Básico para Concursos

NV-013JN-25-BASICO-CONCURSOS
Cód.: 7908428811150

NOVA CONCURSOS

SUMÁRIO

MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO LÓGICO

CONJUNTOS DOS NÚMEROS NATURAIS, INTEIROS, RACIONAIS, REAIS E SUAS OPERAÇÕES

NÚMEROS NATURAIS

Operações e Propriedades

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra N, e podemos escrever os seus elementos entre chaves:

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, ...}

As reticências indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de "contagem natural". Por isso, utiliza-se o símbolo N* para designar os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero. Vejam: N* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...}

Dica

O símbolo do conjunto dos **números naturais é a letra N** e podemos ter ainda, o **símbolo N***, que representa os números **naturais positivos, isto é, excluindo o zero.**

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- Sucessor: é o próximo número natural.

Exemplo: o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. E o sucessor do número "n" é o número "n+1".

- Antecessor: é o número natural anterior.

Exemplo: o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. E o antecessor do número "n" é o número "n-1".

- Números consecutivos: são números em sequência.

Exemplo: 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim, (n-1, n e n+1) são números consecutivos.

- **Números naturais pares**: são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares.
- **Números naturais ímpares**: ao serem divididos por 2, deixam resto 1. Todos os números que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são ímpares.

Importante!

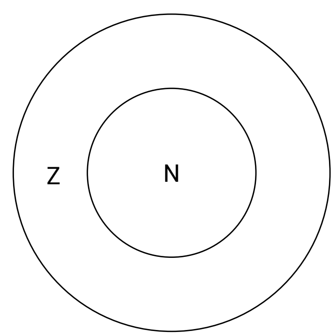
A soma ou subtração de dois números pares tem resultado par. Ex.: 12 + 8 = 20; 12 – 8 = 4.
A soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par. Ex.: 13 + 7 = 20; 13 – 7 = 6.
A soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar. Ex.: 14 + 5 = 19; 14 – 5 = 9.
A multiplicação de números pares tem resultado par. Ex.: 8 · 6 = 48.
A multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar. Ex.: 3 · 7 = 21.
A multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par. Ex.: 4 · 5 = 20.

Números Inteiros

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja:

Z = {..., -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}

O símbolo desse conjunto é a letra Z. Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Logo, podemos representar através de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros ou ainda que N é um subconjunto de Z. Observe:



Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- Números inteiros não negativos = {4,5,6...}. Veja que são os números naturais;
- Números inteiros não positivos = {... -3, -2, -1, 0}; Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- Números inteiros negativos = {... -3, -2, -1}. O zero não faz parte;
- Números inteiros positivos = {5, 6, 7...}. Novamente, o zero não faz parte.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é: 20 + 5 = 25

Veja mais alguns exemplos:

Adição de 15 e 3: 15 + 3 = 18

Adição de 55 e 30: 55 + 30 = 85

Principais propriedades da operação de adição:

- Propriedade comutativa: a ordem dos números não altera a soma.

  Ex.: 115 + 35 é igual a 35 + 115.

- Propriedade associativa: quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles, primeiramente, e depois somar o outro, em qualquer ordem, que vamos obter o mesmo resultado.

  Ex.: 2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10

- Elemento neutro: o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo.

  Ex.: 27 + 0 = 27; 55 + 0 = 55.

- Propriedade do fechamento: a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro.

Ex.: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 (8 + 2 = 10).

Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir, de um deles, o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando 13: 20 – 7 = 13.
Veja mais alguns exemplos:
Subtrair 5 de 16: 16 -5 = 11
30 subtraído de 10: 30 – 10 = 20

Principais propriedades da operação de subtração:

- Propriedade comutativa: como a ordem dos números altera o resultado, a subtração de números não possui a propriedade comutativa.

  Ex.: 250 – 120 = 130 e 120 – 250 = -130.

- Propriedade associativa: não há essa propriedade na subtração;
- Elemento neutro: o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado.

  Ex.: 13 – 0 = 13.

- Propriedade do fechamento: a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro.

  Ex.: 33 – 10 = 23.

Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja:
A multiplicação 20 · 3 é igual à soma do número 20 três vezes (20 + 20 + 20), ou à soma do número 3 vinte vezes (3 + 3 + 3 + ... + 3).
Algo que é muito importante e você deve lembrar sempre são as regras de sinais na multiplicação de números.

SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Dica

- A multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo.
Ex.: 51 · 2 = 102; (-33) · (-3) = 99
- A multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo.
Ex.: 25 · (-4) = -100; (-15) · 5 = -75

Principais propriedades da operação de multiplicação:

- Propriedade comutativa: A · B é igual a B · A, ou seja, a ordem não altera o resultado.

  Ex.: 8 · 5 = 5 · 8 = 40.

- Propriedade associativa: (A · B) · C é igual a (C · B) · A, que é igual a (A · C) · B.

  Ex.: (3 · 4) · 2 = 3 · (4 · 2) = (3 · 2) · 4 = 24.

- Elemento neutro: a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, este número permanecerá inalterado.

  Ex.: 15 · 1 = 15.

- Propriedade do fechamento: a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro.

  Ex.: 9 · 5 = 45

- Propriedade distributiva: essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica: A · (B+C) = (A · B) + (A · C)

  Ex.: 3 · (5+7) = 3 · (12) = 36
  Usando a propriedade:
  3 · (5+7) = 3 · 5 + 3x · 7 = 15 + 21 = 36

Divisão

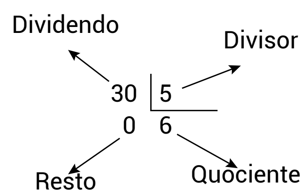
Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.
Ex.: Ao dividirmos 50 por 10, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos 10 x 5 = 50. Ou ainda podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja, 5+5+5+5+5+5+5+5+5+5=50.
Algo que é muito importante e você deve lembrar sempre são as regras de sinais na divisão de números.

SINAIS NA DIVISÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Dica

- A divisão de números de mesmo sinal tem resultado positivo.
Ex.: 60 ÷ 3 = 20; (-45) ÷ (-15) = 3
- A divisão de números de sinais diferentes tem resultado negativo.
Ex.: 25 ÷ (-5) = -5; (-120) ÷ 5 = -24

Esquematizando:



Dividendo = Divisor × Quociente + Resto
30 = 5 · 6 + 0

Principais propriedades da operação de divisão:

- Propriedade comutativa: a divisão não possui essa propriedade;
- Propriedade associativa: a divisão não possui essa propriedade;
- Elemento neutro: a unidade (1) é o elemento neutro da divisão, pois ao dividir qualquer número por 1, o resultado será o próprio número.

Ex.: 15 / 1 = 15.

- Propriedade do fechamento: aqui chegamos em uma diferença enorme dentro das operações de números inteiros, pois a divisão não possui essa propriedade, uma vez que ao dividir números inteiros podemos obter resultados fracionários ou decimais.

Ex.: 2 / 10 = 0,2 (não pertence ao conjunto dos números inteiros).

RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA

1. (VUNESP – 2015) Dividindo-se um determinado número por 18, obtém-se quociente n e resto 15. Dividindo-se o mesmo número por 17, obtém-se quociente (n + 2) e resto 1. Desse modo, é correto afirmar que n(n + 2) é igual a

a) 440.
b) 420.
c) 400.
d) 380.
e) 340.

Dividendo = 18 · n + 15
Dividendo = 17 · (n+2) + 1
18 · n + 15 = 17 · (n+2) + 1
18n + 15 = 17n + 34 + 1
18n – 17n = 35 – 15
n = 20
Logo, n · (n + 2) = 20 · (20 + 2) = 20 · 22 = 440.
Resposta: Letra A.

2. (FGV – 2019) O resultado da operação 2+3×4−1 é

a) 13.
b) 15.
c) 19.
d) 22.
e) 23.

Primeiro vamos fazer a multiplicação e depois as demais operações:
2 + 3 · 4 – 1 = 2 + 12 – 1 = 13
Resposta: Letra A

3. (INSTITUTO AOCP – 2018) O total de números que estão entre o dobro de 140 e o triplo de 100 é igual a

a) 17.
b) 19.
c) 21.
d) 23.
e) 25.

Dobro de 140 = 280
Triplo de 100 = 300
Total de números entre 280 e 300:
281 até 291 = 10 números
291 até 299 = 9 números
10 + 9 = 19 números.
Resposta: Letra B.

4. (INSTITUTO CONSULPLAN – 2019) Os símbolos das operações que deverão ser inseridos nos quadrados para que o cálculo seja verdadeiro são, respectivamente: 4_3_2_1 = 10

a) + / x / +
b) x / − / ÷
c) + / ÷ / −
d) x / + / +

4 · 3 – 2/1=
4 · 3 = 12
–2/1= –2 =
12 – 2 = 10. Resposta: Letra B.

FRAÇÕES

Frações nada mais são do que operações de divisão. Podemos, por exemplo, tanto escrever 4 ÷ 8 quanto $\frac{4}{8}$.

Agora, vamos estudar todas as operações que envolvem as frações. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Adição e Subtração de Fração

Para somar ou subtrair frações, é necessário olharmos para os denominadores, ou seja, para a “base” das frações. Há duas situações possíveis. Vejamos:

- Denominadores iguais (quando acontece essa situação, basta repetir as bases e operar os numeradores)

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3}$$

- Denominadores diferentes (quando acontece essa situação, é necessário achar o denominador comum, para operar as frações). Veja:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$$

O número 12 é o primeiro múltiplo, ao mesmo tempo, de 3 e 4. Então, dividiremos 12 pelos denominadores e, depois, multiplicaremos o resultado pelos numeradores.

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{4x1}{12 \div 3} + \frac{3x3}{12 \div 4} = \frac{4+9}{12} = \frac{13}{12}$$

Achando o menor denominador comum (mmc):

3 – 4	2 (aqui vamos dividir sempre pelo menor número primo possível)
3 – 2	2
3 – 1	3
1 – 1	mmc: 2 · 2 · 3 = 12

Todo número que é dividido apenas por ele mesmo e pelo número 1 é um número primo. Exemplo:
3 (apenas por ser dividido por 1 e 3)
13 (apenas por ser dividido por 1 e 13)

Multiplicação de Fração

Fazer a multiplicação entre frações é muito simples! Basta multiplicar o numerador de uma das frações pelo numerador da outra fração e fazer o mesmo processo entre os denominadores. Veja:

$$\frac{2}{3} x \frac{5}{4} = \frac{2x5}{3x4} = \frac{10}{12}$$

Ainda não chegamos ao resultado final da operação, pois é necessário simplificar a fração o máximo possível. Para realizar esse procedimento, devemos achar um número que divide, ao mesmo tempo, o denominador e o numerador. No caso apresentado anteriormente, sabemos que é o número 2. Aplicando, fica assim:

$$\frac{10 \div 2}{12 \div 2} = \frac{5}{6}$$

Pronto! Chegamos no resultado final, pois não há mais como simplificar.

Divisão de Fração

Vamos ensinar uma maneira bem simples para resolver esse tipo de operação. Para dividir frações, deve-se repetir a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda fração. Depois, basta realizar a multiplicação normalmente, da mesma forma que aprendemos. Veja:

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{6}{20} = \frac{6 \div 2}{20 \div 2} = \frac{3}{10}$$

> **Importante!**
> Podemos simplificar frações, dividindo o numerador e o denominador pelo mesmo número.

Exercite seus conhecimentos através dos exercícios comentados a seguir.

1. (FCC — 2016) Seja A o quociente da divisão de 8 por 3. Seja B o quociente da divisão de 15 por 7. Seja C o quociente da divisão de 14 por 22. O produto A B C é igual a:

a) 3,072072072 . . .
b) 3,636363 . . .
c) 3,121212 . . .
d) 3,252525 . . .
e) 3,111 . . .

Vamos calcular a multiplicação entre as frações apresentadas:
Podemos, ainda, simplificar o 14 com o 7 e o 15 com o 3.
Ainda é possível dividir 40 por 11.
Logo, A B C = 3,63... Resposta: Letra B.

2. (FGV — 2016) Durante três dias, o capitão de um navio atracado em um porto anotou a altura das marés alta (A) e baixa (B), formando a tabela a seguir.

A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A
1,0	0,3	1,1	0,2	1,3	0,4	1,4	0,5	1,2	0,4	1,0

A maior diferença entre as alturas de duas marés consecutivas foi

a) 1,0.
b) 1,1.
c) 1,2.
d) 1,3.
e) 1,4.

Vamos calcular as diferenças entre os valores da tabela. Observe:
0,3 – 1 = - 0,7
1,1 – 0,3 = 0,8
0,2 – 1,1 = - 0,9
1,3 – 0,2 = 1,1
0,4 – 1,3 = - 0,9
1,4 – 0,4 = 1
0,5 – 1,4 = -0,9
1,2 – 0,5 = 0,7
0,4 – 1,2 = -0,8
1,0 – 0,4 = 0,6
Note que a maior diferença é 1,1.
Resposta: Letra B.

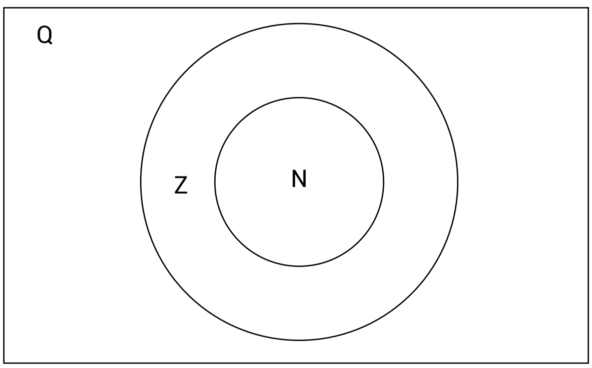
NÚMEROS RACIONAIS

São aqueles que podem ser escritos na forma da divisão (fração) de dois números inteiros. Ou seja, escritos na forma A/B (A dividido por B), onde A e B são números inteiros.

Exemplos: 7/4 e -15/9 são racionais. Veja, também, que os números 87, 321 e 1221 são racionais, pois são divididos pelo número 1.

> **Dica**
>
> Qualquer número natural é também inteiro e todo número inteiro é também racional.

O símbolo desse conjunto é a letra Q e podemos representar por meio de diagramas a relação entre os conjuntos naturais, inteiros e racionais, veja:



Representação Fracionária e Decimal

Há 3 tipos de números no conjunto dos números racionais:

- Frações:

  Ex.: $\frac{8}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{11}$ etc.

- Números decimais.

  Ex.: 1,75

- Dízimas periódicas.

  Ex.: 0,33333...

Operações e Propriedades dos Números Racionais

- Adição de números decimais: segue a mesma lógica da adição comum.

  Ex.: 15,25 + 5,15 = 20,4

- Subtração de números decimais: segue a mesma lógica da subtração comum.

  Ex.: 57,3 – 0,12 = 57,18

- Multiplicação de números decimais: aplicamos o mesmo procedimento da multiplicação comum.

  Ex.: $4,6 \cdot 1,75 = 8,05$

- Divisão de números decimais: devemos multiplicar ambos os números (divisor e dividendo) por uma potência de 10 (10, 100, 1000, 10000 etc.) de modo a retirar todas as casas decimais presentes. Após isso, é só efetuar a operação normalmente.

  Ex.: $5,7 \div 1,3$
  $5,7 \cdot 100 = 570$
  $1,3 \cdot 100 = 130$
  $570 \div 130 = 4,38$

Exercite seus conhecimentos através dos exercícios comentados a seguir.

1. (FGV– 2010) Julgue as afirmativas a seguir:

a) 0,555... é um número racional.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Repare que o número 0,555... é uma dízima periódica. Vimos na teoria que as dízimas periódicas são um tipo de número racional. Resposta: Certo.

b) Todo número inteiro tem antecessor.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Qualquer número inteiro é possível obter o seu antecessor. Basta subtrair 1 unidade. Veja: o antecessor de 35 é o 34. O antecessor de 0 é -1. E o antecessor de -299 é o -300. Resposta: Certo.

2. (FCC – 2018) Os canos de PVC são classificados de acordo com a medida de seu diâmetro em polegadas. Dentre as alternativas, aquela que indica o cano de maior diâmetro é

a) 1/2.
b) 1 ¼.
c) 3/4.
d) 1 ½.
e) 5/8.

Vamos deixar todos na forma decimal. Ou seja, vamos dividir o numerador pelo denominador da fração. Veja:
5/8 = 0,625
½ = 0,5
1 ¼ = 1 + 0,25 = 1,25
¾ = 0,75
1 ½ = 1 + 0,5 = 1,5
Logo, o maior diâmetro será 1 ½ polegadas, que corresponde a 1,5 polegadas. Resposta: Letra D.

3. (FCC – 2017) Sabendo que o número decimal F é 0,8666 . . . , que o número decimal G é 0,7111 . . . e que o número decimal H é 0,4222 . . . , então, o triplo da soma desses três números decimais, F, G e H, é igual a

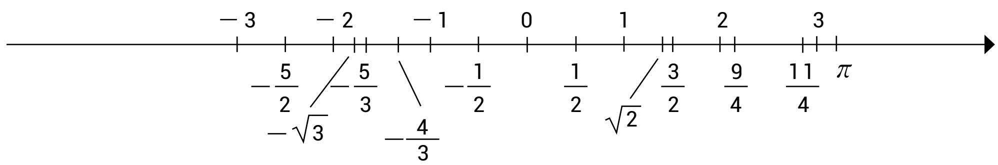
a) 6,111 . . .
b) 5,888 . . .
c) 6
d) 3
e) 5,98

Podemos resolver de forma aproximada, somando:
0,8666 + 0,7111 + 0,4222 = 1,9999 (aproximadamente 2)
A soma é aproximadamente 3×2 = 6. Resposta: Letra C.

REPRESENTAÇÃO NA RETA REAL

Na geometria plana, as retas são consideradas **entidades primitivas**, ou seja, não necessitam de definição formal, pois são **intuitivamente** concebidas pelos seres humanos. Em geral, elas são representadas graficamente por meio de um traço contínuo sem lacunas e sem pontos em suas extremidades.

O que se estipula para elas, no entanto, são as consequências de existirem, como colocam Dolce e Pompeo (2013, p. 2): "*Numa reta, bem como fora dela, há **infinitos pontos**.*" Ora, bem assim são os números reais, infinitos, não só positiva e negativamente, como também entre si, pois entre 1 e 2, por exemplo, temos o 1,5; 1,23; 1,0001; $\sqrt{2}$ = 1,412..., entre outros. Portanto, podemos representá-los graficamente em uma reta à qual daremos o nome de **reta real**. A seguir, acompanhe a representação básica desse elemento gráfico.



Fonte: Iezzi e Murakami (2013).

Note a presença dos exemplos de **números irracionais**, $\sqrt{2}$ e π , mas também de **números inteiros**, 0, 1, –3, entre outros. Também podemos identificar alguns dos **números racionais** presentes entre dois inteiros quaisquer, como $\frac{1}{2}$ e $\frac{9}{4}$, por exemplo.

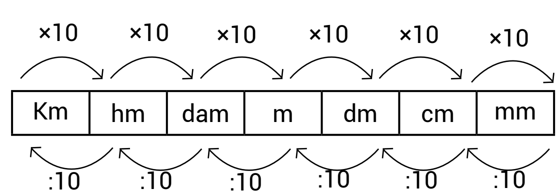
SISTEMA DE MEDIDAS: DISTÂNCIA, MASSA, TEMPO, ÁREA, VOLUME E CAPACIDADE

Quando estudamos o sistema de medidas, nos atentamos ao fato de que ele serve para quantificar dimensões que podem ter uma variação gigantesca. Porém, existem as conversões entre as unidades para uma melhor interpretação e leitura.

Medidas de Comprimento

A unidade principal tomada como referência é o metro. Além dele, temos outras seis unidades diferentes que servem para medir dimensões maiores ou menores. A conversão de unidades de comprimento segue potências de 10. Veja o esquema abaixo:

km (quilômetro)	hm (hectômetro)	dam (decâmetro)	m (metro)	dm (decímetro)	cm (centímetro)	mm (milímetro)



Exemplo: converter 5,3 metros para centímetros:

Para sair do metro e chegar no centímetro devemos multiplicar por 100 (10 · 10), pois "andamos" duas casas até chegar em centímetro. Logo,

$$5{,}3\text{m} = 5{,}3 \cdot 100 = 530 \text{ cm}.$$

Medidas de Área (Superfície)

A unidade principal tomada como referência é o metro quadrado. Além dele, temos outras seis unidades diferentes que servem para medir dimensões maiores ou menores. A conversão de unidades de superfície segue potências de 100. Veja o esquema a seguir:

km^2 (quilômetro quadrado)	hm^2 (hectômetro quadrado)	dam^2 (decâmetro quadrado)	m^2 (metro quadrado)	dm^2 (decímetro quadrado)	cm^2 (centímetro quadrado)	mm^2 (milímetro quadrado)

×100 ×100 ×100 ×100 ×100 ×100

Km2	hm2	dam2	m2	dm2	cm^2	mm2

:100 :100 :100 :100 :100 :100

Exemplo: converter 5,3 m^2 para cm^2:

Para sair do metro quadrado e chegar no centímetro quadrado devemos multiplicar por 10.000 (100 · 100), pois "andamos" duas casas até chegar em centímetro quadrado. Logo, $5{,}3m^2 = 5{,}3 \cdot 10.000 = 53.000\ cm^2$.

Medidas de Volume (Capacidade)

A unidade principal tomada como referência é o metro cúbico. Além dele, temos outras seis unidades diferentes que servem para medir dimensões maiores ou menores. A conversão de unidades de superfície segue potências de 1.000. Veja o esquema a seguir

km^3 (quilômetro cúbico)	hm^3 (hectômetro cúbico)	dam^3 (decâmetro cúbico)	m^3 (metro cúbico)	dm^3 (decímetro cúbico)	cm^3 (centímetro cúbico)	mm^3 (milímetro cúbico)

×1.000 ×1.000 ×1.000 ×1.000 ×1.000 ×1.000

Km3	hm3	dam3	m3	dm3	cm^3	mm3

:1.000 :1.000 :1.000 :1.000 :1.000 :1.000

Exemplo: converter 5,3 m^3 para cm^3:

Para sair do metro cúbico e chegar no centímetro cúbico devemos multiplicar por 1000000 (1000x1000), pois "andamos" duas casas até chegar em centímetro cúbico. Logo,

$$5{,}3m^3 = 5{,}3 \times 1.000.000 = 5.300.000\ cm^3.$$

Veja, agora, algumas relações interessantes e que você precisa ter em mente para resolver a diversas questões.

UNIDADE	RELAÇÃO DE UNIDADE
1 quilograma (kg)	1000 gramas (g)
1 tonelada (t)	1000 quilogramas (kg)
1 litro (l)	1 decímetro cúbico (dm^3)
1 mililitro (ml)	1centímetro cúbico (cm^3)
1 hectare (ha)	1 hectômetro quadrado (hm^2)
1 hectare (ha)	10000 metros quadrados (m^2)

Medidas de Tempo

Medindo intervalos de tempos temos (hora – minuto – segundo) que são os mais conhecidos. Veja como se faz a relação nessa unidade.

Para transformar de uma unidade maior para a unidade menor, multiplica-se por 60. Veja:

1 hora = 60 minutos
h = 4 · 60 = 240 minutos

Para transformar de uma unidade menor para a unidade maior, divide-se por 60. Veja:

20 minutos = 20 / 60 = 2/6 = 1/3 da hora ou 1/3h.

Para medir ângulos a unidade básica é o grau. Temos as seguintes relações:

1 grau equivale a 60 minutos (1º = 60')
1 minuto equivale a 60 segundos (1' = 60")

Aqui vale fazer uma observação que os minutos e os segundos dos ângulos não são os mesmos do sistema (hora – minuto – segundo). Os nomes são semelhantes, mas os símbolos que os indicam são diferentes, veja:

1h32min24s é um intervalo de tempo ou um instante do dia.

1º 32′ 24″ é a medida de um ângulo.

Medidas de Massa

As unidades a seguir são as mais utilizadas quando estamos trabalhando a massa de uma matéria. Veja quais são:

- tonelada (t);
- quilograma (kg);
- grama (g);
- miligrama (mg).

Vamos tomar como base as relações a seguir para converter uma unidade em outra. Observe:

- 1 t = 1.000 kg (uma tonelada tem mil quilogramas);
- 1 kg = 1.000 g (um quilograma tem mil gramas);
- 1 g = 1.000 mg (uma grama tem mil miligramas).

Observe o exemplo a seguir de uma conversão:

Vamos transformar 3,5 kg em gramas.
Sabemos que 1 kg equivale a 1.000 gramas, logo:

1 kg — 1.000 g
3,5 Kg — x
$x = 3{,}5 \cdot 1.000$
$x = 3.500$ g

Então, podemos dizer que 3,5 kg equivalem a 3.500g.

RAZÕES E PROPORÇÕES

DIVISÃO PROPORCIONAL

A razão entre duas grandezas é igual à divisão entre elas. Veja:

$$\frac{2}{5}$$

Ou podemos representar por 2 ÷ 5 (lê-se 2 está para 5).
Já a proporção é a igualdade entre razões. Veja:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

Ou podemos representar por 2 ÷ 3 = 4 ÷ 6 (lê-se 2 está para 3 assim como 4 está para 6).

Os problemas mais comuns que envolvem razão e proporção é quando se aplica uma **variável** qualquer dentro da proporcionalidade e se deseja saber o valor dela. Veja o exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{6} \text{ ou } 2 \div 3 = x \div 6$$

Para resolvermos esse tipo de problema devemos usar a Propriedade Fundamental da razão e proporção: **produto dos meios pelos extremos**.

Meio: 3 e x;
Extremos: 2 e 6.

Logo, devemos fazer a multiplicação entre eles numa igualdade. Observe:

$$3 \cdot X = 2 . 6$$

$$3X = 12$$

$$X = 12 \div 3$$

$$X = 4$$

Lembre-se de que a maioria dos problemas envolvendo esse tema são resolvidos utilizando essa propriedade fundamental. Porém, algumas questões acabam sendo um pouco mais complexas e pode ser útil conhecer algumas propriedades para facilitar. Vamos a elas!

Propriedade das Proporções

- **Somas Externas**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Vamos entender um pouco melhor resolvendo uma questão-exemplo:

Suponha que uma fábrica vai distribuir um prêmio de R$ 10.000 para seus dois empregados (Carlos e Diego). Esse prêmio vai ser dividido de forma proporcional ao tempo de serviço deles na fábrica. Carlos está há 3 anos na fábrica e Diego está há 2 anos. Quanto cada um vai receber?

Resolução:

Primeiro, devemos montar a proporção. Sejam C a quantia que Carlos vai receber e D a quantia que Diego vai receber, temos:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2}$$

Utilizando a propriedade das somas externas:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2} = \frac{C+D}{3+2}$$

Perceba que C + D = 10.000 (as partes somadas), então podemos substituir na proporção:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2} = \frac{C+D}{3+2} = \frac{10.000}{5} = 2.000$$

Aqui cabe uma observação importante!

Esse valor 2.000, que chamamos de “Constante de Proporcionalidade”, é que nos mostra o valor real das partes dentro da proporção. Veja:

$$\frac{C}{3} = 2.000$$

$$C = 2000 \cdot 3$$

C = 6.000 (esse é o valor de Carlos)

$$\frac{D}{2} = 2.000$$

$$D = 2.000 \cdot 2$$

D = 4.000 (esse é o valor de Diego)

Assim, Carlos vai receber R\$6.000 e Diego vai receber R\$ 4.000.

- **Somas Internas**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

É possível, ainda, trocar o numerador pelo denominador ao efetuar essa soma interna, desde que o mesmo procedimento seja feito do outro lado da proporção.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

Vejamos um exemplo:

$$\frac{x}{14-x} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{x+14-x}{x} = \frac{2+5}{2}$$

$$\frac{14}{x} = \frac{7}{2}$$

$$7 \cdot x = 2 \cdot 14$$

$$x = \frac{14 \cdot 2}{7} = 4$$

Portanto, encontramos que x = 4.

> **Importante!**
> Vale lembrar que essa propriedade também serve para subtrações internas.

- **Soma com Produto por Escalar**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+2b}{b} = \frac{c+2d}{d}$$

Vejamos um exemplo para melhor entendimento:

Uma empresa vai dividir o prêmio de R\$ 13.000 proporcionalmente ao número de anos trabalhados.

São dois funcionários que trabalham há 2 anos na empresa e três funcionários que trabalham há 3 anos.

Resolução:

Seja A o prêmio dos funcionários com 2 anos e B o prêmio dos funcionários com 3 anos de empresa, temos:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$$

Porém, como são 2 funcionários na categoria A e 3 funcionários na categoria B, podemos escrever que a soma total dos prêmios é igual a R\$ 13.000.

$$2A + 3B = 13.000$$

Agora multiplicando em cima e embaixo de um lado por 2 e do outro lado por 3, temos:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9}$$

Aplicando a propriedade das somas externas, podemos escrever o seguinte:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9} = \frac{2A+3B}{4+9}$$

Substituindo o valor da equação 2A + 3B na proporção, temos:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9} = \frac{2A+3B}{4+9} = \frac{13.000}{13} = 1.000$$

Logo,

$$\frac{2A}{4} = 1.000$$

$$2A = 4 \cdot 1.000$$
$$2A = 4.000$$
$$A = 2.000$$

Fazendo a mesma resolução em B:

$$\frac{3B}{9} = 1.000$$

$$3B = 9 \cdot 1.000$$
$$3B = 9.000$$
$$B = 3.000$$

Sendo assim, os funcionários com 2 anos de casa receberão R\$ 2.000 de bônus. Já os funcionários com 3 anos de casa receberão R\$ 3.000 de bônus.

O total pago pela empresa será:

$$\text{Total} = 2 \cdot 2.000 + 3 \cdot 3.000 = 4.000 + 9.000 = 13.000.$$

REGRA DA SOCIEDADE

Diretamente Proporcional

Um dos tópicos mais comuns em questões de prova é "dividir uma determinada quantia em partes proporcionais a determinados números. Vejamos um exemplo para entendermos melhor como esse assunto é cobrado:

A quantia de 900 mil reais deve ser dividida em partes proporcionais aos números 4, 5 e 6. A menor dessas partes corresponde a:

Primeiro vamos chamar de X, Y e Z as partes proporcionais, respectivamente a 4, 5 e 6. Sendo assim, X é proporcional a 4, Y é proporcional a 5 e Z é proporcional a 6, ou seja, podemos representar na forma de razão. Veja:

$$\frac{X}{4} = \frac{Y}{5} = \frac{Z}{6} = \text{constante de proporcionalidade.}$$

Usando uma das propriedades da proporção, somas externas, temos:

$$\frac{X+Y+Z}{4+5+6} \quad \frac{900.000}{15} = 60.000$$

A menor dessas partes é aquela que é proporcional a 4, logo:

$$\frac{X}{4} = 60.000$$

$$X = 60.000 \cdot 4$$

$$X = 240.000$$

Inversamente Proporcional

É um tipo de questão menos recorrente, mas, não menos importante. Consiste em distribuir uma quantia X a três pessoas, de modo que cada uma receba um quinhão inversamente proporcional a três números. Vejamos um exemplo:

Suponha que queiramos dividir 740 mil em partes inversamente proporcionais a 4, 5 e 6.

Vamos chamar de X as quantias que devem ser distribuídas inversamente proporcionais a 4, 5 e 6, respectivamente. Devemos somar as razões e igualar ao total que dever ser distribuído para facilitar o nosso cálculo, veja:

$$\frac{X}{4} + \frac{X}{5} + \frac{X}{6} = 740.000$$

Agora vamos precisar tirar o M.M.C. (mínimo múltiplo comum) entre os denominadores para resolvermos a fração.

4 – 5 – 6 | 2
2 – 5 – 3 | 2
1 – 5 – 3 | 3
1 – 5 – 1 | 5
1 – 1 – 1 | 2 · 2 · 3 · 5 = 60

Assim, dividindo o M.M.C. pelo denominador e multiplicando o resultado pelo numerador temos:

$$\frac{15x}{60} + \frac{12x}{60} + \frac{10x}{60} = 740.000$$

$$\frac{37x}{60} = 740.000$$

$$X = 1.200.000$$

Agora, basta substituir o valor de X nas razões para achar cada parte da divisão inversa.

$$\frac{x}{4} = \frac{1.200.000}{4} = 300.000$$

$$\frac{x}{5} = \frac{1.200.000}{5} = 240.000$$

$$\frac{x}{6} = \frac{1.200.000}{6} = 200.000$$

Logo, as partes divididas inversamente proporcionais aos números 4, 5 e 6 são, respectivamente, 300.000, 240.000 e 200.000.

Agora vamos treinar o que aprendemos na teoria com exercícios comentados de diversas bancas. Vamos lá!

1. **(FAEPESUL – 2016)** Em uma turma de graduação em Matemática Licenciatura, de forma fictícia, temos que a razão entre o número de mulheres e o número total de alunos é de 5/8. Determine a quantidade de homens desta sala, sabendo que esta turma tem 120 alunos.

a) 43 homens.
b) 45 homens.
c) 44 homens.
d) 46 homens.
e) 47 homens.

A razão entre o número de mulheres e o número total de alunos é de 5/8:

$$\frac{M}{T} = \frac{5}{8}$$

A turma tem 120 alunos, então: T = 120

Fazendo os cálculos:

$$\frac{M}{T} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{M}{120} = \frac{5}{8}$$

$$8 \cdot M = 5 \cdot 120$$

$$8M = 600$$

$$M = \frac{600}{8}$$

$$M = 75$$

A quantidade de homens da sala: 120 – 75 = 45 homens. Resposta: Letra B.

2. **(VUNESP – 2020)** Em um grupo com somente pessoas com idades de 20 e 21 anos, a razão entre o número de pessoas com 20 anos e o número de pessoas com 21 anos, atualmente, é 4/5. No próximo mês, duas pessoas com 20 anos farão aniversário, assim como uma pessoa com 21 anos, e a razão em questão passará a ser de 5/8. O número total de pessoas nesse grupo é

a) 30.
b) 29.
c) 28.
d) 27.
e) 26.

A razão entre o número de pessoas com 20 anos e o número de pessoas com 21 anos, atualmente, é 4/5.

$$\frac{120}{121} = \frac{4x}{5x} \text{ Total de } 9x$$

No próximo mês, duas pessoas com 20 anos farão aniversário, assim como uma pessoa com 21 anos, e a razão em questão passará a ser de 5/8.

$$\frac{120}{121} = \frac{4x - 2}{5x + 2 - 1} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{4x - 2}{5x + 1} = \frac{5}{8}$$

$$8(4x - 2) = 5(5x + 1)$$

$$32x - 16 = 25x + 5$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

Para sabermos o total de pessoas, basta substituir o valor de X na primeira equação: 9x = 9 · 3 = 27 é o número total de pessoas nesse grupo. Resposta: Letra D.

3. **(IBADE - 2018)** Três agentes penitenciários de um país qualquer, Darlan, Arley e Wanderson, recebem juntos, por dia, R$ 721,00. Arley recebe R$ 36,00 mais