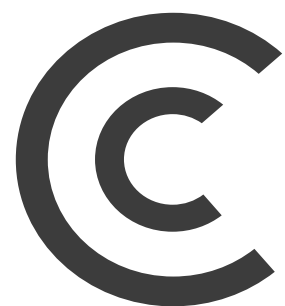


NÍVEL MÉDIO

ENCCEJA



SUMÁRIO

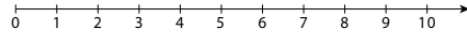
MÓDULO 1 – LINGUAGENS, CÓDIGOS E SUAS TECNOLOGIAS	11
■ LINGUAGENS E INTERAÇÃO HUMANA	11
■ RECURSOS UTILIZADOS NA ORGANIZAÇÃO INTERNA DO TEXTO	27
■ O DIÁLOGO SEM FIM EXISTENTE ENTRE OS TEXTOS.....	31
■ ORTOGRAFIA DA LÍNGUA PORTUGUESA.....	36
■ A ARGUMENTAÇÃO EM GÊNEROS JORNALÍSTICOS	39
■ DAS PALAVRAS AO CONTEXTO	59
■ LITERATURA.....	60
■ AS LÍNGUAS ESTRANGEIRAS MODERNAS EM NOSSA SOCIEDADE	80
MÓDULO 2 – MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS.....	99
■ A MATEMÁTICA: UMA CONSTRUÇÃO DA HUMANIDADE.....	99
■ NÚMEROS RACIONAIS, IRRACIONAIS E REAIS.....	102
■ O DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA E OS OUTROS CAMPOS DO CONHECIMENTO	105
■ INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES: IDEIAS E APLICAÇÕES	110
■ EQUAÇÃO DE 2º GRAU.....	115
■ SEQUÊNCIAS E REGULARIDADES.....	117
■ PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS	119
■ RELAÇÕES GEOMÉTRICAS: CONGRUÊNCIA, SEMELHANÇA E TEOREMA DE PITÁGORAS....	121
■ LOGARITMOS	126
■ COMBINATÓRIA.....	127
■ PERMUTAÇÕES.....	129
■ PROBABILIDADE	130
■ PORCENTAGEM E JUROS	136
■ MATRIZES.....	141

MÓDULO 3 – CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS	155
■ A CIÊNCIA COMO CONSTRUÇÃO HUMANA	155
■ CIÊNCIA E TECNOLOGIA	157
■ A DESCRIÇÃO DO MOVIMENTO	157
■ LEIS DE NEWTON E SUAS APLICAÇÕES	159
■ FLUTUAÇÃO.....	164
■ ROTAÇÃO	167
■ ENERGIA.....	169
■ O CALOR E SUA PROPAGAÇÃO	174
■ SOM E ENERGIA SONORA.....	177
■ LUZ: ENERGIA LUMINOSA	181
■ ELETRICIDADE.....	186
■ RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA	194
■ FÍSICA NUCLEAR.....	197
■ QUÍMICA, NATUREZA E TECNOLOGIA.....	198
■ CONSTITUIÇÃO DA MATÉRIA	207
■ RELAÇÃO ENTRE MASSA E NÚMERO DE PARTÍCULAS	212
■ TABELA PERIÓDICA.....	214
■ PROCESSOS PRODUTIVOS: FERMENTAÇÃO	216
■ MEDINDO A CONCENTRAÇÃO DO ÁLCOOL	219
■ A ENERGIA NAS REAÇÕES QUÍMICAS	220
■ A NATUREZA ELÉTRICA DA MATÉRIA, O ÁTOMO E A ENERGIA ATÔMICA.....	221
■ A DESCOBERTA DO NÚCLEO E O MODELO ATÔMICO DE RUTHERFORD.....	222
■ O ÁTOMO, AS LIGAÇÕES QUÍMICAS E AS PROPRIEDADES QUÍMICAS.....	224
■ AS PROPRIEDADES E A ESTRUTURA DAS SUBSTÂNCIAS MOLECULARES	231
■ OCORRÊNCIA DE ÁGUA NO PLANETA TERRA.....	234
■ OS METAIS, OS ÁCIDOS, AS BASES E OS SAIS.....	238
■ A ENERGIA ELÉTRICA E AS REAÇÕES DE OXIRREDUÇÃO	244

■ A ATMOSFERA	246
■ OCEANOS: REGULADORES DO CLIMA TERRESTRE E FONTES DE MATÉRIA-PRIMA.....	252
■ DETERMINANDO O PH	255
■ RECURSOS NÃO RENOVÁVEIS: PETRÓLEO, GÁS NATURAL E CARVÃO MINERAL	256
■ OS BIOCOMBUSTÍVEIS E AS FUNÇÕES OXIGENADAS	258
■ POLÍMEROS NATURAIS	261
■ PRODUTOS DE HIGIENE	263
■ COMPREENDENDO O ORGANISMO HUMANO: O QUE É PRECISO PARA SE TER SAÚDE?	266
■ INTERDEPENDÊNCIA DOS SERES VIVOS.....	266
■ ECOLOGIA	272
■ QUALIDADE DE VIDA DAS POPULAÇÕES HUMANAS: SAÚDE INDIVIDUAL E COLETIVA	275
■ A BIODIVERSIDADE E OS DESAFIOS DA CLASSIFICAÇÃO BIOLÓGICA	284
■ OS REINOS MONERA, PROTISTA E FUNGI	287
■ AS PLANTAS E OS ANIMAIS.....	290
■ O REINO ANIMALIA.....	294
■ ORIGEM E EVOLUÇÃO DA VIDA.....	296
■ ORIGEM DAS ESPÉCIES E EVOLUÇÃO HUMANA	300
■ A ORGANIZAÇÃO CELULAR DOS SERES VIVOS.....	304
■ GENÉTICA HUMANA E SAÚDE.....	314
■ BIOTECNOLOGIA.....	316
MÓDULO 4 – CIÊNCIAS HUMANAS E SUAS TECNOLOGIAS	329
■ CARTOGRAFIAS DO MUNDO CONTEMPORÂNEO	329
■ GLOBALIZAÇÃO: UMA NOVA FACE DO MUNDO ATUAL	332
■ CONFLITOS NO MUNDO CONTEMPORÂNEO	335
■ ÁGUA: USOS E ABUSOS	339
■ BIOSFERA: ASPECTOS NATURAIS E AÇÃO HUMANA	340
■ BRASIL, UMA HISTÓRIA TERRITORIAL.....	341
■ A INDUSTRIALIZAÇÃO BRASILEIRA: PERCURSOS E PERSPECTIVAS	344

■ A PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA BRASILEIRA: ESPAÇOS, SETORES E ATIVIDADES.....	345
■ BRASIL: DINÂMICAS DEMOGRÁFICAS E SOCIAIS.....	347
■ BRASIL: DE PAÍS AGRÁRIO E RURAL A URBANO-INDUSTRIAL	349
■ INDICADORES SOCIAIS: O DESAFIO DAS DESIGUALDADES NO BRASIL	351
■ BRASIL: RECURSOS NATURAIS E QUESTÕES AMBIENTAIS	352
■ PERSPECTIVAS ENERGÉTICAS E QUESTÕES AMBIENTAIS NO BRASIL	357
■ REGIONALIZAÇÃO DO ESPAÇO MUNDIAL.....	358
■ ESPAÇO, CULTURA E IDENTIDADES CULTURAIS	364
■ ÁFRICA: MARCAS DO PASSADO, DESAFIOS CONTEMPORÂNEOS.....	366
■ OS PRIMEIROS TEMPOS DA HUMANIDADE E AS PRIMEIRAS CIVILIZAÇÕES	370
■ A CRIAÇÃO DE UMA NOVA VIDA SOCIAL E POLÍTICA NA EUROPA E DE UM IMPÉRIO NA IDADE MÉDIA	376
■ RENASCIMENTO COMERCIAL, URBANO E CULTURAL.....	380
■ AS REFORMAS RELIGIOSAS NA EUROPA	385
■ O MUNDO EM REVOLUÇÃO: TRANSFORMAÇÕES SOCIAIS E POLÍTICAS NOS SÉCULOS XVIII E XIX.....	386
■ OS CAMINHOS E DESCAMINHOS DO IMPÉRIO E DA REPÚBLICA VELHA NO BRASIL	397
■ O MUNDO DIVIDIDO E A ERA VARGAS.....	406
■ A RETOMADA DA DEMOCRACIA NO BRASIL.....	411
■ DESCOBRINDO A FILOSOFIA.....	414
■ PRECONCEITO.....	421
■ CIDADANIA	422
■ INDÚSTRIA CULTURAL E CONDUTAS MASSIFICADAS	425
■ HANNAH ARENDT E ADORNO: REFLEXÕES NECESSÁRIAS	429
■ SOCIOLOGIA E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA AS QUESTÕES HUMANAS	434

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS



A MATEMÁTICA: UMA CONSTRUÇÃO DA HUMANIDADE

A matemática e o dia a dia

As condições de vida da humanidade se modificaram ao longo do tempo, com o desenvolvimento da agricultura, do comércio, da indústria, do conhecimento e da tecnologia, através das consequências do avanço em todas essas áreas. Apesar de o homem não ter registrado o que fazia e pensava no início de sua história, ele precisava resolver problemas de seu dia a dia, ligados à sua subsistência. Ao buscar soluções para eles, o conhecimento matemático começou a ser construído.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Os números na sociedade atual

Os números governam o mundo, já diziam os matemáticos da Grécia Antiga. Pode-se dizer que, nos tempos atuais, essa frase é ainda mais verdadeira, dado o amplo uso da Matemática em atividades profissionais e científicas, nos meios de comunicação e em situações do dia a dia.

Só mesmo na imaginação e na fantasia seria possível conceber um mundo sem números, uma vez que eles são empregados para contar, medir, expressar datas, idades e endereços; estão presentes em documentos, no valor das coisas que são consumidas, em informações de embalagens, nos canais de TV, nas faixas de rádio, nas medidas de roupas... Há vários significados para os números. Na escola, eles são estudados em situações de contagem, medição, cálculo, localização e codificação.

Toda essa importância justifica a atenção que os matemáticos sempre deram ao estudo dos números, desde as primeiras contagens, há mais de 10 mil anos, mas, se antes bastava conhecer os números como 1, 2, 3, 100, 200 etc. para contar quantidades de objetos, hoje o desenvolvimento científico – com computadores e satélites de última geração – exige o uso de números que expressam, por exemplo, a ideia de quantidades negativas e fracionárias. Por causa de sua variedade, os números foram organizados em conjuntos numéricos com base em suas características e propriedades.

Os números naturais na sociedade e na escola

Os primeiros números que você aprendeu estavam associados a situações de contagem. São os números utilizados naturalmente para contar a quantidade de objetos de uma coleção ou de um grupo de pessoas: 1, 2, 3, 4, 5, ... A esse conjunto numérico, os matemáticos acrescentaram o 0 (zero) e o denominaram conjunto dos números naturais, identificado por \mathbb{N} , cuja representação pode ser feita pela enumeração de seus elementos – $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$ – ou na reta numérica:

É usual representar um conjunto numérico empregando marcadores de abertura e de fechamento conhecidos como chaves $\{ \}$.

Por exemplo, para expressar os números naturais maiores que 10 e menores que 15, nomeia-se o conjunto usando um símbolo, como a letra “A” (maiúscula), e colocam-se seus elementos entre chaves:

$$A = \{11, 12, 13, 14\}$$

Se o conjunto for infinito, é impossível expressar todos os seus elementos. Nesse caso, usa-se o código “...” (reticências), para indicar que o conjunto não acaba ali e que existem outros elementos. Considere, por exemplo, o conjunto I dos números ímpares:

$$I = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

Emprega-se, portanto, a linguagem matemática para expressar conjuntos numéricos. Veja alguns exemplos.

Conjunto dos números pares maiores que 10 e menores que 20:

$$A = \{12, 14, 16, 18\}$$

Conjunto dos números da tabuada do 3, maiores que 10 e menores que 20:

$$C = \{12, 15, 18\}$$

Observação: diz-se que os números 12, 15 e 18 são múltiplos de 3.

Conjunto dos divisores de 12:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

Atenção! Um número é divisor de outro se a divisão é exata, ou seja, se não tem resto. Nessa situação, diz-se que o resto é igual a zero. Por exemplo:

dividendo →	12	4	← divisor
resto →	0	3	← quociente

Características do Conjunto \mathbb{N}

O conjunto dos números naturais tem muitas características. Leia as proposições a seguir, interprete-as e, se possível, exemplifique o que entendeu, criando outros exemplos além daqueles já fornecidos nas explicações.

- Todo número natural tem um sucessor; a consequência disso é a de que o conjunto dos números naturais é infinito.

Se n é um número natural, então $n + 1$ também é natural. Exemplo: 47 é natural; seu sucessor, 48, também o é. Não existe um número natural que seja o maior de todos. Mesmo que se escolha um número natural muito grande, é sempre possível somar 1 a esse número e encontrar outro ainda maior.

- Há apenas um único número natural que não tem antecessor: 0 (zero);
- Entre dois números naturais consecutivos não existe outro número natural. Exemplo: entre 47 e 48 não existe outro número natural;

- Adicionando ou multiplicando dois números naturais quaisquer, obtém-se outro número natural. Em linguagem simbólica, diz-se que: “Se n e m são números naturais, então $n + m$ e $n \cdot m$ também são números naturais”.

Exemplo: 13 e 47 são números naturais; $13 + 47$ e $13 \cdot 47$ também são números naturais.

Embora essas proposições pareçam óbvias, elas são fundamentais para compreender outros conjuntos numéricos e servem para caracterizar o conjunto dos números naturais; são as propriedades desse conjunto.

Algumas dessas propriedades, contudo, também valem para outros conjuntos numéricos.

De acordo com a proposição 1, se o número a é um número natural, então $a + 1$ também é um número natural. Em linguagem simbólica, expressa-se:

$$\text{Se } a \in \mathbb{N}, \text{ então } (a + 1) \in \mathbb{N}.$$

Isso significa que, partindo do zero e somando unidades uma a uma, é possível “percorrer” todo o conjunto \mathbb{N} .

Dica

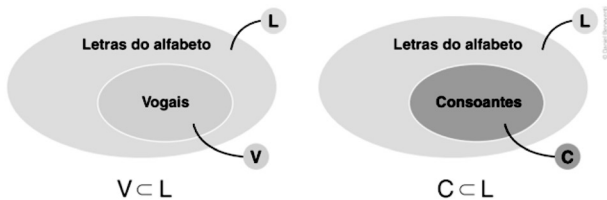
$a \in \mathbb{N} \rightarrow$ lê-se “ a pertence a \mathbb{N} ” ou “ a pertence ao conjunto dos números naturais”.

Subconjuntos de \mathbb{N}

Como você viu anteriormente, o conjunto dos números naturais é infinito e podem-se formar, com seus elementos, diversos subconjuntos de acordo com determinadas características.

Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B se todos os elementos de A também forem elementos de B .

Um exemplo simples é o conjunto das letras do alfabeto latino, que é formado por vogais e consoantes. L é o conjunto das letras, V , o das vogais e C , o das consoantes:



Em linguagem matemática, usa-se o símbolo \subset para dizer que um conjunto está contido em outro:

$V \subset L \rightarrow$ lê-se “ V está contido em L ”, o que significa que toda vogal é uma letra ou ainda que o conjunto das vogais é um subconjunto do conjunto das letras.

$C \subset L \rightarrow$ lê-se “ C está contido em L ”, o que significa que toda consoante é uma letra ou ainda que o conjunto das consoantes é um subconjunto do conjunto das letras. Observe, porém, que nenhuma vogal é uma consoante e vice-versa.

Diz-se que o conjunto das vogais e o das consoantes não apresentam elemento comum, ou seja, o conjunto intersecção das vogais e das consoantes é vazio.

Simbolicamente, expressa-se assim: $V \cap C = \emptyset$.

Lê-se: a intersecção do conjunto das vogais com o conjunto das consoantes não tem elementos; é um conjunto vazio.

$\emptyset \rightarrow$ símbolo utilizado pelos matemáticos para expressar o conjunto vazio, ou seja, um conjunto que não tem elementos.

Entre os subconjuntos dos números naturais, há o conjunto dos números pares e o conjunto dos números ímpares.

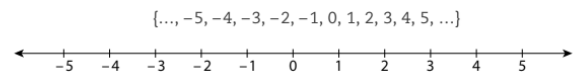
Se $P = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$ e $I = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$, diz-se que $P \subset \mathbb{N}$ e que $I \subset \mathbb{N}$.

Observe ainda que não pode existir um número que seja ao mesmo tempo par e ímpar, ou seja, se um número é natural, ou ele é um número par ou é um número ímpar.

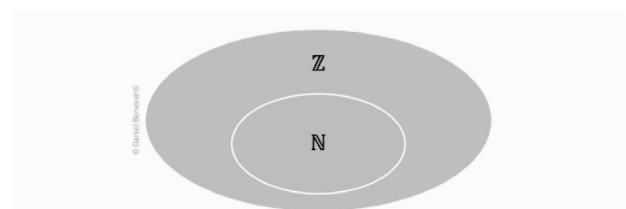
Pode-se dizer que $P \cap I = \emptyset$ (não existe elemento na intersecção entre os conjuntos dos números pares e ímpares).

Números Inteiros Relativos: representação e propriedades

Os números inteiros, que serão chamados simplesmente de “inteiros”, são os elementos do conjunto:



Usam-se esses números em contextos e problemas sobre saldos (positivos ou negativos), operações de débito e crédito, no cálculo de dívidas ou para indicar uma posição em relação ao zero, como nos casos de temperaturas e altitudes.



De acordo com o esquema, todo número natural também é um número inteiro, ou seja, o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros ($\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$); ou ainda: o conjunto dos números inteiros contém o conjunto dos números naturais

Características do Conjunto \mathbb{Z}

Uma das características que distingue o conjunto \mathbb{Z} (dos inteiros) do conjunto \mathbb{N} (dos números naturais) é a diferença entre dois números inteiros quaisquer ser sempre um número inteiro, o que não acontece com os números naturais. Veja os seguintes exemplos.

Os números 5 e 2 são números naturais, isto é, $5 \in \mathbb{N}$ e $2 \in \mathbb{N}$; $5 - 2 = 3$, que também é um número natural. Mas não existe número natural que seja o resultado da subtração $2 - 5$.

Por outro lado, 5 e 2 são números inteiros, isto é, $5 \in \mathbb{Z}$ e $2 \in \mathbb{Z}$; e as diferenças $5 - 2 = 3$ e $2 - 5 = -3$ são números inteiros também.

Veja a seguir mais propriedades do conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

- Todo número inteiro tem um sucessor e um antecessor; conseqüentemente, diz-se que o conjunto dos números inteiros é infinito à direita e à

esquerda. Isso significa que, ao se escolher um número inteiro qualquer, é sempre possível somar ou subtrair 1 a esse número e o resultado será também um número inteiro;

- Entre dois números inteiros consecutivos não existe outro número inteiro;
- Adicionando ou subtraindo dois números inteiros quaisquer, obtém-se um número inteiro;
- Multiplicando dois números inteiros quaisquer, obtém-se um número inteiro.

Atenção: essa propriedade não vale para a divisão.

$(-5) \div 2$ e $4 \div (-3)$ não têm significado em \mathbb{Z} .

Potenciação em \mathbb{Z}

A potenciação no conjunto dos números inteiros é uma operação que envolve a multiplicação de fatores iguais. Por exemplo: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$, que também pode ser escrito como $2^5 = 32$, em que o expoente 5 é um número inteiro positivo que indica a quantidade de vezes que a base 2 será multiplicada por ela mesma para obter a potência 32.

Veja outros exemplos:

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

$$10^7 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000.000$$

Relembre algumas regras de potenciação: Em uma potenciação, se a base é positiva e seu expoente for inteiro positivo, seu resultado será positivo.

Por exemplo:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

Se a base da potência é negativa e o seu expoente inteiro positivo for par, então seu resultado será positivo; se o expoente inteiro positivo for ímpar, então seu resultado será negativo. Por exemplo:

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$$

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

Radiciação em \mathbb{Z}

A existência da radiciação em \mathbb{Z} depende da potenciação, isto é, pode-se escrever que:

$$\sqrt{4} = 2, \text{ porque } 2^2 = 4$$

$$\sqrt[3]{8} = 2, \text{ porque } 2^3 = 8$$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ porque } 3^2 = 9$$

$$\sqrt[3]{27} = 3, \text{ porque } 3^3 = 27$$

$$\sqrt{16} = 4, \text{ porque } 4^2 = 16$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2, \text{ porque } (-2)^3 = -8$$

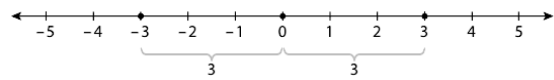
E assim por diante.

Observe que, por não existir potenciação de expoente par que resulte em número negativo, também não existe radiciação de número negativo quando o índice é par.

Elemento oposto

Outra característica que diferencia o conjunto \mathbb{IN} do conjunto \mathbb{Z} é a de que todo elemento do conjunto dos inteiros tem um elemento oposto, isto é, para cada $a \in \mathbb{Z}$ existe um elemento $-a \in \mathbb{Z}$.

O elemento oposto também é chamado de simétrico do número. E a soma de um número com seu simétrico resulta sempre em zero, ou seja, $a + (-a) = 0$.



O oposto de 3 é -3 ; o oposto de -3 é 3.

Observe na reta numérica que a distância de -3 ao zero (origem) e de 3 ao zero é a mesma: 3 unidades.

Operações em \mathbb{Z}

Os números inteiros são amplamente utilizados no dia a dia e nas várias ciências para representar saldos bancários, temperaturas, altitudes e outras quantidades. E, tal como no conjunto dos números naturais, é possível fazer cálculos com inteiros: adições, subtrações, multiplicações e divisões.

Podem-se somar ou subtrair dois números inteiros imaginando-os sobre uma reta numérica ou imaginando o saldo de uma conta bancária.

No contexto de saldo bancário, o sinal associado ao número indica o estado da conta: se o sinal agregado ao número é “+”, significa que a conta tem saldo positivo e, se o sinal é “-”, significa que a conta tem saldo negativo; os sinais após os parênteses indicam se o saldo aumentou (+) ou diminuiu (-).

Considere as operações a seguir, seus significados e como se pode obter o resultado.

OPERAÇÃO	SIGNIFICADO COMO OPERAÇÃO BANCÁRIA	RESULTADO OU SALDO
$(+3) + (+5)$	Tinha 3 e depusitei mais 5; fiquei com saldo positivo de 8. Tenho 8.	$(+3) + (+5) = +8$
$(+3) + (-5)$	Tinha 3 e gastei 5; fiquei com saldo negativo de 2. Devo 2.	$(+3) + (-5) = -2$
$(-3) + (+5)$	Devia 3 e depusitei 5; fiquei com saldo positivo de 2. Tenho 2.	
$(-3) + (-5)$	Devia 3 e gastei mais 5; fiquei com saldo ainda mais negativo. Agora estou devendo 8.	$(-3) + (-5) = -8$

Soma algébrica

Imagine um ônibus que partiu do ponto com 15 passageiros e fez um trajeto passando por 5 paradas. Na primeira, desceram 5 passageiros e subiram 4; na segunda, subiram 3 passageiros; na terceira, desceram 5 passageiros; na quarta, subiram 4 passageiros e desceram outros 4 passageiros; na quinta e última parada, desceram 7 passageiros. Quantos passageiros permaneceram no ônibus após a última parada?

Esse sobe e desce pode ser representado por meio de uma expressão numérica do tipo $15 - 5 + 4 + 3 - 5 + 4 - 4 - 7$, que se chama soma algébrica. Não é difícil concluir que 5 passageiros permaneceram no ônibus.

Há várias estratégias para se chegar a esse resultado. A primeira é partir do número inicial e calcular cada subida e descida ao fim de cada parada.

Outra estratégia é operar diretamente sobre a expressão:

$$15 - 5 + 4 + 3 - 5 + 4 - 4 - 7$$

Somar todos os números que têm sinal positivo e, em seguida, somar todos os que têm sinal negativo; por fim, subtrair as duas operações.

Expressão original:	$15 - 5 + 4 + 3 - 5 + 4 - 4 - 7$
Rearranjando as parcelas, obtém-se:	$15 + 4 + 3 + 4 - 5 - 5 - 4 - 7$
Agrupamento:	$(15 + 4 + 3 + 4) - (5 + 5 + 4 + 7)$
Cálculo final:	$26 - 21 = 5$

Regra dos sinais

Levou cerca de mil anos para que os matemáticos aceitassem a existência dos números negativos e formulassem algumas regras de cálculo para eles.

Uma delas tem como objetivo ajudar a definir o sinal que aparecerá no resultado da operação.

Considere dois números inteiros, a e b .

A adição $a + (-b)$ é equivalente à subtração $a - b$.

Na multiplicação (e na divisão) de números inteiros, utiliza-se a seguinte regra:

Positivo \cdot positivo = positivo

Positivo \cdot negativo = negativo

Negativo \cdot positivo = negativo

Negativo \cdot negativo = positivo

Veja alguns exemplos resolvidos.

MULTIPLICAÇÃO	DIVISÃO
$(+2) \cdot (+2) = +4$	$(+6) \div (+3) = +2$
$(+2) \cdot (-2) = -4$	$(+4) \div (-2) = -2$
$(-2) \cdot (+2) = -4$	$(-15) \div (-5) = +3$
$(-2) \cdot (-2) = +4$	$(-4) \div (-2) = +2$
$(+5) \cdot (+2) = (+2) \cdot (+5) = +10$	$(-15) \div (+3) = -5$
$(+2) \cdot (-5) = (-5) \cdot (+2) = -10$	$(+15) \div (-5) = -3$
$(-5) \cdot (-2) = (-2) \cdot (-5) = +10$	$(-5) \div (+5) = -1$
$(-2) + (+5) \cdot = (+5) \cdot (-2) = -10$	$(-5) \div (+5) = -1$

Solução de equações em \mathbb{N} e em \mathbb{Z} :

A resolução de determinada equação como $x + 2 = 4$ pode ter ou não solução, dependendo do conjunto com o qual se está trabalhando.

Essa equação tem solução em \mathbb{N} , pois $(2) + 2 = 4$, e 2 é um número natural, e ainda tem solução em \mathbb{Z} , pois 2 também é um número inteiro. Afinal, \mathbb{Z} inclui todos os elementos de \mathbb{N} .

No entanto, não ocorre o mesmo com a equação $x + 2 = 1$.

$$\text{Números naturais} \left\{ \begin{array}{l} 0 + 2 = 2 \\ 1 + 2 = 3 \\ 2 + 2 = 4 \\ 3 + 2 = 5 \\ \text{e assim por diante} \end{array} \right.$$

Essa equação tem solução em \mathbb{Z} : $x = -1$, que é um número inteiro, mas não é um número natural, pois não existe $x \in \mathbb{N}$ que, somado com 2, dê 1.

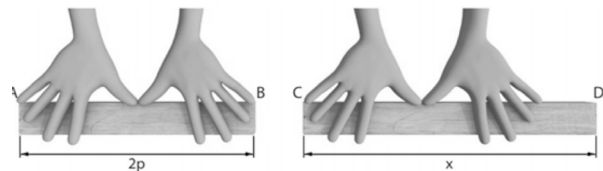
NÚMEROS RACIONAIS, IRRACIONAIS E REAIS

NÚMEROS RACIONAIS

Representação e características

Com a invenção dos números e o desenvolvimento de vários sistemas de contagem e de numeração, surgiram problemas envolvendo medidas que não podiam ser resolvidos com os números inteiros positivos, os únicos conhecidos há milhares de anos.

Por exemplo: como medir barras usando uma unidade de medida determinada, como o comprimento de um palmo? Se o comprimento da barra for exatamente 2 palmos (barra AB), não há problema, mas e se o comprimento da barra estiver entre 2 e 3 palmos (barra CD)? Como expressar essa medida?



Pela visualização da imagem anterior, é possível afirmar que a barra mede mais que 2 palmos e menos que 3 palmos, mas quanto, exatamente? Problemas desse tipo levaram à invenção das frações e depois à ideia de número racional, que gerou o conjunto dos números racionais, representado pelo símbolo \mathbb{Q} .

Um número racional é um número que pode ser expresso como razão entre dois números inteiros, por exemplo, a/b , em que a e b são inteiros e $b \neq 0$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, \text{ tal que } \underbrace{a, b \in \mathbb{Z}}_{\text{Numerador e denominador são números inteiros}} \text{ e } \underbrace{b \neq 0}_{\text{Denominador não pode ser zero}} \right\}$$

Com base nessa definição, pode-se concluir que o conjunto dos racionais inclui todos os números inteiros, já que podem ser expressos pela razão entre dois números inteiros. A razão mais simples é a de denominador 1, e há também representações equivalentes:

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \dots \quad 7 = \frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \dots \quad 1.000 = \frac{1.000}{1} = \frac{5.000}{5} = \dots$$

Uma importante propriedade do conjunto dos racionais é a de que todo número racional diferente de zero tem um inverso. Dois números racionais são inversos quando o produto entre eles é igual a 1.

Veja o exemplo:

O inverso de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{6}{6} = 1$$

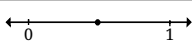
Como a multiplicação é comutativa, ou seja, a ordem dos fatores não altera o produto, pode-se concluir que o inverso de $\frac{3}{2}$ é $\frac{2}{3}$.

Em linguagem matemática: se a/b é um número racional, seu inverso é b/a , porque $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$; para que isso seja possível, a e b devem ser diferentes de zero. Essa propriedade será muito útil na resolução de equações.

Representação dos números racionais

Os números racionais podem ser representados na forma fracionária ou decimal ou ainda como pontos da reta numérica.

Veja o caso do “meio”:

FORMA FRACIONÁRIA	FORMA DECIMAL	PONTO SOBRE RETA
$\frac{1}{2}$	0,5	

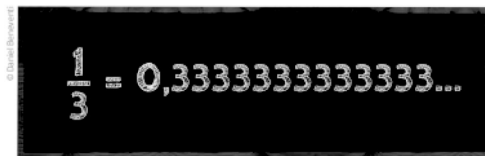


Em muitas calculadoras, a separação entre a parte inteira e a decimal é representada pela vírgula, como ocorre no Brasil. Em outras, essa separação é feita pelo ponto decimal, forma adotada em países de língua inglesa. Exemplo: 0,5 (Brasil) e 0.5 (países de língua inglesa).

Calculadoras e computadores estão programados para passar um número racional da forma fracionária para a forma decimal, mas nem sempre é possível mostrar todas as casas decimais, uma vez que a tela do visor é limitada. Sempre se pode passar um número da forma fracionária para a forma decimal. Para isso, basta efetuar a divisão correspondente:

$\frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0,4$	$\frac{5}{4} = 5 \div 4 = 1,25$	$\frac{7}{10} = 7 \div 10 = 0,7$	$\frac{2}{10} = 2 \div 10 = 0,2$
$-\frac{3}{2} = -3 \div 2 = -1,5$	$\frac{26}{65} = 26 \div 65 = 0,4$	$\frac{16}{40} = 16 \div 40 = 0,4$	

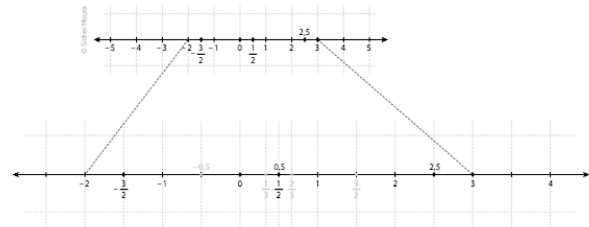
Nos casos anteriores, a representação decimal dos racionais tem um número finito de casas depois da vírgula. Esses números são conhecidos como decimais finitos, porém, há racionais cuja representação decimal tem infinitas casas depois da vírgula. Um exemplo é $\frac{1}{3}$.



Quando há repetição periódica de um dígito ou de uma sequência de dígitos, o número é chamado de dízima periódica.

Representação dos números racionais na reta

É possível localizar racionais na reta numérica, tendo como referência números inteiros.



A reta numérica ajuda a comparar e a ordenar números racionais. Não há dificuldades para comparar dois números naturais ou mesmo dois números inteiros. Em \mathbb{N} , a comparação de números é simples:

$$0 < 1 < 2 < 3 < \dots < 99 < 100 < 101 < \dots < 999 < 1.000 < 1.001 < \dots$$

Mas em \mathbb{Z} as aparências podem enganar.

Veja os exemplos:

$$-34 < 43 \quad 34 > -43 \quad 37 > 73 \quad -37 > -73$$

Por sua vez, para comparar números em \mathbb{Q} , é preciso mais do que percepção numérica. Nem sempre se consegue decidir, só de olhar, qual entre dois números racionais é o maior. Para fazer essa comparação, porém, pode-se usar uma técnica. Considere, por exemplo, dois números racionais:

$$\frac{a}{b} \text{ e } \frac{c}{d}$$

Como são números com denominadores diferentes, podem-se escrever frações equivalentes a cada racional, com o mesmo denominador.

$$\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}, \quad \frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}$$

Portanto,

$$\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$$

Se, e somente se, $ad \geq bc$.

Isso é válido para quaisquer a , b , c e d naturais diferentes de zero. Assim:

$$\frac{4}{7} > \frac{5}{9}, \text{ pois } 4 \cdot 9 > 7 \cdot 5$$

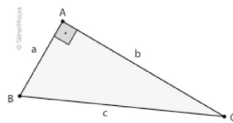
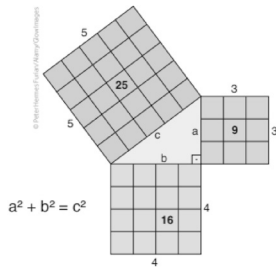
Observe que até aqui todos os conjuntos numéricos estudados são conjuntos ordenados. Isso quer dizer que, dados dois elementos quaisquer, é possível colocá-los em uma relação de ordem, decidindo se são iguais, maiores ou menores um em relação ao outro.

I NÚMEROS IRRACIONAIS

Existem números cuja representação é decimal, infinita e não periódica. O primeiro desses números foi descoberto pelos matemáticos gregos há mais de 2.500 anos. No século VI a.C., os matemáticos só conheciam e admitiam números inteiros – positivos, pois ainda não conheciam os negativos – e as frações que eram tratadas como razões entre inteiros.

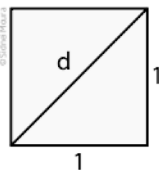
No entanto, eles se depararam com um problema: não sabiam qual número poderia expressar a medida da diagonal de um quadrado de lado 1. Isso pôde ser resolvido com uma das mais poderosas ferramentas matemáticas da época: o teorema de Pitágoras.

Pitágoras provou que, se um triângulo é retângulo (isto é, tem um ângulo reto), a soma dos quadrados das medidas dos lados menores é igual ao quadrado da medida do lado maior.



O triângulo ABC é retângulo.
O ângulo $\hat{A} = 90^\circ$
Os lados menores, a e b, são os catetos.
O lado maior, c, é a hipotenusa.
 $a^2 + b^2 = c^2$

Aplicando o teorema de Pitágoras para calcular a medida da diagonal do quadrado de lado 1, tem-se:



$$\begin{aligned} d^2 &= 1^2 + 1^2 \\ d^2 &= 1 + 1 \\ d^2 &= 2 \\ d &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

A diagonal do quadrado de lado 1 mede $\sqrt{2}$, um número que não pode ser expresso como a razão entre dois números inteiros e, portanto, não é um número racional.

Esse fato gerou uma crise entre os sábios gregos, pois, apesar de a diagonal estar lá e poder ser medida, não havia uma unidade de medida que coubesse um número exato de vezes no lado do quadrado e na diagonal.

Hoje, sabe-se que $\sqrt{2}$ é um exemplo de número cuja representação decimal é infinita e não periódica. Como esse número não pode ser representado por uma razão de números inteiros e não é um número racional, diz-se que ele é irracional. $\sqrt{2}$ é um número irracional e pertence ao conjunto dos números irracionais, representado simbolicamente por:

II

Dos pitagóricos até os dias atuais, muitas questões sobre números irracionais foram levantadas. Hoje sabe-se que:

- Um número irracional tem uma expansão decimal infinita e não periódica, o que torna impossível representá-lo por escrito. Só é possível fazer aproximações racionais, como no caso de $\sqrt{2}$, que pode ser tomado como aproximadamente 1,414;



- Existem infinitos números irracionais;
- É possível fazer uma correspondência entre os pontos de uma reta e os números irracionais;
- A raiz quadrada de qualquer número primo é um número irracional. São irracionais, por exemplo, os números: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$.

REUNIÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS COM OS IRRACIONAIS

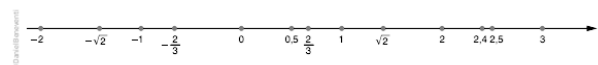
Números reais

Reunindo todos os números racionais e irracionais, obtém-se o conjunto dos números reais, indicado por R.

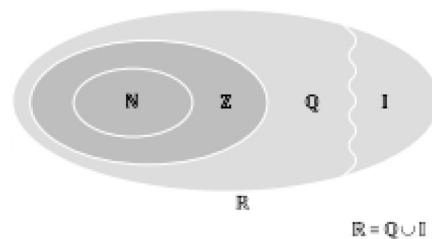
$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$$

Uma característica muito importante dos números reais é a de que todos eles podem ter um correspondente na reta numérica e vice-versa.

Observe:



O conjunto R possui subconjuntos e é possível estabelecer uma relação de inclusão entre alguns deles. Veja:



LINGUAGEM MATEMÁTICA	LÊ-SE:
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros, que está contido no conjunto dos números racionais, que está contido no conjunto dos números reais.
$\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$	O conjunto dos números irracionais está contido no conjunto dos números reais.
$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$	A intersecção do conjunto dos números racionais com os irracionais é vazia, ou seja, não existe número que seja ao mesmo tempo racional e irracional.

Características dos números reais

Daqui em diante, \mathbb{R} será considerado o conjunto referência nos estudos desta disciplina, salvo menção contrária. Conheça algumas das principais características do conjunto dos números reais.

- Dados dois números reais quaisquer, o resultado da adição, da subtração e da multiplicação desses números é um número real. Além disso, é sempre possível dividir um número real por outro número real diferente de 0 (zero).

Por exemplo: sejam dois números reais, $\sqrt{7}$ e $-3/5$. Então, também são reais os números:

$$\begin{aligned} & \bullet \sqrt{7} + \left(-\frac{3}{5}\right) & \bullet -\frac{3}{5}\sqrt{7} & \bullet \sqrt{7} \div \left(-\frac{3}{5}\right) \\ & \bullet \left(-\frac{3}{5}\right) - \sqrt{7} & \bullet \sqrt{7} - \left(-\frac{3}{5}\right) & \bullet \left(-\frac{3}{5}\right) \div \sqrt{7} \end{aligned}$$

- Dados dois números reais a e b quaisquer, com $a < b$, é sempre possível achar um número real x entre a e b , ou seja: $a < x < b$.

Por exemplo:

Entre 4 e 5 existem infinitos números reais, como o número 4,5: $4 < 4,5 < 5$.

Entre -1 e 0 existem infinitos números, entre eles os números $-0,5$ e $-\frac{2}{10}$.

Entre $1/3$ e $1/2$ também existem infinitos números reais, como o número racional $\frac{5}{12}$.

$$\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$

Entre $\sqrt{2}$, e $\sqrt{3}$, existem infinitos números reais, como o número $\frac{3}{2} = 1,5$.

$$\sqrt{2} < 1,5 < \sqrt{3} \rightarrow \text{observe que } \sqrt{2} \approx 1,41 \text{ e } \sqrt{3} \approx 1,73$$

Em \mathbb{R} , valem as propriedades comutativa e associativa para a adição e a multiplicação, além da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. O número 0 (zero) é o elemento neutro da adição, enquanto o 1 é o elemento neutro da multiplicação.

- Com exceção do 0 (zero), todo número real tem um inverso. O inverso de um número $a \neq 0$ é outro número que, multiplicado por a , resulta em 1.

Por exemplo, o inverso de 3 é $\frac{1}{3}$, porque $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$.

Por outro lado, o inverso de $\frac{1}{5}$ é o número 5, pois $\frac{1}{5} \cdot 5 = 1$.

O inverso de um número racional a/b , com $a, b \neq 0$, é o racional $\frac{b}{a}$, pois $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.

O DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA E OS OUTROS CAMPOS DO CONHECIMENTO

Todos sabem que, se você deseja ser um físico ou engenheiro, deveria ser bom em Matemática. Mais e mais pessoas estão descobrindo que, se desejam trabalhar em certas áreas da Economia ou Biologia, deveriam rever sua Matemática. A Matemática penetrou na Sociologia, Psicologia, Medicina e Linguísticas. Sob o nome de cliometria, está se infiltrando na História, para sobressalto dos mais velhos.

DAVIS, P. J.; KERSH, R. A experiência matemática. Tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: F. Alves, c 1989. 481p. (Coleção Ciência): The Mathematical experience.

Você já viu que o desenvolvimento da Matemática se deve em grande parte à busca de soluções para problemas que a humanidade tem enfrentado em seu dia a dia. Apenas para dar alguns exemplos:

Que chance tenho em ter meu bilhete sorteado em uma loteria de números?

Como fixar as ripas de meu portão?

Quantas estampas diferentes posso obter nos tecidos da tecelagem onde trabalho, se o fundo pode ser ou azul ou amarelo e o desenho pode ser de bolinhas brancas ou de listras pretas ou, ainda, xadrez vermelho?

Questões semelhantes a essa fizeram o homem pensar nos fenômenos probabilísticos, em questões geométricas, e nos problemas de contagem, respectivamente. Além desses campos específicos da Matemática aos quais eles se referem, outros mais foram desenvolvidos a partir de problemas que envolviam números, medidas, álgebra, ligados à realidade da humanidade.

Entretanto, os outros campos do conhecimento também têm solicitado respostas da Matemática para solucionar seus problemas específicos, contribuindo indiretamente para seu desenvolvimento.

Para citar um exemplo que mostra a Matemática sendo utilizada em outro campo do conhecimento, vamos focalizar nosso olhar na Trigonometria, ramo da Matemática que, até por volta do século XVII, desenvolveu-se em decorrência de uma ligação estreita entre a teoria e a prática. No início de sua criação, a Trigonometria era um campo da Matemática no qual os ângulos de um triângulo e as medidas de seus lados eram relacionados.

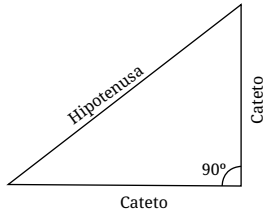
As razões trigonométricas apareceram inicialmente por necessidades da Astronomia, da Agrimensura e da navegação. Posteriormente, por volta dos séculos XVI e XVII, a Trigonometria esteve a serviço da Física para descrever e explicar fenômenos periódicos, como por exemplo:

- O movimento periódico dos planetas, estudado por Kepler;
- O movimento periódico dos pêndulos, estudado por Galileu;

- A propagação do som em forma de ondas, estudada por Newton;
- A propagação da luz em forma de ondas, estudada por Huyghens;
- A vibração de uma corda de violino, estudada por Mersenne.

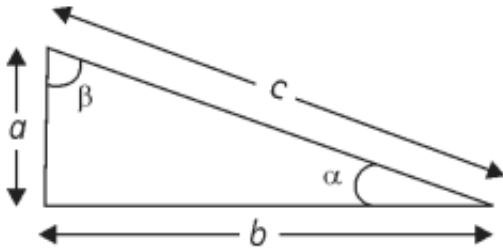
Dica

Tri gono metria
(três)(ângulo)(medida)



Triângulo retângulo é o triângulo que tem um ângulo reto (de 90°).

Atualmente, as razões trigonométricas em um triângulo retângulo são apresentadas como na figura a seguir.



$$\text{sen } \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{b}{c} = \text{sen } \beta$$

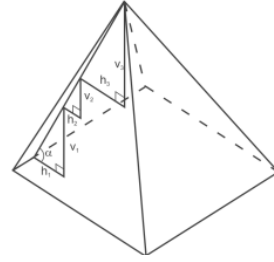
$$\text{tg } \alpha = \frac{a}{b} = \text{cot } \beta$$

Onde a, b e c são as medidas dos catetos e da hipotenusa desse triângulo retângulo; a e b seus ângulos agudos; e sen (seno), cos (co-seno) e tg (tangente) são razões entre medidas dos lados desse triângulo, como estão descritas acima.

Já no final do século XVII, com o início do desenvolvimento do conceito de Função, o estudo da Trigonometria se ampliou para um campo mais abstrato, desligando-se assim das aplicações práticas.

As razões trigonométricas já eram utilizadas pelos egípcios para resolver problemas de Arquitetura, por ocasião das construções das pirâmides. Para manter constante a inclinação das paredes das pirâmides durante a construção, eles mantinham constante o quociente do “afastamento horizontal” pelo “afastamento vertical”, que eram medidos com unidades diferentes.

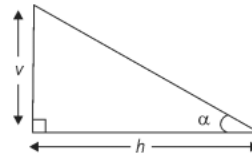
Na figura a seguir, os afastamentos horizontais foram representados por h_1, h_2 e h_3 e os verticais, por v_1, v_2 e v_3 .



Assim, quando eles constatavam que:

$$\frac{h_1}{v_1} = \frac{h_2}{v_2} = \frac{h_3}{v_3} = \dots c \text{ (constante)}$$

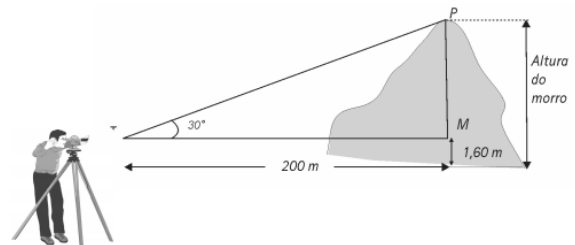
Concluíam que a parede apresentava sempre a mesma inclinação. Ora, o quociente entre essas medidas é nada mais, nada menos, do que uma razão trigonométrica, conhecida hoje por cotangente do ângulo de inclinação da parede com o chão. Hoje em dia, mede-se a inclinação de uma reta por uma razão entre segmentos verticais e horizontais (tangente do ângulo de inclinação), razão essa inversa da utilizada pelos egípcios para resolverem problemas arquitetônicos.



Hoje usa-se: $\text{tg } \alpha = \frac{v}{h}$

Egípcios usavam: $\text{cotg } \alpha = \frac{h}{v}$

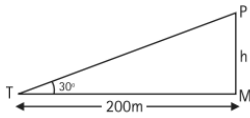
Atualmente, os topógrafos dispõem de instrumentos de medida de ângulo que lhes permitem determinar medidas por vezes inacessíveis.



Desejando saber qual a altura do morro que tinha à sua frente, um topógrafo colocou-se com seu teodolito a 200m do morro. Ele sabe que a altura do teodolito é de 1,60m. Posiciona o aparelho que lhe fornece a medida do ângulo de visada de parte do morro: 30°. Consulta uma tabela de tangentes e verifica que $\text{tg } 30^\circ = 0,57$. Assim, no triângulo TPM temos:

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{h}{200} \text{ ou } 0,57 = \frac{h}{200}$$

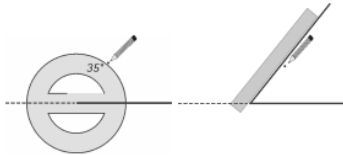
O que lhe permite calcular h: $h = 200 \cdot 0,57 = 114$
O topógrafo conclui que o morro tem $114 + 1,60 = 115,60\text{m}$ de altura.



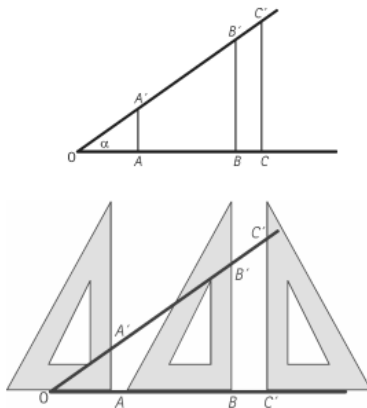
UMA EXPERIÊNCIA QUE VOCÊ TAMBÉM PODE FAZER

Veja como é possível encontrar a tangente de um ângulo agudo, experimentalmente. Como exemplo, vamos determinar a tangente de um ângulo de 35° (indica-se $\text{tg } 35^\circ$), utilizando:

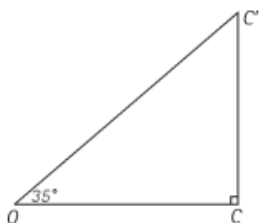
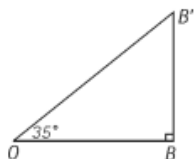
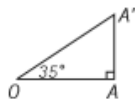
Construímos, com a régua e o transferidor, um ângulo de 35° .



Apoiamos o esquadro em um dos lados do ângulo em vários pontos desse lado (por exemplo, A, B, C); traçamos perpendiculares a esse lado até encontrar o outro lado em pontos correspondentes (A' , B' , C').



Foram construídos, assim, vários triângulos retângulos: OAA' , OBB' , OCC' , destacados a seguir



Como

$$\text{tg } 35^\circ = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo de } 35^\circ}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo de } 35^\circ},$$

Em cada triângulo medimos o cateto oposto ao ângulo de 35° (AA' , BB' , CC') e o cateto adjacente a esse ângulo (OA , OB , OC) para encontrarmos o valor de $\text{tg } 35^\circ$:

$$\text{tg } 35^\circ = \frac{1,02}{1,52} = 0,67$$

$$\text{tg } 35^\circ = \frac{3,05}{4,06} = 0,75$$

$$\text{tg } 35^\circ = \frac{3,56}{4,83} = 0,73$$

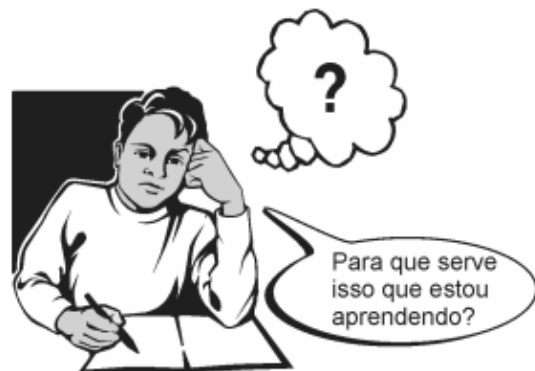
Calculamos a média aritmética dos valores obtidos para expressar o valor mais representativo de $\text{tg } 35^\circ$, do seguinte modo:

$$\text{tg } 35^\circ = \frac{0,67 + 0,75 + 0,73}{3} = 0,71$$

Com um processo semelhante podemos determinar experimentalmente o seno e o cosseno de ângulos agudos.

A MATEMÁTICA E SUAS QUESTÕES INTERNAS

Quantas vezes você já deve ter feito a mesma pergunta que aparece na figura abaixo?



Muitas vezes aprendemos conceitos matemáticos que, à primeira vista, nada têm a ver com a realidade em que vivemos.

Posteriormente, percebemos que eles serviram para construirmos novos conceitos e ideias matemáticas que têm grande aplicação em nossa vida. Um exemplo interessante é o dos números complexos. É muito comum entrarmos em contato com esse tipo de número por meio de problemas que envolvem raiz quadrada de número negativo. Veja um problema famoso a seguir:

Descubra dois números cuja soma é 10 e o produto é 40.

Esse problema foi objeto de estudo do matemático italiano Cardano, em 1545, que o considerou “manifestamente impossível, mas mesmo assim vamos operar”. A equação do segundo grau já era conhecida no tempo de Cardano: $ax^2 + bx + c = 0$ e a fórmula que a resolve também:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Onde a, b e c são números reais. Cardano concluiu que a equação que resolvia esse problema é $x^2 - 10x + 40 = 0$ e que eram soluções do problema. Entretanto, considerou essas expressões inúteis, pois envolviam números para os quais ainda não tinham sido dado nenhum significado: a raiz quadrada de número negativo.

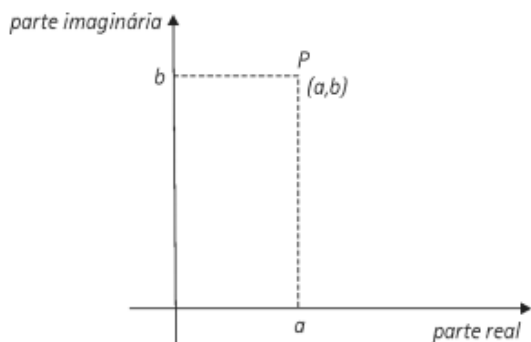
$$(5 + \sqrt{-15}) \text{ e } (5 - \sqrt{-15})$$

Nesse tempo, Bombelli, outro matemático italiano, resolveu operar com esses números, mesmo sem dar a eles um significado, imitando o procedimento que utilizava para operar com números reais. Bombelli confirma, por exemplo, que a soma e o produto dos números e soluções do problema inicial são 10 e 40, respectivamente. Ele operou com esses números usando as mesmas regras e propriedades dos números reais que conhecia.

As raízes quadradas de números negativos continuaram a aparecer nos séculos XVI, XVII e XVIII. Os matemáticos manipulavam esses números sem saber o que significavam, tanto é que os nomes que tais números receberam na época descreviam bem esse desconforto: sofisticos, fictícios, impossíveis, místicos, sem sentido, imaginários (este último perdura até hoje).

O conjunto desses números só passou a “ter status de campo numérico” a partir dos trabalhos de Gauss, no final do século XVIII e início do século XIX, quando os números da forma $a + b\sqrt{-1}$.

Onde a e b são números reais, passaram a ser chamados de números complexos e a ser representados por um par ordenado de números reais (a, b), que admitia uma representação geométrica por um ponto no plano.



Como você pode ver, a criação dos números complexos não se deveu a nenhum problema do cotidiano das pessoas, mas sim à necessidade de dar um significado a soluções de equações onde apareciam raízes quadradas de números negativos. E essa é uma questão interna à Matemática! Aprender sobre os avanços da Matemática que surgiram em virtude da necessidade de resolver seus problemas internos, contribui para:

- Desenvolver maneiras particulares de raciocinar;
- Compreender como um conteúdo matemático de grande aplicação na realidade foi criado a partir de outro que, aparentemente, nada tem a ver com ela, mas somente como exercício do pensar;
- Aumentar sua cultura.

USANDO A MATEMÁTICA PARA MODIFICAR O MUNDO

A todo momento, convivemos com uma grande quantidade de objetos, fatos e informações de procedências e naturezas diversas. Por isso, precisamos compreendê-los, analisá-los, relacioná-los e, muitas vezes modificá-los, para tornar melhor a realidade em que vivemos.

Os exemplos são tantos que tropeçamos neles em nosso dia a dia, desde os mais simples, até os mais complexos:



Você pode notar que essas três situações são de caráter muito diferente. Arrumar os objetos no armário demanda de você uma habilidade em ocupar o espaço de modo conveniente para que todos os objetos caibam, mas não só isso.

É possível que você queira colocar na prateleira de cima os objetos que usa para escrever (lápiz, caderno e livro) e na de baixo os que não utiliza para esse fim (relógio, tesoura, caixinhas). Isso mesmo, você classifica os objetos de acordo com o critério que mais lhe interessa. Já a questão do lixo é mais complexa, pois sua solução não depende apenas de você!

Que tal uma campanha de conscientização entre as pessoas que moram no seu apartamento? Como fazer isso? Seria bom fazer uma coleta seletiva? As pessoas sabem o que é isso?

Afinal, o que a Matemática tem a ver com o lixo? Ora, uma campanha de conscientização sobre a coleta do lixo pode ser feita com as pessoas que moram em seu apartamento. Ela pode ser desenvolvida em várias etapas, como, por exemplo: um grupo de vizinhos interessados em solucionar o problema pode se organizar para fazer essa campanha. É preciso fazer um levantamento:

- Do tipo de lixo que é jogado nas ruas (observando as ruas todos os dias, durante um certo período estipulado pela equipe, recolhendo e anotando o lixo encontrado: papéis, casca de frutas, embalagens, garrafas etc). Para fazer essa coleta, o grupo de vizinhos deve se munir de luvas de borracha, sacos de lixo de 20 litros marcados com cores diferentes (azul para papel; verde para vidro; amarelo para latas; vermelho para plásticos; branco para lixo orgânico);
- De como é feita a coleta de lixo nesse apartamento (por caminhão coletor, por cada morador que queima seu lixo ou leva-o para um depósito comunitário etc.);