

Marinha do Brasil

MARINHA

Aprendiz de Marinheiro

NV-010DZ-24-MARINHA-APRENDIZ-MAR



Amostra grátis da apostila MARINHA - Aprendiz de Marinheiro. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

SUMÁRIO

LÍNGUA PORTUGUESA.....	15
■ COMPREENSÃO E INTERPRETAÇÃO DE TEXTO.....	15
COMPREENSÃO DE INFORMAÇÕES IMPLÍCITAS E EXPLÍCITAS	15
LEITURA E ANÁLISE DE TEXTOS VERBAIS E NÃO VERBAIS: OS PROPÓSITOS DO AUTOR E SUAS IMPLICAÇÕES NA ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	17
■ LINGUAGENS DENOTATIVA E CONOTATIVA.....	18
■ RELAÇÕES LEXICAIS	18
SINONÍMIA	19
ANTONÍMIA.....	19
HOMONÍMIA.....	19
HIPERONÍMIA E HIPONÍMIA.....	19
PARONÍMIA	19
TEXTO E CONTEXTO: AMBIGUIDADE E POLISSEMIA.....	20
■ COERÊNCIA E COESÃO.....	20
■ FIGURAS DE LINGUAGEM	24
■ GÊNEROS TEXTUAIS.....	28
■ TIPOLOGIA TEXTUAL	32
■ TIPOS DE DISCURSO.....	36
■ REESCRITURA DE FRASES.....	37
■ ADEQUAÇÃO VOCABULAR E VARIAÇÃO LINGUÍSTICA	38
REGISTRO FORMAL.....	38
Norma Culta	38
REGISTRO INFORMAL: VARIEDADES REGIONAIS E SOCIAIS.....	39
■ FUNÇÕES DA LINGUAGEM.....	39
■ RECONHECIMENTO E APLICAÇÃO DE RECURSOS GRAMATICAIS: SISTEMA ORTOGRÁFICO EM VIGOR.....	40
EMPREGO DAS LETRAS	41
ACENTUAÇÃO GRÁFICA	42

USO DO ACENTO INDICADOR DE CRASE.....	42
■ ASPECTOS FONÉTICOS: FONEMA E LETRA, SÍLABA, ENCONTROS VOCÁLICOS E CONSONANTAIS, DÍGRAFOS	44
■ PONTUAÇÃO.....	45
■ ASPECTOS MORFOLÓGICOS: ESTRUTURA E FORMAÇÃO DE PALAVRAS.....	47
HÍFEN.....	51
■ CLASSES DE PALAVRAS: VALOR SEMÂNTICO DOS ADVÉRBIOS, DAS PREPOSIÇÕES E CONJUNÇÕES	51
Função e Emprego dos Pronomes Relativos	61
Colocação Pronominal	62
■ ORGANIZAÇÃO SINTÁTICA DA FRASE E DO PERÍODO: FRASE, ORAÇÃO E PERÍODO, OS TERMOS DA ORAÇÃO	72
SUBORDINAÇÃO E COORDENAÇÃO.....	77
REGÊNCIA (NOMINAL E VERBAL)	80
CONCORDÂNCIA (NOMINAL E VERBAL)	82
MATEMÁTICA.....	99
■ ARITMÉTICA.....	99
NÚMEROS NATURAIS: NÚMEROS PRIMOS, FATORAÇÃO, NÚMERO DE DIVISORES, MÁXIMO DIVISOR COMUM E MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM	99
RAZÃO E PROPORÇÃO.....	102
GRANDEZAS DIRETA E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS	103
REGRA DE TRÊS SIMPLES	105
REGRA DE TRÊS COMPOSTA.....	107
PORCENTAGEM	109
JUROS SIMPLES	111
JUROS COMPOSTOS.....	113
PROGRESSÕES ARITMÉTICAS.....	114
PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS	116
■ CONJUNTOS NUMÉRICOS: OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS.....	118
■ ÁLGEBRA.....	125
CONJUNTOS: TIPOS DE CONJUNTOS, OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS	125

■ FUNÇÃO: GRÁFICO DE FUNÇÃO	134
DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO	134
FUNÇÕES INJETORAS, SOBREJETORAS E BIJETORAS.....	135
FUNÇÃO CONSTANTE.....	135
FUNÇÃO LINEAR E FUNÇÃO AFIM	136
Inequação de 1º Grau.....	137
FUNÇÃO QUADRÁTICA.....	138
Inequação de 2º Grau.....	139
FUNÇÃO E EQUAÇÃO EXPONENCIAL	141
Equações Exponenciais.....	142
LOGARITMOS, FUNÇÃO E EQUAÇÃO LOGARÍTMICA	142
Equações Logarítmicas.....	143
FATORIAL	144
PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM	144
PERMUTAÇÃO SIMPLES.....	144
PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO	145
PERMUTAÇÃO CIRCULAR.....	145
ARRANJO	146
COMBINAÇÃO SIMPLES	146
PROBABILIDADE.....	146
■ MATRIZES E OPERAÇÕES.....	153
DETERMINANTES.....	157
PROPRIEDADES DOS DETERMINANTES	160
SISTEMAS LINEARES.....	161
SISTEMAS NÃO LINEARES	170
■ MONÔMIOS.....	170
■ POLINÔMIOS: OPERAÇÕES, FATORAÇÃO.....	171
FRAÇÕES ALGÉBRICAS.....	179
EQUAÇÕES ALGÉBRICAS.....	181
■ TRIGONOMETRIA - TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO.....	182

TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO (SENO, COSSENO E TANGENTE).....	182
OPERAÇÕES COM ARCOS	187
CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO	188
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	189
EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	199
■ GEOMETRIA PLANA	202
ÂNGULOS: OPERAÇÕES COM ÂNGULOS, ÂNGULOS COMPLEMENTARES, SUPLEMENTARES.....	202
TEOREMA DE THALES.....	203
POLÍGONOS: POLÍGONOS CONVEXOS REGULARES E NÃO REGULARES, CÁLCULO DA DIAGONAL, NÚMERO DE DIAGONAIS, SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS, SOMA DOS ÂNGULOS EXTERNOS, ÂNGULOS INTERNOS E ÂNGULOS EXTERNOS	203
ÁREAS DOS POLÍGONOS	205
MEDIANA DE EULER	207
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS	208
PONTOS NOTÁVEIS DOS TRIÂNGULOS: CEVIANAS.....	209
LEI DOS SENOS E LEI DOS COSSENOIS	210
QUADRILÁTEROS INSCRITOS E CIRCUNSCRITOS	210
CÍRCULOS E CIRCUNFERÊNCIAS: PERÍMETRO E ÁREAS.....	211
■ GEOMETRIA ESPACIAL	213
PRISMAS, PIRÂMIDES, CILINDROS, CONE E ESFERA: ÁREA E VOLUME	213
■ GEOMETRIA ANALÍTICA	220
ESTUDO DO PONTO, DA RETA E DA CIRCUNFERÊNCIA NO PLANO CARTESIANO	220
Produto Cartesiano, Plano Cartesiano, Relação Binária	220
Posições Relativas entre Retas e Circunferência	225
INGLÊS	233
■ READING COMPREHENSION – GRAMMAR	233
VERB TENSES (AFFIRMATIVE, NEGATIVE, AND INTERROGATIVE FORMS)	233
Present Simple	233
Present Continuous	235
Past Simple	236
Past Continuous.....	237
Future.....	238

INFINITIVE.....	241
IMPERATIVE.....	242
THERE TO BE.....	242
MODAL VERB "CAN"	243
QUESTIONS.....	244
NOUNS (COUNTABLE AND UNCOUNTABLE)	249
ARTICLES (DEFINITE AND INDEFINITE).....	253
ADJECTIVES	255
PRONOUNS (SUBJECT, OBJECT, DEMONSTRATIVE AND POSSESSIVE PRONOUNS) AND POSSESSIVE ADJECTIVES	260
PREPOSITIONS (TIME AND PLACE).....	265
TIME EXPRESSIONS.....	269
CONJUNCTIONS (AND, BUT, SO, OR, BECAUSE).....	269
QUANTIFIERS (SOME, ANY, NO, MANY, MUCH).....	271
■ VOCABULARY AND RELATED VERBS	273
NUMBERS.....	273
DATES.....	274
SPORTS	275
CLOTHES	276
FOOD.....	277
 FÍSICA.....	 285
■ MECÂNICA.....	285
CONCEITO DE MOVIMENTO E DE REPOUSO	285
MOVIMENTO UNIFORME (MU)	285
MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO (MUV)	285
INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS	286
Mu (Posição X Tempo).....	286
Muv (Posição X Tempo e Velocidade X Tempo).....	287
LEIS DE NEWTON E SUAS APLICAÇÕES.....	288
ENERGIA CINÉTICA	290

ENERGIA POTENCIAL.....	290
Energia Gravitacional.....	290
ENERGIA MECÂNICA E PRINCÍPIOS DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA	291
MÁQUINAS SIMPLES (ALAVANCA E SISTEMAS DE ROLDANAS)	291
TRABALHO DE UMA FORÇA	292
POTÊNCIA	293
CONCEITO DE PRESSÃO, TEOREMA (OU PRINCÍPIO) DE STEVIN E TEOREMA (OU PRINCÍPIO) DE PASCAL	293
■ TERMOLOGIA	294
CONCEITOS DE TEMPERATURA E DE CALOR E EQUILÍBRIO TÉRMICO	294
ESCALAS TERMOMÉTRICAS.....	295
Celsius.....	295
Kelvin	295
Fahrenheit.....	295
RELAÇÃO ENTRE ESCALAS TERMOMÉTRICAS.....	295
QUANTIDADE DE CALOR SENSÍVEL.....	295
CALOR ESPECÍFICO.....	295
CAPACIDADE TÉRMICA.....	296
QUANTIDADE DE CALOR LATENTE	296
EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA CALORIMETRIA.....	296
MUDANÇAS DE ESTADO FÍSICO.....	297
DILATAÇÃO TÉRMICA DE SÓLIDOS E LÍQUIDOS.....	297
PROCESSOS DE PROPAGAÇÃO DO CALOR E TRANSFORMAÇÕES GASOSAS (INCLUINDO O CÁLCULO DE TRABALHO).....	299
■ ÓPTICA GEOMÉTRICA	299
FONTES DE LUZ	299
PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA.....	300
REFLEXÃO E REFRAÇÃO DA LUZ.....	301
ESPELHOS.....	303
LENTEs	305
■ ONDULATÓRIA E ACÚSTICA.....	306
CONCEITO DE ONDA.....	306

CARACTERÍSTICAS DE UMA ONDA: VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO, COMPRIMENTO DE ONDA E FREQUÊNCIA.....	307
AMPLITUDE E PERÍODO	308
EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA ONDA.....	309
CLASSIFICAÇÃO QUANTO À NATUREZA E À DIREÇÃO DE PROPAGAÇÃO	310
SOM (CONCEITO, CARACTERÍSTICAS, PRODUÇÃO E VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO).....	311
■ ELETRICIDADE.....	313
PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO	313
ELEMENTOS DE UM CIRCUITO	314
Gerador e Receptor	314
Capacitor	315
CIRCUITOS ELÉTRICOS (SÉRIE, PARALELO E MISTO) E RESISTOR	315
APARELHOS DE MEDIÇÃO	315
Amperímetro	316
Voltímetro	316
LEIS DE OHM (PRIMEIRA E SEGUNDA)	316
POTÊNCIA ELÉTRICA	317
CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA	318
■ MAGNETISMO	318
ÍMÃS E SUAS PROPRIEDADES	318
CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA	319
BÚSSOLA.....	320
EXPERIMENTO DE OERSTED	320
QUÍMICA.....	325
■ FUNDAMENTOS DA QUÍMICA.....	325
PROPRIEDADES DA MATÉRIA	325
MUDANÇAS DE ESTADO FÍSICO.....	331
CLASSIFICAÇÃO DE MISTURAS.....	331
FRACIONAMENTO DE MISTURAS	332
■ ATOMÍSTICA.....	333

MODELOS ATÔMICOS	333
ESTRUTURA DO ÁTOMO	337
ISÓTOPOS	339
ISÓBAROS	339
ISÓTONOS	339
ISOELETRÔNICOS	339
■ CLASSIFICAÇÃO PERIÓDICA DOS ELEMENTOS	339
ORGANIZAÇÃO E DISTRIBUIÇÃO DOS ELEMENTOS QUÍMICOS EM FAMÍLIAS E PERÍODOS NA TABELA PERIÓDICA: PROPRIEDADES PERIÓDICAS.....	341
PROPRIEDADES NÃO PERIÓDICAS.....	346
■ LIGAÇÕES QUÍMICAS	347
LIGAÇÕES IÔNICAS, MOLECULARES E METÁLICAS	347
CARACTERÍSTICAS E PROPRIEDADES DOS COMPOSTOS.....	348
FORÇAS INTERMOLECULARES	348
■ FUNÇÕES INORGÂNICAS: CLASSIFICAÇÃO, NOMENCLATURA E PROPRIEDADES.....	349
ÁCIDOS	349
BASES.....	350
SAIS	350
ÓXIDOS E HIDRETOS	351
■ REAÇÕES QUÍMICAS INORGÂNICAS	353
REAGENTES E PRODUTOS.....	353
REAÇÃO QUÍMICA	353
CLASSIFICAÇÕES DAS REAÇÕES QUÍMICAS	353
Síntese	353
Decomposição	353
Simple Troca.....	353
Dupla Troca	354
EQUAÇÕES QUÍMICAS E ESTEQUIOMETRIA	354
■ QUÍMICA ORGÂNICA: NOMENCLATURA, ESTRUTURAS QUÍMICAS E PROPRIEDADES DAS SUBSTÂNCIAS	354
HIDROCARBONETOS.....	355
ÁLCOOIS.....	360

ÉTERES.....	361
ÉSTERES.....	361
CETONAS	361
ALDEÍDOS.....	361
ÁCIDOS CARBOXÍLICOS.....	361
AMINAS.....	361
AMIDAS	361
NITRILAS.....	361

MATEMÁTICA

ARITMÉTICA

NÚMEROS NATURAIS: NÚMEROS PRIMOS, FATORAÇÃO, NÚMERO DE DIVISORES, MÁXIMO DIVISOR COMUM E MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Números Primos

Um número natural é definido como número primo se tiver exatamente dois divisores: o número 1 e ele mesmo. Contudo, temos que, por definição, os números 0 e 1 não são números primos. Lembre-se de que o 2 é o único número par que também é primo!

Importante!

Não há consenso sobre haver ou não números primos negativos. Contudo, para seu conhecimento, o conceito de primalidade para números inteiros é diferente. O número p precisa ser divisível por 1, -1 , p e $-p$, isto é, precisa ser dividido por 1, -1 , por ele mesmo e pelo seu inverso.

Para identificar um número primo, é necessário analisar seus divisores. Para isto, vamos estudar um pouco mais a fundo múltiplos e divisores de um número.

Múltiplos e Divisores

Sejam dois números naturais x e y , temos que x é múltiplo de y quando existe um número natural z tal que $x = y \cdot z$.

Dessa maneira, temos que 30 é múltiplo de 3, uma vez que $3 \cdot z = 30$, em que $z = 10$. De mesma forma, 30 é múltiplo de 10, uma vez que $10 \cdot z = 30$, em que $z = 3$.

Vamos calcular alguns dos múltiplos de 2 multiplicando o 2 por todos os números naturais de 0 a 10.

$$\begin{aligned} 2 \cdot 0 &= 0 \\ 2 \cdot 1 &= 2 \\ 2 \cdot 2 &= 4 \\ 2 \cdot 3 &= 6 \\ 2 \cdot 4 &= 8 \\ 2 \cdot 5 &= 10 \\ 2 \cdot 6 &= 12 \\ 2 \cdot 7 &= 14 \\ 2 \cdot 8 &= 16 \\ 2 \cdot 9 &= 18 \\ 2 \cdot 10 &= 20 \end{aligned}$$

Assim, temos que o conjunto M dos múltiplos de 2 é $M = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots\}$.

Lembre-se de que o conjunto dos múltiplos é **infinito**!

Sejam dois números naturais x e y , temos que x é divisor de y quando existe um número natural z tal que $z = \frac{y}{x}$, de maneira que não haja resto na divisão.

Dessa maneira, temos que 5 é divisor de 30, uma vez que $30 \div 5 = z$, tal que $z = 6$.

Para encontrarmos os divisores de um número, verificamos se o resultado da divisão é inteiro. Vejamos os divisores de 30:

$$\begin{aligned} 30 \div 30 &= 1 \\ 30 \div 15 &= 2 \\ 30 \div 10 &= 3 \\ 30 \div 6 &= 5 \\ 30 \div 5 &= 6 \\ 30 \div 3 &= 10 \\ 30 \div 2 &= 15 \\ 30 \div 1 &= 30 \end{aligned}$$

Temos, então, que o conjunto D dos divisores de 30 é dado por $D = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 \text{ e } 30\}$.

Perceba que, ao contrário do conjunto dos múltiplos, o conjunto dos divisores é finito.

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Os múltiplos de um número X são aqueles números que podem ser obtidos multiplicando X por outro número natural. Assim, o MMC de dois ou mais números é o menor número positivo que é múltiplo comum de todos os números dados. Agora, observe os múltiplos dos números 4 e 6:

$$\begin{aligned} M(4) &= 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \dots \\ M(6) &= 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, \dots \end{aligned}$$

Quais são os múltiplos iguais (comuns) entre os

números? São eles: 12, 24, 36... E qual o menor deles? É o número 12. Sendo assim, o número 12 é o menor múltiplo comum entre 4 e 6, ou seja, o MMC entre 4 e 6 é igual a 12.

● Cálculo do MMC por Fatoração Simultânea

Podemos calcular o MMC entre 2 ou mais números, de maneira mais rápida, fazendo a fatoração simultânea dos dois números. Veja:

Ex.: calcule o MMC entre 6 e 8.

$$\begin{array}{l|l} 6-8 & 2 \text{ (aqui devemos colocar o menor número primo)} \\ 3-4 & 2 \text{ (nesse caso repetimos o número 3, pois ele não é dividido pelo 2)} \\ 3-2 & 3 \\ 3-1 & 3 \\ 1-1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{MMC} &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24. \\ \text{Logo, o MMC (6 e 8)} &= 24. \end{aligned}$$

Com esse método, é possível calcular o MMC entre vários números. Vamos exercitar novamente, dessa vez com mais números.

Ex.: calcule o MMC entre os números 10, 12, 20

10 - 12 - 20	2
5 - 6 - 10	2
5 - 3 - 5	3
5 - 1 - 5	5
1 - 1 - 1	

$$\text{MMC} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60.$$

Logo, o MMC (10, 12 e 20) = 60.

● **Passos para Calcular o MMC (Fatoração Simultânea)**

Primeiramente, deve-se montar uma coluna para os fatores primos e outra coluna para cada um dos números. Em seguida, inicia-se a divisão dos números pelo menor fator primo (2), aumentando o fator apenas quando nenhum dos números puder mais ser dividido por ele.

Se algum dos números não puder ser dividido, basta copiá-lo para a próxima linha. O objetivo é fazer com que todos os números cheguem ao valor 1. O MMC será a multiplicação dos fatores primos utilizados.

Pensando além e analisando os tipos de questões que aparecem nas provas, é importante lembrar que os enunciados relacionados ao MMC geralmente envolvem uma ideia de periodicidade, repetição ou ciclo de acontecimentos. Veja um exemplo.

Em uma linha de montagem de fábrica, duas luzes de sinalização piscam em intervalos diferentes: uma a cada 20 minutos e a outra a cada 35 minutos. Se ambas piscarem juntas às 8 horas da manhã, em que horário isso voltará a acontecer?

Observe as expressões “a cada 20 minutos” e “a cada 35 minutos”. Percebe-se, aqui, uma ideia de repetição. Por exemplo, se a luz que pisca a cada 20 minutos acender às 15h, ela irá piscar novamente após 20 minutos, ou seja, às 15h20, depois às 15h40, 16h, e assim por diante. Portanto, esse é um tipo clássico de questão envolvendo MMC.

Para resolvermos a questão anterior, devemos encontrar o MMC entre 20 e 30:

20, 35	2
10, 35	2
5, 35	5
1, 7	7
1, 1	

Portanto, $\text{MMC}(20, 35) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$.

Convertendo 140 para horas, temos:

$$140 \text{ min} = 2 \text{ horas e } 20 \text{ minutos, portanto:}$$

$$8\text{h} + 2\text{h}20\text{min} = 10\text{h}20\text{min}$$

Assim, as luzes piscarão novamente às 10 horas e 20 minutos.

Dica

Atente aos termos “a cada”, “em” e “ou” nos enunciados, pois estes podem indicar uma ideia de repetição, ciclo e periodicidade.

Revise seus conhecimentos por meio dos exercícios comentados a seguir.

1. (FCC – 2015) Para um evento promovido por uma determinada empresa, uma equipe de funcionários preparou uma apresentação de slides que deveria transcorrer durante um momento de confraternização. Tal apresentação é composta por 63 slides e cada um será projetado num telão por exatos 10 segundos. Foi ainda escolhida uma música de fundo, com duração de 4min40s para acompanhar a apresentação dos slides. Eles planejam que a música e a apresentação dos slides comecem simultaneamente e “rodem” ciclicamente, sem intervalos, até que ambas finalizem juntas. A fim de estudar a viabilidade desse plano, eles calcularam que a quantidade de vezes que a música teria de tocar até que seu final coincidissem, pela primeira vez depois do início, com final da apresentação seria

- a) 5.
- b) 42.
- c) 12.
- d) 35.
- e) 9.

$$\text{Slide} = 630 \text{ segundos } (63 \cdot 10\text{s});$$

$$\text{Música} = 280 \text{ segundos } (4 \cdot (60\text{s} + 40\text{s})).$$

MMC:

630, 280	2
315, 140	2
315, 70	2
315, 35	5
63, 7	7
9, 1	3
3, 1	3
1, 1	

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 = 2.520$$

Logo, após 2.520 segundos, a música e o slide terminarão ao mesmo tempo.

$$\text{Slide: } 2520/630 = 4 \text{ voltas}$$

$$\text{Música: } 2520/280 = 9 \text{ voltas.}$$

Resposta: Letra E.

2. (VUNESP – 2017) Um comerciante possui uma caixa com várias canetas e irá colocá-las em pacotinhos, cada um deles com o mesmo número de canetas. É possível colocar, em cada pacotinho, ou 6 canetas, ou 8 canetas ou 9 canetas e, em qualquer dessas opções, não restará caneta alguma na caixa. Desse modo, o menor número de canetas que pode haver nessa caixa é

- a) 70.
- b) 66.
- c) 64.
- d) 72.
- e) 68.

MMC (6,8,9):

6, 8, 9	2
3, 4, 9	2
3, 2, 9	2
3, 1, 9	3
1, 1, 3	3
1, 1, 1	

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$ canetas.

Resposta: Letra D.

3. (IBFC – 2018) Um comerciante vende balas em pacotinhos, sempre com a mesma quantidade. Ao fazer isso, percebeu que dentre as balas que possuía poderia colocar 8, 12 ou 20 balas em cada pacote. Nessas condições, assinale a alternativa que apresenta o número mínimo de balas que o comerciante dispunha:
- a) 120.
b) 240.
c) 360.
d) 60.

MMC (8, 12, 20):

8, 12, 20	2
4, 6, 10	2
2, 3, 5	2
1, 3, 5	3
1, 1, 5	5
1, 1, 1	

MMC = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ balas.

Resposta: Letra A.

Máximo Divisor Comum (MDC)

O máximo divisor comum (MDC) corresponde ao maior número divisível entre dois ou mais números inteiros. Ou seja, o MDC de dois ou mais números é o maior número que é divisor comum de todos os números dados.

Os divisores comuns de 12 e 18 são 1, 2, 3 e 6. Dentre esses, o número maior é o 6. Sendo assim, o número 6 é o máximo divisor comum entre 12 e 18, ou seja, o MDC entre 12 e 18 é igual a 6.

● Cálculo do MDC por Fatoração Simultânea

Podemos calcular o MDC entre dois ou mais números utilizando a fatoração simultânea. É importante destacar que essa fatoração deve ser realizada até o momento em que o número 1 divida todos os números envolvidos ao mesmo tempo. Veja:

Ex.: calcule o MDC entre 60 e 45.

60 – 45	3 (note que 3 é o número que divide 60 e 45 ao mesmo tempo)
20 – 15	5 (note que 5 é o número que divide 20 e 15 ao mesmo tempo)
4 – 3	1 (aqui, encerramos a fatoração, pois o número 1 divide todos os outros ao mesmo tempo)

MDC = $3 \cdot 5 \cdot 1 = 15$.

Logo, o MDC (60 e 45) = 15.

● Passos para Calcular o MDC (Fatoração Simultânea)

Inicialmente, é necessário montar uma coluna para os fatores primos e outra para cada um dos números. Em seguida, deve-se começar a dividir os números pelo fator primo que divide todos ao mesmo tempo. A fatoração deve ser interrompida quando o número 1 dividir todos os números simultaneamente. Por fim, o MDC será dado pela multiplicação dos fatores primos utilizados.

Dica

Embora sejam bastante semelhantes, o cálculo do MMC e do MDC tem diferenças importantes. Para não os confundir, lembre-se de que, ao calcular o MMC, fatoramos todos os números, mesmo que separadamente, até chegarmos ao "1". Já no cálculo do MDC, a fatoração é feita simultaneamente para todos os números, sem a necessidade de alcançar o "1".

Atente para o exercício comentado a seguir.

1. (NOVA CONCURSOS) Uma escola vai distribuir kits de material escolar para alunos de duas turmas. Na primeira turma, há 36 alunos, e na segunda turma, há 48 alunos. A escola quer dividir os kits em grupos com a mesma quantidade de alunos, de forma que cada grupo tenha o máximo número possível de alunos. Quantos grupos serão formados em cada turma?

- a) 2 e 3.
b) 3 e 4.
c) 4 e 5.
d) 5 e 6.

Primeiramente, vamos descobrir qual o MDC entre 36 e 48:

36, 48	2
18, 24	2
9, 12	3
3, 4	

Assim, MDC (36, 48) = $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

Portanto, cada grupo será formado por 12 alunos. Agora, vamos determinar quantos grupos haverá em cada sala:

$$\frac{36}{12} = 3$$

$$\frac{48}{12} = 4$$

Assim, cada grupo terá 12 alunos; em uma sala haverá 3 grupos, e na outra, 4 alunos.

Resposta: Letra B.

I RAZÃO E PROPORÇÃO

A razão entre duas grandezas é igual à divisão entre elas. Veja: $\frac{2}{5}$ (ou podemos representar por $2 \div 5$) (lê-se “2 está para 5”).

Já a proporção é a igualdade entre razões. Veja: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ (ou podemos representar por $2 \div 3 = 4 \div 6$) (lê-se “2 está para 3 assim como 4 está para 6”).

Os problemas mais comuns que envolvem razão e proporção aparecem quando se aplica uma “variável” qualquer dentro da proporcionalidade buscando saber seu valor. Veja o exemplo: $\frac{2}{3} = \frac{x}{6}$ ou $2 \div 3 = x \div 6$.

Para resolvermos esse tipo de problema, devemos usar a propriedade fundamental da razão e proporção: “produto dos meios pelos extremos”.

- **Meio:** 3 e x;
- **Extremos:** 2 e 6.

Logo, devemos fazer a multiplicação entre eles numa igualdade. Observe:

$$\begin{aligned}3 \cdot x &= 2 \cdot 6 \\3x &= 12 \\x &= 12 \div 3 \\x &= 4\end{aligned}$$

Lembre-se de que a maioria dos problemas envolvendo esse tema é resolvida utilizando essa propriedade fundamental. Porém, algumas questões acabam sendo um pouco mais complexas. Sendo assim, pode ser útil conhecer algumas propriedades para facilitar. Vamos a elas.

Propriedade das Proporções

- **Somas Externas**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Vamos entender um pouco melhor resolvendo um questão-exemplo: suponha que uma fábrica vai distribuir um prêmio de R\$ 10 mil para seus dois empregados (Carlos e Diego). Esse prêmio vai ser dividido de forma proporcional ao seu tempo de serviço na fábrica. Carlos está há três anos na fábrica e Diego está há dois anos na fábrica. Quanto cada um vai receber?

Primeiro, devemos montar a proporção. Sendo C a quantia que Carlos vai receber e D a quantia que Diego vai receber, temos:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2}$$

Utilizando a propriedade das somas externas:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2} = \frac{C+D}{3+2}$$

Perceba que $C + D = 10.000$ (as partes somadas), então podemos substituir na proporção:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2} = \frac{C+D}{3+2} = \frac{10.000}{5} = 2.000$$

Aqui, cabe uma observação importante. Esse valor, 2.000, que chamamos de “constante de proporcionalidade”, é que nos mostra o valor real das partes dentro da proporção. Veja:

$$\frac{C}{3} = 2.000$$

$$C = 2.000 \cdot 3$$

$$C = 6.000 \text{ (esse é o valor de Carlos)}$$

$$\frac{D}{2} = 2.000$$

$$D = 2.000 \cdot 2$$

$$D = 4.000 \text{ (esse é o valor de Diego)}$$

Assim, Carlos vai receber R\$ 6 mil e Diego vai receber R\$ 4 mil.

- **Somas Internas**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

É possível, ainda, trocar o numerador pelo denominador ao efetuar essa soma interna, desde que o mesmo procedimento seja feito do outro lado da proporção.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

Vejamos um exemplo:

$$\frac{x}{14-x} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{x+14-x}{x} = \frac{2+5}{2}$$

$$\frac{14}{x} = \frac{7}{2}$$

$$7 \cdot x = 2 \cdot 14$$

$$X = \frac{14 \cdot 2}{7} = 4$$

Portanto, encontramos que $x = 4$.

Observação: vale lembrar que essa propriedade também serve para subtrações internas.

- **Soma com Produto por Escalar**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+2b}{b} = \frac{c+2d}{d}$$

Vejamos um exemplo para melhor entendimento: uma empresa vai dividir o prêmio de R\$ 13 mil proporcionalmente ao número de anos trabalhados. São dois funcionários que trabalham há dois anos na empresa e três funcionários que trabalham há três anos.

Sendo A o prêmio dos funcionários com dois anos e B, o prêmio dos funcionários com três anos de empresa, temos:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$$

Porém, como são dois funcionários na categoria A e três funcionários na categoria B, podemos escrever que a soma total dos prêmios é igual a R\$ 13 mil.

$$2A + 3B = 13.000$$

Agora, multiplicando em cima e embaixo de um lado por 2 e do outro lado por 3, temos:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9}$$

Aplicando a propriedade das somas externas, podemos escrever o seguinte:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9} = \frac{2A+3B}{4+9}$$

Substituindo o valor da equação $2A + 3B$ na proporção, temos:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9} = \frac{2A+3B}{4+9} = \frac{13.000}{13} = 1.000$$

Logo,

$$\frac{2A}{4} = 1.000$$

$$2A = 4 \cdot 1.000$$

$$2A = 4.000$$

$$A = 2.000$$

Fazendo a mesma resolução em B:

$$\frac{3B}{9} = 1.000$$

$$3B = 9 \cdot 1.000$$

$$3B = 9.000$$

$$B = 3.000$$

Sendo assim, os funcionários com dois anos de casa receberão R\$ 2 mil de bônus. Já os funcionários com três anos de casa receberão R\$ 3 mil de bônus.

O total pago pela empresa será: $2 \cdot 2.000 + 3 \cdot 3.000 = 4.000 + 9.000 = 13.000$.

Agora, vamos estudar um tipo de problema envolvendo razão e proporção que aparece frequentemente em provas de concursos.

GRANDEZAS DIRETA E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Diretamente Proporcional

Um dos tópicos mais comuns em questões de prova é “dividir uma determinada quantia em partes proporcionais a determinados números”. Vejamos um exemplo para entendermos melhor como esse assunto é cobrado.

A quantia de R\$ 900 mil deve ser dividida em partes proporcionais aos números 4, 5 e 6. A menor dessas partes corresponde a...

Primeiro, vamos chamar de X, Y e Z as partes proporcionais, respectivamente 4, 5 e 6. Sendo assim, X é proporcional a 4, Y é proporcional a 5 e Z é proporcional a 6, ou seja, podemos representar na forma de razão. Veja: $\frac{X}{4} = \frac{Y}{5} = \frac{Z}{6} = \text{constante de proporcionalidade}$.

Usando uma das propriedades da proporção, somas externas, temos:

$$\frac{X+Y+Z}{4+5+6} = \frac{900.000}{15} = 60.000$$

A menor dessas partes é aquela que é proporcional a 4, logo:

$$\frac{X}{4} = 60.000$$

$$X = 60.000 \cdot 4$$

$$X = 240.000$$

Inversamente Proporcional

É um tipo de questão menos recorrente, mas não menos importante. Consiste em distribuir uma quantia X a três pessoas, de modo que cada uma receba uma quantidade inversamente proporcional a três números. Vejamos um exemplo: suponha que queiramos dividir 740 mil em partes inversamente proporcionais a 4, 5 e 6.

Vamos chamar de X as quantias que devem ser distribuídas inversamente proporcionais a 4, 5 e 6, respectivamente. Devemos somar as razões e igualar ao total que deve ser distribuído para facilitar o nosso cálculo. Veja:

$$\frac{X}{4} + \frac{X}{5} + \frac{X}{6} = 740.000$$

Agora, vamos precisar tirar o MMC (mínimo múltiplo comum) entre os denominadores para resolvermos a fração.

$$4 - 5 - 6 \mid 2$$

$$2 - 5 - 3 \mid 2$$

$$1 - 5 - 3 \mid 3$$

$$1 - 5 - 1 \mid 5$$

$$1 - 1 - 1 \mid 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Assim, dividindo o MMC pelo denominador e multiplicando o resultado pelo numerador, temos:

$$\frac{15X}{60} + \frac{12X}{60} + \frac{10X}{60} = 740.000$$

$$\frac{37X}{60} = 740.000$$

$$X = 1.200.000$$

Agora, basta substituir o valor de X nas razões para achar cada parte da divisão inversa.

$$\frac{X}{4} = \frac{1.200.000}{4} = 300.000$$

$$\frac{X}{5} = \frac{1.200.000}{5} = 240.000$$

$$\frac{X}{6} = \frac{1.200.000}{6} = 200.000$$

Logo, as partes divididas inversamente proporcionais aos números 4, 5 e 6 são, respectivamente, 300.000, 240.000 e 200.000