRUÊNCIA DE FIGURAS PLANAS.....	377
FEIXE DE RETAS PARALELAS E TRANSVERSAIS.....	378
TEOREMA DE TALES.....	378
TEOREMA DAS BISSETRIZES INTERNAS E EXTERNAS DE UM TRIÂNGULO.....	379
QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS .....	379
POLÍGONOS .....	381
POLÍGONOS REGULARES.....	382
PERÍMETRO E ÁREA DE POLÍGONOS.....	383
FÓRMULA DE HERON (HIERÃO) .....	385
FÓRMULA DE HERON (HIERÃO) .....	385
RAZÃO ENTRE ÁREAS.....	385
POLÍGONOS INSCRITOS (INSCRIÇÃO) E CIRCUNSCRITOS (CIRCUNSCRIÇÃO) .....	385
LUGARES GEOMÉTRICOS .....	387
LINHA POLIGONAL.....	388
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO .....	389
<b>■ POLINÔMIOS .....</b>	<b>391</b>
FUNÇÃO POLINOMIAL .....	391
IDENTIDADE DE UM POLINÔMIO.....	391
Polinômio Identicamente Nulo .....	391
GRAU DE UM POLINÔMIO .....	391
RAIZ DE UM POLINÔMIO – VALOR NUMÉRICO DE UM POLINÔMIO.....	391
OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS.....	392

DIVISÃO DE POLINÔMIOS.....	392
TEOREMA DO RESTO .....	393
TEOREMA DE D'ALEMBERT.....	393
DISPOSITIVO DE BRIOT-RUFFINNI .....	393
FATORAÇÃO E MULTIPLICIDADE DE RAÍZES E PRODUTOS NOTÁVEIS .....	394
MÁXIMO DIVISOR COMUM DE POLINÔMIOS.....	395
<b>■ EQUAÇÕES POLINOMIAIS.....</b>	<b>395</b>
TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA.....	395
Teorema da Decomposição .....	395
RAÍZES IMAGINÁRIAS .....	395
RAÍZES RACIONAIS.....	396
RELAÇÕES DE GIRARD – RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTES E RAÍZES .....	396
TEOREMA DE BOLZANO .....	397
 LÍNGUA PORTUGUESA.....	 405
<b>■ LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DE TEXTOS.....</b>	<b>405</b>
LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS PRESENTES NUM TEXTO E RELACIONAMENTO DESSES COM O UNIVERSO EM QUE O TEXTO FOI PRODUZIDO .....	405
<b>■ FONÉTICA .....</b>	<b>407</b>
FONEMAS; SÍLABA; TONICIDADE; ORTOÉPIA; PROSÓDIA; ORTOGRAFIA; ACENTUAÇÃO G RÁFICA; NOTAÇÕES LÉXICAS; ABREVIATURAS; SIGLAS E SÍMBOLOS.....	407
MORFOLOGIA .....	412
ESTRUTURA DAS PALAVRAS; FORMAÇÃO DAS PALAVRAS; SUFIXOS; PREFIXOS; RADICAIS GREGOS E LATINOS; ORIGENS DAS PALAVRAS DA LÍNGUA PORTUGUESA.....	412
CLASSIFICAÇÃO E FLEXÃO DAS PALAVRAS (SUBSTANTIVO; ARTIGO; ADJETIVO; NUMERAL; PRONOME; VERBO; ADVÉRBIO; PREPOSIÇÃO; CONJUNÇÃO; INTERJEIÇÃO; CONECTIVOS E FORMAS VARIANTES).....	416
Emprego de Algumas Classes de Palavras.....	416
Emprego dos Modos e dos Tempos Verbais .....	426
Emprego do Infinitivo Verbal e Emprego do Verbo Haver .....	427
<b>■ SEMÂNTICA.....</b>	<b>437</b>
SIGNIFICAÇÃO DAS PALAVRAS .....	437
<b>■ SINTAXE.....</b>	<b>439</b>

ANÁLISE SINTÁTICA; TERMOS ESSENCIAIS DA ORAÇÃO; TERMOS INTEGRANTES DA ORAÇÃO; TERMOS ACESSÓRIOS DA ORAÇÃO; PERÍODO COMPOSTO; ORAÇÕES COORDENADAS; ORAÇÕES PRINCIPAIS E ORAÇÕES SUBORDINADAS; ORAÇÕES SUBORDINADAS SUBSTANTIVAS; ORAÇÕES SUBORDINADAS ADJETIVAS; ORAÇÕES SUBORDINADAS ADVERBIAIS; ORAÇÕES REDUZIDAS; ESTUDO COMPLEMENTAR DO PERÍODO COMPOSTO .....	439
SINTAXE DE CONCORDÂNCIA .....	448
SINTAXE DE REGÊNCIA (VERBAL E NOMINAL); .....	453
SINTAXE DE COLOCAÇÃO .....	455
SINAIS DE PONTUAÇÃO .....	455
■ <b>TEORIA DA LINGUAGEM</b> .....	<b>458</b>
HISTÓRIA DA LÍNGUA PORTUGUESA; LINGUAGEM, LÍNGUA, DISCURSO E ESTILO; NÍVEIS DE LINGUAGEM E FUNÇÕES DA LINGUAGEM .....	458
■ <b>ESTILÍSTICA</b> .....	<b>460</b>
FIGURAS DE LINGUAGEM .....	460
■ <b>ALTERAÇÕES INTRODUZIDAS NA ORTOGRAFIA OFICIAL DA LÍNGUA PORTUGUESA PELO ACORDO ORTOGRÁFICO DA LÍNGUA PORTUGUESA</b> .....	<b>463</b>
ACORDO ASSINADO EM LISBOA, EM 16 DE DEZEMBRO DE 1990, POR PORTUGAL, BRASIL, ANGOLA, SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE, CABO VERDE, GUINÉ-BISSAU, MOÇAMBIQUE E, POSTERIORMENTE, POR TIMOR LESTE, APROVADO NO BRASIL PELO DECRETO Nº 6.583, DE 29 DE SETEMBRO DE 2008, E ALTERADO PELO DECRETO Nº 7.875, DE 27 DE DEZEMBRO DE 2012 .....	463
■ <b>LITERATURA BRASILEIRA</b> .....	<b>465</b>
LÍNGUA E ARTE LITERÁRIA; LITERATURA E HISTÓRIA DA LITERATURA; GÊNEROS LITERÁRIOS; LINGUAGEM POÉTICA; ELEMENTOS DA NARRATIVA; TROVADORISMO; HUMANISMO; CLASSICISMO; QUINHENTISMO; BARROCO; ARCADISMO; ROMANTISMO - PROSA E POESIA; REALISMO/NATURALISMO; PARNASIANISMO; SIMBOLISMO; PRÉ-MODERNISMO; MOVIMENTOS DE VANGUARDA EUROPEIA NO BRASIL; MODERNISMO BRASILEIRO - PROSA E POESIA (1ª, 2ª E 3ª GERAÇÕES); E TENDÊNCIAS DA LITERATURA BRASILEIRA CONTEMPORÂNEA .....	465

# MATEMÁTICA

## TEORIA DOS CONJUNTOS E CONJUNTOS NUMÉRICOS

A **Teoria de Conjuntos** deve ser vista como **um dos tópicos mais importantes** da Matemática Contemporânea.

É ela que dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à Matemática, como por exemplo: Funções, Probabilidade, Análise Combinatória, Polinômios, Progressões (Aritméticas e Geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por essa Teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

### NOÇÕES PRIMITIVAS

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

- conjunto;
- elemento;
- pertinência entre Conjunto e Elemento.

Os **Conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas maiúsculas: A, B, C etc.

Alguns exemplos de Conjuntos:

- $M = \{\text{janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro}\}$  é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  é o conjunto dos números primos até 19;
- $N = \{\text{Estados Unidos, Canadá, México}\}$  é o conjunto dos países da América do Norte.

Os **Elementos** referem-se aos objetos inerentes aos Conjuntos. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos Conjuntos apresentados são elementos destes (por exemplo, no conjunto dos números primos, cada número ali destacado representa um elemento desse conjunto).

A **Relação de Pertinência** entre Conjunto e Elemento estabelece a identificação entre eles. Para tanto, utilizamos os símbolos  $\in$  (pertence) ou  $\notin$  (não pertence).

Nos exemplos citados temos algumas situações para destacar essa relação:

- o mês de abril não pertence ao conjunto  $M$ , ou simbolicamente,  $\text{Abril} \notin M$ ;
- o número 11 pertence ao conjunto  $P$ , ou simbolicamente,  $11 \in P$ ;
- o Haiti não pertence ao conjunto  $N$ , ou simbolicamente,  $\text{Haiti} \notin N$ .

## REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

Existem três maneiras distintas de se apresentar Conjuntos:

- analítica;
- sintética;
- Diagrama de Euler-Venn (ou simplesmente Diagrama).

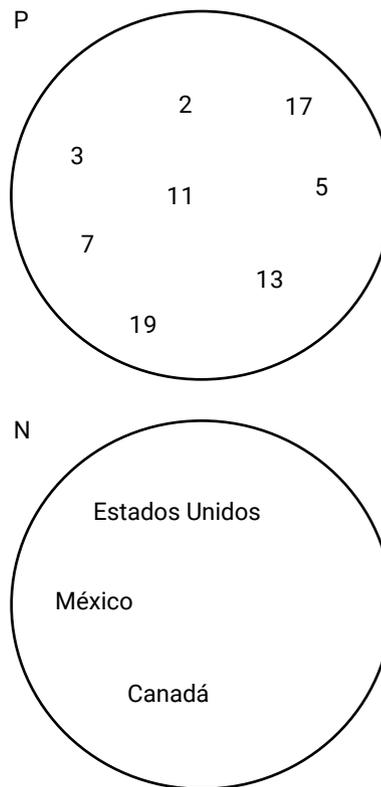
Na representação **Analítica**, destaca-se cada um dos elementos que pertencem a um determinado conjunto. Nos exemplos mencionados (conjuntos  $M$ ,  $P$  e  $N$ ), todos eles foram representados dessa maneira.

Na representação **Sintética**, devemos destacar uma característica que seja comum a todos os elementos pertencentes a um conjunto qualquer. Nos exemplos citados, essa representação ficaria da seguinte maneira (abaixo, lê-se  $x/x$  como “ $x$  é tal que  $x$  tem a propriedade”):

- $M = \{x / x \text{ é mês do ano com 31 dias}\}$ ;
- $P = \{x / x \text{ é número primo}\}$ ;
- $N = \{x / x \text{ é país da América do Norte}\}$ .

Na representação por **Diagramas**, devemos definir uma região (normalmente um círculo) onde devem ser representados todos os elementos pertencentes ao conjunto. Importante não esquecer de nomear esse conjunto.

Observe as situações abaixo (já apresentados anteriormente) que são exemplos dessa representação:



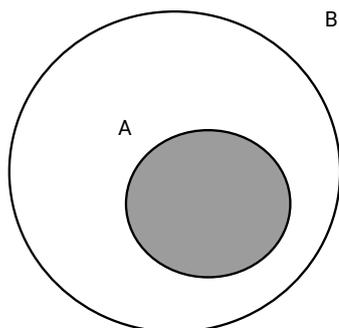
Representação de conjuntos por diagramas.

## SUBCONJUNTOS

Um conjunto A é **Subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertence também a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte:  $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$  (lê-se: A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Subconjunto A do conjunto B.

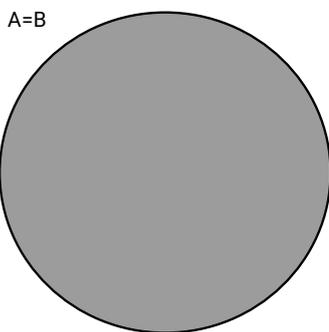
Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A (no interior da região verde), automaticamente, pertence também a B.

É desta maneira que representamos por Diagramas a relação de inclusão:  $A \subset B$ . Concluimos que A é subconjunto de B.

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos — situação na qual vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos  $\in$  (pertence) ou  $\notin$  (não pertence) —, quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- $\subset$  (está contido);
- $\not\subset$  (não está contido);
- $\supset$  (contém);
- $\not\supset$  (não contém).

Dá-se o nome de **Subconjunto Impróprio** de B à seguinte situação:



Subconjunto Impróprio de B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte:  $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ e } B \subset A)$  (lê-se: A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A).

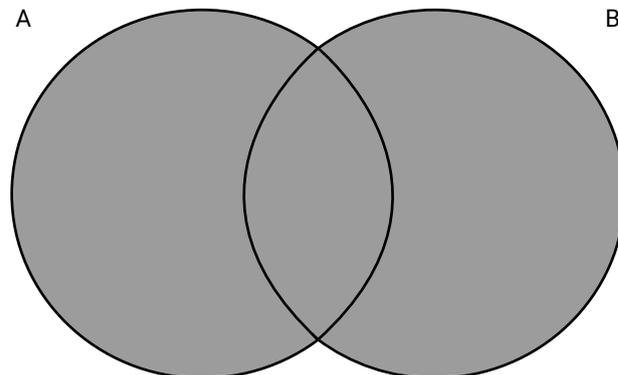
## OPERAÇÕES

### União

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **União** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte:  $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$  (lê-se: os elementos do conjunto A união com B são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



União dos conjuntos A e B.

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto  $A \cup B$  (A união com B) são aqueles que pertencem exclusivamente a A, unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B, unidos com aqueles que pertencem à interseção (como veremos em seguida).

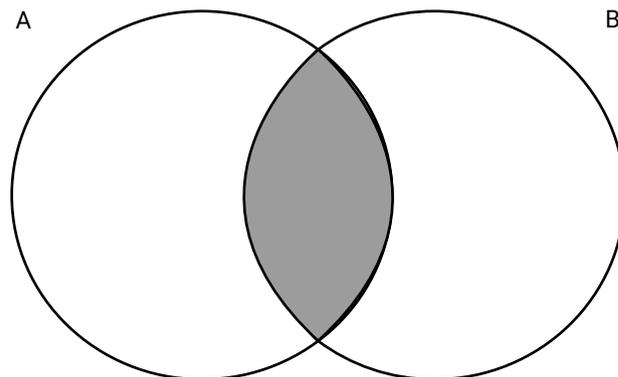
É dessa maneira que representamos por Diagramas a relação de disjunção lógica  $A \cup B$ .

### Interseção

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Interseção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte:  $A \cap B = \{x / x \in A \text{ e } x \in B\}$  (lê-se: os elementos do conjunto A interseção com B são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar essa situação da seguinte maneira:



Interseção dos conjuntos A e B.

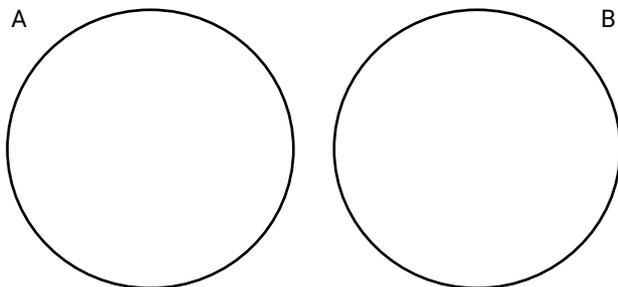
Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto  $A \cap B$  (A interseção com B) são aqueles que pertencem a A e B simultaneamente.

É dessa maneira que representamos por Diagramas a relação de conjunção lógica  $A \cap B$ .

## Dica

Existe uma diferença entre **conjuntos disjuntos** (interseção vazia) e **conjuntos intersecantes** (interseção não vazia).

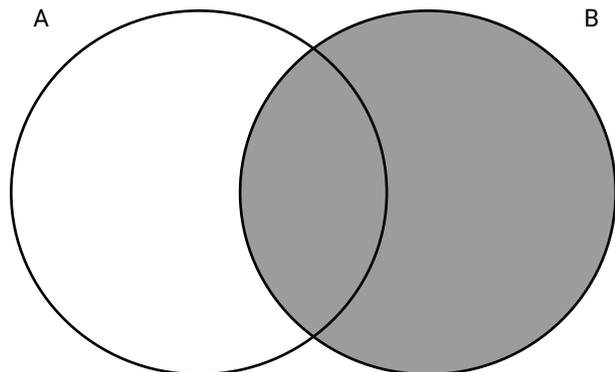
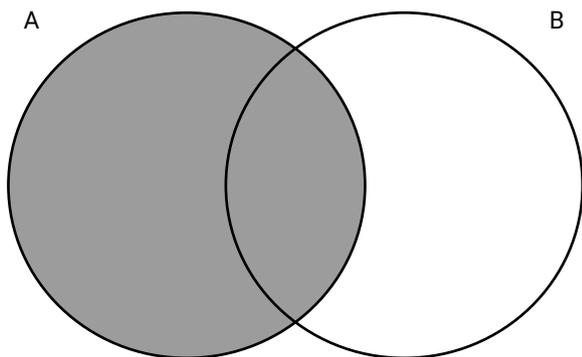
Anteriormente, por diagramas, representamos dois conjuntos A e B intersecantes. Veja na figura abaixo como devemos representar conjuntos disjuntos.



Conjuntos A e B disjuntos.

Apresentadas as operações de União e interseção entre dois ou mais conjuntos (isso mesmo! É possível expandir o que aprendemos nestes dois últimos tópicos para 3 ou 4 conjuntos por exemplo) um princípio é de extrema importância para não contabilizarmos a mais a quantidade de elementos de um conjunto qualquer. Trata-se do **Princípio da Inclusão-Exclusão** cuja notação (mais rigorosa e carregada de símbolos) é a seguinte:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  (lê-se: o número de elementos do conjunto A união com B é dado pelo número de elementos de A, somado com o número de elementos de B, menos o número de elementos de A interseção com B).

Observe as seguintes passagens para constatar a veracidade do Princípio:



Interseção em relação ao Princípio da Inclusão-Exclusão.

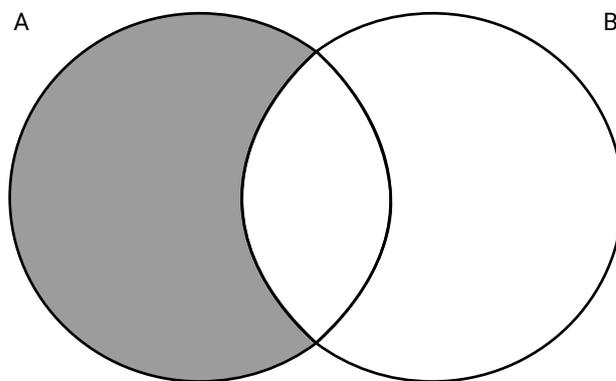
Observe que, ao representarmos na figura (à esquerda) o conjunto A, automaticamente a interseção de A com B ( $A \cap B$ ) foi adicionada, pois ela está contida em A ( $(A \cap B) \subset A$ ). O mesmo ocorre em relação ao conjunto B: automaticamente a interseção de A com B ( $A \cap B$ ) foi adicionada (figura à direita), pois ela está contida em B ( $(A \cap B) \subset B$ ). Portanto, **temos que eliminar a interseção uma vez** (correspondente ao termo  $n(A \cap B)$  no Princípio da Inclusão-Exclusão), para que a contagem não seja excedida.

## Diferença

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Diferença** entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte:  $A - B = \{x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$  (lê-se: os elementos do conjunto A diferença com B são representados por x, tal que x pertence a A e x não pertence a B).

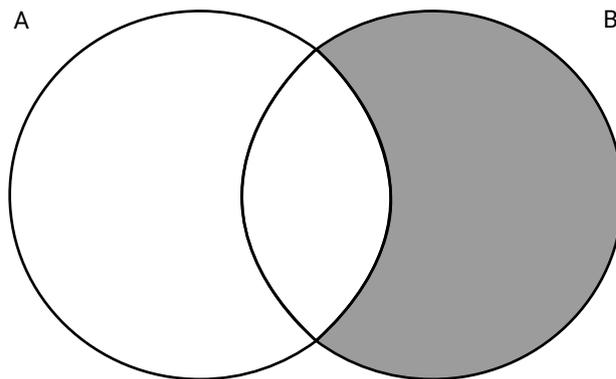
Por diagramas, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto A diferença com B.

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto  $A - B$  (A diferença com B) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto A.

Da mesma maneira podemos definir o conjunto  $B - A$  (B diferença com A) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto B (veja figura a seguir).



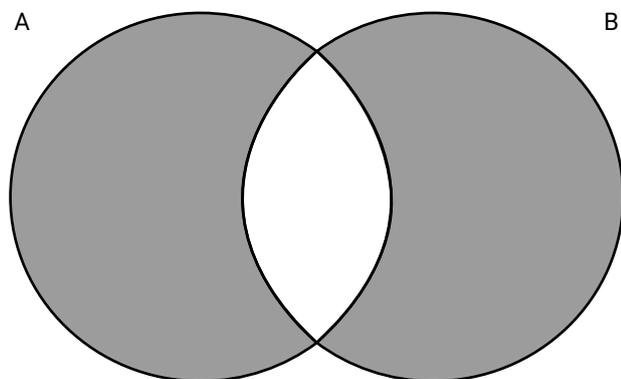
Conjunto B diferença com A.

## • Diferença simétrica de conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Diferença Simétrica** de A com B o conjunto formado pelos elementos que pertencem exclusivamente a A ou a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte:  $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$  (lê-se: os elementos do conjunto A diferença simétrica com B são representados pela diferença entre o conjunto A união com B e A interseção com B, ou ainda, esse mesmo conjunto pode ser representado pela união entre a diferença de A com B e de B com A).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto Diferença Simétrica de A com B.

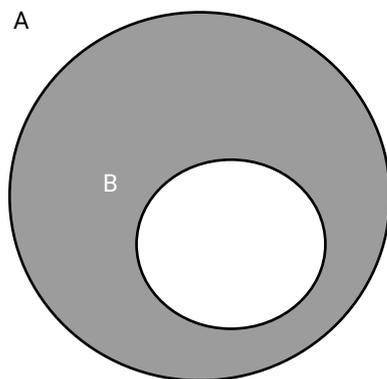
### Complementar

Dados dois conjuntos A e B, tais que  $B \subset A$ , chama-se **Complementar** de B em relação a A o conjunto  $A - B$ , isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte:  $C_A^B = A - B$  (lê-se: complementar de B em relação a A, equivale a A diferença com B).

O complementar de B em relação a A também pode ser representado por:  $\bar{B}$  ou  $B^c$ .

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto Complementar de B em relação a A.

### Importante!

O conjunto  $C_A^B = \bar{B} = B^c$  só será diferente do conjunto vazio ( $\emptyset$ ) se for respeitada a restrição de que  $B \subset A$ .

## CONJUNTO UNIVERSO E CONJUNTO VAZIO

### Conjunto Vazio

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um conjunto vazio é:  $\{\}$  ou  $\emptyset$

### Importante!

É muito comum as pessoas representarem o Conjunto Vazio da seguinte maneira:  $\{\emptyset\}$

Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio.

Complicado?

O importante é não cometer esse erro de forma alguma: utilize  $\{\}$  ou  $\emptyset$  e nunca as duas representações ao mesmo tempo!

São **exemplos** de conjuntos vazios:

- conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- número primo irracional;
- seleção de futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

### Conjunto Universo

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

Como exemplo de conjunto universo, considere a seguinte situação: se fôssemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do Ensino Médio de uma Escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso Conjunto Universo poderia ser representado pela Turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola em que ele estuda.

Perceba que, nesse caso, dá para escolher mais de um conjunto Universo, isto é, você poderá escolher o Conjunto Universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse e, dentre eles, selecionar aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

**Duas propriedades** são bastante importantes e impactam diretamente na compreensão de outros conteúdos que dependem de Teoria de Conjuntos:

- **O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto!** Representamos tal situação da seguinte maneira:  $\emptyset \subset A$ . Essa propriedade é de extrema relevância para a simplificação de demonstrações de Teoremas. Sem ela, diversas situações envolvendo conjuntos teriam suas “comprovações” apresentadas de uma maneira muito mais extenuante (cansativa)!
- **Todo conjunto está contido em si mesmo!** Representamos essa situação da seguinte maneira:  $A \subset A$ . Esta propriedade tem lugar de destaque no contexto da Teoria de Conjuntos e é extremamente útil no que se refere à simplificação de demonstrações de Teoremas. Ela também recebe o nome de Propriedade Reflexiva.

## CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

### OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra  $N$ , e podemos escrever os seus elementos entre chaves:

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \dots\}$

As reticências indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de “contagem natural”. Por isso, utiliza-se o símbolo  $N^*$  para designar os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero. Vejam:  $N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

**Lembre-se:** o símbolo do conjunto dos **números naturais é a letra  $N$**  e podemos ter ainda, o **símbolo  $N^*$** , que representa os **números naturais positivos, isto é, excluindo o zero.**

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- Sucessor: é o próximo número natural.

Exemplo: o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. E o sucessor do número “ $n$ ” é o número “ $n+1$ ”.

- Antecessor: é o número natural anterior.

Exemplo: o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. E o antecessor do número “ $n$ ” é o número “ $n-1$ ”.

- Números consecutivos: são números em sequência.

Exemplo: 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim,  $(n-1, n$  e  $n+1)$  são números consecutivos.

- Números naturais pares: são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares.
- Números naturais ímpares: ao serem divididos por 2, deixam resto 1. Todos os números que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são ímpares.

#### Atenção!

A soma ou subtração de dois números pares tem resultado par.

Ex.:  $12 + 8 = 20$ ;  $12 - 8 = 4$ .

A soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par.

Ex.:  $13 + 7 = 20$ ;  $13 - 7 = 6$ .

A soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar.

Ex.:  $14 + 5 = 19$ ;  $14 - 5 = 9$ .

A multiplicação de números pares tem resultado par.

Ex.:  $8 \cdot 6 = 48$ .

A multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:

Ex.:  $3 \cdot 7 = 21$ .

A multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:

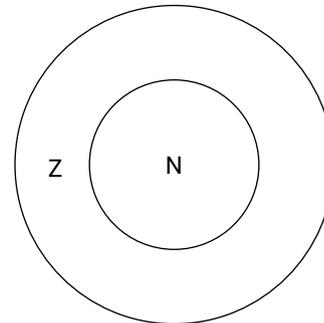
Ex.:  $4 \cdot 5 = 20$ .

## CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja:

$Z = \{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

O símbolo desse conjunto é a letra  $Z$ . Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Logo, podemos representar através de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros ou ainda que  $N$  é um subconjunto de  $Z$ . Observe:



Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- Números inteiros não negativos =  $\{4, 5, 6, \dots\}$ . Veja que são os números naturais;
- Números inteiros não positivos =  $\{\dots, -3, -2, -1, 0\}$ ; Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- Números inteiros negativos =  $\{\dots, -3, -2, -1\}$ . O zero não faz parte;
- Números inteiros positivos =  $\{5, 6, 7, \dots\}$ . Novamente, o zero não faz parte.

### OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

#### Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é:  $20 + 5 = 25$

Veja mais alguns exemplos:

Adição de 15 e 3:  $15 + 3 = 18$

Adição de 55 e 30:  $55 + 30 = 85$

#### Principais propriedades da operação de adição:

- Propriedade comutativa: a ordem dos números não altera a soma.

Ex.:  $115 + 35$  é igual a  $35 + 115$ .