Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária

EMBRAPA

Analista – Conhecimentos Gerais Comuns a Todas as Áreas

NV-009DZ-24-EMBRAPA-ANALISTA-COM
Cód.: 7908428810788

SUMÁRIO

NOÇÕES DE LÓGICA E DE ESTATÍSTICA

RACIOCÍNIO LÓGICO E ESTRUTURAS LÓGICAS

VALORES LÓGICOS

Na lógica temos apenas dois valores lógicos: **verdadeiro ou falso**. Quando temos uma declaração verdadeira, o seu valor lógico é **Verdade** (V) e quando é falsa, dizemos que seu valor lógico é **Falso** (F).

PROPOSIÇÕES SIMPLES

Vamos começar nosso estudo falando sobre o que é uma proposição lógica. Observe a frase a seguir:

Ex.: Paula vai à praia.

Para saber se temos ou não uma proposição, precisamos de três requisitos fundamentais:

- **Ser uma oração**: ou seja, são frases com verbos;
- **Oração declarativa:** a frase precisa estar apresentando uma situação, um fato;
- **Pode ser classificada como verdadeira ou falsa**: ou seja, podemos atribuir o valor lógico verdadeiro ou o valor lógico falso para a declaração.

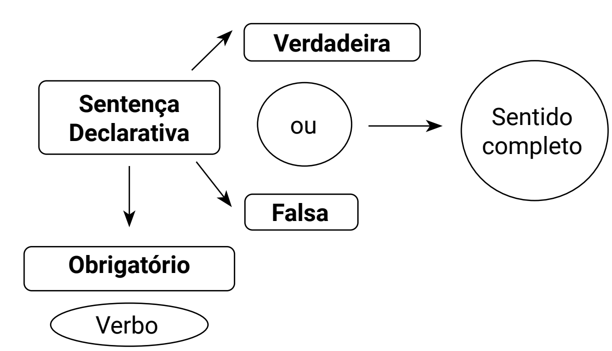
Tendo isso em vista, podemos afirmar claramente que a frase "Paula vai à praia" é uma proposição lógica, pois temos a presença de um verbo (ir), uma informação completa (temos o sujeito claro na oração) e podemos afirmar se é verdadeira ou falsa.

IMPORTANTE!

Proposição Lógica é uma **oração declarativa que admite apenas um valor lógico**: V ou F.

Ou então podemos também esquematizar o que é uma proposição lógica assim:

Chama-se proposição toda sentença declarativa que pode ser valorada ou só como verdadeira ou só como falsa. A presença do **verbo** é obrigatória juntamente com o **sentido completo** (caráter informativo).



Toda proposição pode ser representada simbolicamente pelas letras do alfabeto. Veja no exemplo:

- **p:** Sabino é um pintor esperto;
- **r:** Kate é uma mulher alta.

Na situação temos duas proposições sendo representadas pelas letras p e r.

Agora que já sabemos o que são proposições lógicas, fica tranquilo distinguir o que **não são proposições**. Isto é fundamental, pois várias questões de prova perguntam exatamente isso — são apresentadas algumas frases e você precisa identificar qual delas não é uma proposição. Vejamos os casos em que mais aparecem:

- **Perguntas:** são as orações interrogativas.
  Exemplo: Que horas vamos ao cinema?
  Essa pergunta não pode ser classificada como verdadeira ou falsa;
- **Exclamações:** são frases exclamativas.
  Exemplo: Que lindo cabelo!
  Essa exclamação não pode ser valorada, pois apresentam percepções subjetivas;
- **Ordens:** são orações com verbo no imperativo.
  Exemplo: Pegue o livro e vá estudar.

Uma ordem não pode ser classificada como verdadeira ou falsa. Muito cuidado com esse tipo de oração, pois pode ser facilmente confundida com uma proposição lógica.

Não são proposições: **perguntas, exclamações e ordens.**

Temos um outro caso menos cobrado em provas, mas que também não é proposição lógica: o **paradoxo**. Para ficar mais claro, veja o exemplo a seguir:

Ex.: Esta frase é uma mentira.

Quando atribuímos um valor de verdade para a frase, então, na verdade, ele mentiu, uma vez que a própria frase já diz isso, e se atribuirmos o valor falso, então a frase é verdade, pois ela diz ser uma mentira e já sabemos que isso é falso.

Perceba que sempre que valoramos a frase ela nos resulta um valor contrário, ou seja, estamos diante de uma frase que é contraditória em si mesma. Isso é a definição de um paradoxo.

SENTENÇA ABERTA

Dizemos que uma sentença é aberta quando não conseguimos ter a informação completa que a oração nos mostra. Veja o exemplo a seguir:

Ex.: Ele é o melhor cantor de rock.

Perceba que há presença do verbo e que conseguimos parcialmente entender o que a frase quer dizer. Todavia, logo surge a pergunta: **ele quem?** Aqui nossa informação não consegue ser completa e por isso temos mais um caso que **não** é proposição lógica. Observe outros exemplos:

$$X + 5 = 10$$

Aquele carro é amarelo.

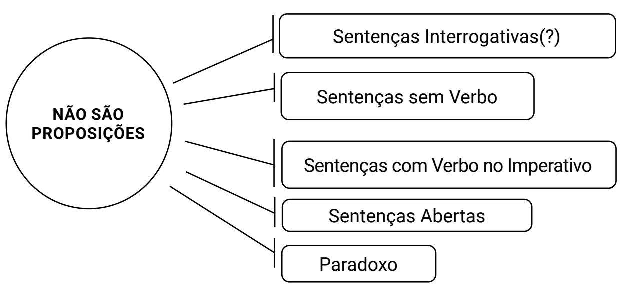
$$5 + 5$$
$$X - Y = 20$$

Todos os exemplos acima são sentenças abertas, então podemos resumir da seguinte forma:

As variáveis: ele, aquele ou variáveis matemáticas (X ou Y) tornam a sentença aberta.

> **IMPORTANTE!**
>
> Na escrita matemática, usamos proposições lógicas para expressar relações entre números ou variáveis. Essas proposições são afirmativas que podem ser verdadeiras ou falsas.
>
> Os operadores relacionais nos ajudam a identificar se essas sentenças são verdadeiras ou falsas. Cada um desses operadores tem um significado específico:
>
> = (é igual)
> ≠ (é diferente)
> > (é maior)
> < (é menor)
> ≥ (é maior ou igual)
> ≤ (é menor ou igual)
>
> Esses operadores nos permitem realizar comparações claras entre diferentes quantidades.

Esquematizando o que não são proposições lógicas:



LÓGICA SENTENCIAL (OU PROPOSICIONAL)

É fundamental que você conheça três princípios para deixarmos tudo alinhado com as proposições lógicas. Veja:

- **Princípio do terceiro excluído:** uma proposição deve ser verdadeira ou falsa, não havendo outra possibilidade. Não é possível que uma proposição seja "quase verdadeira" ou "quase falsa";
- **Princípio da não contradição:** dizemos que uma mesma proposição não pode ser, ao mesmo tempo, verdadeira **e** falsa;
- **Princípio da Identidade:** cada ser é único, ou seja, uma proposição não assume o significado de outra proposição lógica.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Temos proposições compostas quando há duas ou mais proposições simples ligadas por meio dos conectivos lógicos. Veja os exemplos:

- Sabino corre e Marcos compra leite;
- O gato é azul ou o pato é preto;
- Se Carlinhos pegar a bola, então o jogo vai acabar.

Cada conectivo tem sua representação simbólica e sua nomenclatura. Veja a relação de conectivos:

CONECTIVOS	NOMENCLATURA	SIMBOLOGIA
e	Conjunção	^
ou	Disjunção	v
ou...ou	Disjunção Exclusiva	v
se...então	Condicional	→
se e somente se	Bicondicional	↔

Exemplos:

- Na linguagem natural:
  - O macaco bebe leite **e** o gato come banana;
  - Maria é bailarina **ou** Juliano é atleta;
  - **Ou** o elefante corre rápido **ou** a raposa é lenta;
  - **Se** estudar, **então** vai passar;
  - Bino vai ao cinema **se e somente se** ele receber dinheiro.
- Na linguagem simbólica:
  - p ^ q;
  - p v q;
  - p $\underline{v}$ q;
  - p → q;
  - p ↔ q.

Agora que conhecemos os conectivos lógicos, vamos ver algumas **camuflagens** dos operadores lógicos que podem aparecer na prova. Veja:

- **Conectivos "e" usando "mas":**
  Exemplo: Jurema é atriz, **mas** Pedro é cantor;
- **Conectivo "ou...ou" usando "...ou..., mas não ambos":**
  Exemplo: Baiano é corredor **ou** ele é nadador, **mas não ambos;**
- **Conectivo "Se então" usando "Desde que, Caso, Basta, Quem, Todos, Qualquer, Toda vez que":**
  Exemplos: **Desde que** faça sol**,** Pedrinho vai à praia;
  Caso você estude**,** irá passar no concurso;
  Basta Ana comer massas, e engordará;
  Quem joga bola é rápido;
  Todos os médicos sabem operar;
  Qualquer criança anda de bicicleta;
  Toda vez que chove**,** não vou à praia.

É importante saber que na condicional a primeira proposição é o **termo antecedente** e a segunda é o **termo consequente**.

$$P \rightarrow Q$$

P = antecedente

Q = consequente

TABELAS-VERDADE

Trata-se de uma tabela na qual conseguimos apresentar todos os valores lógicos possíveis de uma proposição.

Números de Linhas de Tabela-Verdade

Neste momento, vamos aprender a construir tabelas-verdade para proposições compostas.

- **1º passo:** contar a quantidade de proposições envolvidas no enunciado.

  Exemplo: P v Q (temos duas proposições).

- **2º passo:** calcular a quantidade de linhas da tabela usando a fórmula $2^n = 2^{\text{proposições}}$ (onde **n** é o número de proposições).

  Exemplo: P v Q = 2^2 = 4 linhas.

P	Q	P V Q

- **3º passo:** dispor os valores "V" e "F" na primeira coluna fazendo o agrupamento pela metade do número de linhas da tabela.

Exemplo: P v Q = 2^2 = 4 linhas = (agrupamento da primeira coluna de 2 em 2 – V V / F F).

P	Q	P V Q
V		
V		
F		
F		

- **4º passo:** preencher as demais colunas com agrupamento de valores lógicos (V ou F) sempre pela metade do agrupamento anterior.

Exemplo: primeira coluna de 2 em 2 (a próxima será de 1 em 1).

P	Q	P V Q
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Pronto! A nossa tabela já está montada, agora precisamos aprender qual o resultado que teremos quando combinamos os valores lógicos usando os conectivos lógicos.

Número de linhas da tabela-verdade:

$2^n = 2^{\text{proposições}}$ (onde **n** é o número de proposições).

Vamos caminhar mais um pouco e aprender todas as combinações lógicas possíveis para cada conectivo lógico.

Negação (~P)

Uma proposição, quando negada, recebe valores lógicos opostos ao da proposição original. O símbolo que iremos utilizar é ¬ p ou ~p.

P	~P
V	**F**
F	**V**

Dupla Negação ~(~P)

A dupla negação nada mais é do que a própria proposição. Isto é, ~(~P) = P

P	~P	~(~P)
V	F	**V**
F	V	**F**

Conectivo Conjunção "e" (^)

Só teremos uma resposta verdadeira quando todos os valores lógicos envolvidos forem verdadeiros.

P	Q	P ^ Q
V	**V**	**V**
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Conectivo Disjunção "ou" (v)

Teremos resposta verdadeira quando pelo menos um dos valores lógicos envolvidos for verdadeiro.

P	Q	P V Q
V	**V**	**V**
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	F	F

Conectivo Disjunção Exclusiva "ou...ou" ($\underline{\text{v}}$)

Teremos resposta verdadeira quando os valores lógicos envolvidos forem diferentes.

P	Q	P $\underline{\text{V}}$ Q
V	V	F
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	F	F

Conectivo Bicondicional "se e somente se" (←→)

Teremos resposta verdadeira quando os valores lógicos envolvidos forem iguais.

P	Q	P←→Q
V	**V**	**V**
V	F	F
F	V	F
F	**F**	**V**

Conectivo Condicional “se..., então” (→)

Especialmente neste caso, vamos aprender quando teremos o resultado falso, pois o conectivo condicional só tem uma possibilidade de tal ocorrência Somente teremos resposta **falsa** quando o valor lógico do antecedente for **verdadeiro** e o consequente falso.

P	Q	P → Q
V	V	V
V	**F**	**F**
F	V	V
F	F	V

Condicional **falsa**: **V**ai **F**icar **F**alsa

V → F = F

TAUTOLOGIA

É uma proposição cujo valor lógico é sempre verdadeiro.

Exemplo 1: a proposição P ∨ (~P) é uma tautologia, pois o seu valor lógico é sempre V, conforme a tabela-verdade.

P	~P	P V ~P
V	F	**V**
F	V	**V**

Exemplo 2: a proposição (P Λ Q) → (P↔Q) é uma tautologia, pois a última coluna da tabela-verdade só possui V.

P	Q	(P^Q)	(P↔Q)	(P^Q)→(P↔Q)
V	V	V	V	**V**
V	F	F	F	**V**
F	V	F	F	**V**
F	F	F	V	**V**

CONTRADIÇÃO

É uma proposição cujo valor lógico é sempre falso.

Exemplo: a proposição P ^ (~P) é uma contradição, pois o seu valor lógico é sempre F, conforme a tabela-verdade.

P	~P	P ^ (~P)
V	F	**F**
F	V	**F**

CONTINGÊNCIA

Sempre que uma proposição composta recebe valores lógicos falsos e verdadeiros, independentemente dos valores lógicos das proposições simples componentes, dizemos que a proposição em questão é uma **contingência**. Ou seja, é quando a tabela-verdade apresenta, ao mesmo tempo, alguns valores verdadeiros e alguns falsos.

Exemplo: a proposição [P ^ (~Q)] v (P→~Q)] é uma contingência, conforme a tabela-verdade.

P	Q	[P^(~Q)]	(P→~Q)	[P^(~Q)]V(P→~Q)
V	V	F	F	**F**
V	F	V	V	**V**
F	V	F	V	**V**
F	F	F	V	**V**

- **Tautologia:** uma proposição que é **sempre** verdadeira;
- **Contradição:** uma proposição que é **sempre** falsa;
- **Contingência:** uma proposição que pode assumir valores lógicos V e F, conforme o caso.

A seguir, revise seus conhecimentos com alguns exercícios comentados.

1. **(CEBRASPE-CESPE – 2019)** Acerca da lógica sentencial, julgue o item que segue.
Se uma proposição na estrutura condicional — isto é, na forma P→Q, em que P e Q são proposições simples — for falsa, então o precedente será, necessariamente, falso.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Veja que P→Q foi considerado falso pelo enunciado da questão. Assim, na condicional, para ser falso, a regra é que o precedente (antecedente) seja verdadeiro e o seguinte (consequente), falso. Lembre-se da dica: Vai Ficar Falso = V → F. Resposta: Errado.

2. **(AOCP – 2019)** Considere a proposição: “O contingente de policiais aumenta ou o índice de criminalidade irá aumentar”. Nesse caso, a quantidade de linhas da tabela-verdade é igual a

a) 2.
b) 4.
c) 8.
d) 16.
e) 32.

O número de linhas da tabela-verdade depende do número de proposições e é calculado pela fórmula: 2^n. Assim,
O contingente de policiais aumenta (1ª proposição)
O índice de criminalidade irá aumentar (2ª proposição)
2^2 = 4 linhas. Resposta: Letra B.

3. **(FUNDATEC – 2019)** Trata-se de um exemplo de tautologia a proposição:

a) Se dois é par então é verão em Gramado.
b) É verão em Gramado ou não é verão em Gramado.
c) Maria é alta ou Pedro é alto.
d) É verão em Gramado se e somente se Maria é alta.
e) Maria não é alta e Pedro não é alto.

Você precisa guardar esta dica: a proposição que contiver uma afirmação com o conectivo ou mais a negação dessa mesma afirmação (ou vice-versa) será sempre uma tautologia. Então,
É verão em Gramado ou não é verão em Gramado.

A proposição p ∨ (~p) é uma tautologia, pois o seu valor lógico é sempre "verdadeiro". Resposta: Letra B.

4. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Julgue o seguinte item, relativo à lógica proposicional e à lógica de argumentação.
Se P e Q são proposições simples, então a proposição [P→Q]∧P é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de [P→Q]∧P será sempre V.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Basta perceber que o conectivo em questão é o "E" (conjunção), que só é verdadeiro quando as duas são verdadeiras. Sendo assim, se P for falso, já irá invalidar o argumento. Resposta: Errado.

5. **(VUNESP – 2018)** Seja M a afirmação: "Marília gosta de dançar". Seja J a afirmação "Jean gosta de estudar". Considere a composição dessas duas afirmações: "Ou Marília gosta de dançar ou Jean gosta de estudar". A tabela-verdade que representa corretamente os valores lógicos envolvidos nessa situação é:

TABELA - VERDADE		
M	**J**	**Ou M ou J**
V	V	1
V	F	2
F	V	3
F	F	4

Os valores 1, 2, 3 e 4 da coluna "Ou M ou J" devem ser preenchidos, correta e respectivamente, por:

a) V, F, V e F.
b) F, V, V e F.
c) F, F, V e V.
d) V, F, F e V.
e) V, V, V e F.

Veja que precisamos saber quando o resultado das combinações lógicas do conectivo "ou...ou" dá verdade. Lembrando da nossa parte teórica, sempre que tivermos valores lógicos diferentes, o resultado será verdadeiro. Sabendo disso,

M	J	Ou M ou J
V	V	**F**
V	F	**V**
F	V	**V**
F	F	**F**

Resposta: Letra B.

LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

ANALOGIAS

Neste processo de raciocínio chamado analogia, são estabelecidas comparações entre situações conhecidas e desconhecidas, buscando semelhanças. A analogia sugere a existência de alguma similaridade entre as proposições, constituindo, assim, uma premissa parcial.

A premissa parcial serve como ponto de partida para outra premissa, cuja função é fornecer informações essenciais que conduzirão à conclusão desejada. É imperativo que essas premissas sejam verdadeiras para garantir a validade do argumento.

Exemplificando:

- Todas as verduras são saudáveis;
- Todos os brócolis são verduras.

  - **Conclusão:** Portanto, todos os brócolis são saudáveis.

INFERÊNCIAS

As inferências no raciocínio lógico-matemático referem-se à capacidade de deduzir informações ou conclusões com base em premissas estabelecidas. Os teoremas matemáticos são frequentemente derivados por meio de inferências lógicas. Ao conectar proposições iniciais, os matemáticos inferem resultados adicionais, estendendo o conhecimento além do explicitamente declarado.

Em outras palavras, pode-se dizer que inferência é o processo pelo qual, a partir de uma ou mais premissas, se derivam novas proposições. Quando uma inferência é considerada válida, isso implica que a nova proposição pode ser aplicada em outros raciocínios lógicos. A construção de inferências parte de hipóteses, permitindo a dedução de conclusões.

Pensando nisso, o silogismo desempenha um papel fundamental na inferência, sendo uma estrutura composta por duas premissas (proposições) e uma conclusão. O raciocínio dedutivo é empregado para chegar a essa conclusão, explorando as informações contidas nas premissas. Vale ressaltar que **nem todas as inferências conduzem a conclusões verdadeiras**.

Um exemplo ilustrativo é afirmar que todas as galinhas possuem duas patas, mas seria inadequado inferir que tudo que possui duas patas é uma galinha. A validade das inferências está intrinsecamente relacionada à precisão das premissas.

A qualidade da inferência é, também, influenciada pela riqueza de características contidas nas premissas. Quanto mais informações estiverem presentes na premissa, maior é a probabilidade de realizar inferências nessas precisas. Essa capacidade é evidenciada quando, diante da pergunta sobre uma ave de duas patas com crista vermelha, é possível inferir, com maior confiança, que se trata de uma galinha.

DEDUÇÕES

A dedução inicia-se a partir de uma certeza, uma premissa universal, com o objetivo de alcançar uma conclusão, ou seja, ela se move do **geral para o específico**. Este método parte de uma informação ampla para desvendar uma verdade específica. A segurança na conclusão é reforçada pelo uso de premissas já aceitas, proporcionando uma base sólida e amplamente reconhecida.

Vejamos um exemplo para compreender melhor:

Todos os seres humanos são mortais.

Rômulo é um ser humano.

Logo, Rômulo é mortal.

Ao contrário da dedução, temos a **indução**, que se move do **específico para o geral**. Veja o seguinte exemplo para compreender melhor:

Todas as maças que já comi eram doces.
A última maçã que comi era doce.
A maçã que comprei hoje também é doce.

Logo, todas as maçãs são doces.

CONCLUSÕES

As conclusões no raciocínio lógico matemático representam o resultado de um processo dedutivo bem-sucedido. Elas sintetizam as inferências, evidenciando a verdade lógica derivada das premissas iniciais.

Uma conclusão matemática é geralmente uma afirmação clara e inequívoca que expressa um resultado específico. A precisão é crucial, pois as conclusões matemáticas formam a base para avançar em direção a novos problemas e desafios dentro da disciplina.

Vejamos alguns exercícios comentados a seguir:

1. (NOVA CONCURSOS) Leia a afirmação a seguir e responda à questão.
"Se todos os funcionários do setor de TI são proficientes em programação e alguns funcionários proficientes em programação falam inglês fluente", então podemos concluir que:

a) Todos os funcionários do setor de TI falam inglês fluente.
b) Alguns funcionários do setor de TI falam inglês fluente.
c) Nenhum funcionário do setor de TI fala inglês fluente.
d) Alguns funcionários proficientes em programação não falam inglês fluente.

A premissa inicial é que todos os funcionários do setor de TI são proficientes em programação, e sabemos que alguns dos proficientes em programação falam inglês fluente. Logo, é possível concluir que, como todos do setor de TI são proficientes em programação, alguns deles falam inglês fluente. Não é possível afirmar que todos do setor de TI falam inglês fluente (letra a) ou que nenhum fala (letra c). A letra d é verdadeira, mas não responde à questão sobre os funcionários do setor de TI especificamente. Resposta: Letra C.

2. (NOVA CONCURSOS) Considere a seguinte situação:
"Se o mercado de ações está em alta, então a economia está saudável. A economia não está saudável."
Com base na afirmação acima, conclui-se corretamente que:

a) O mercado de ações está em alta.
b) O mercado de ações não está em alta.
c) O mercado de ações pode estar em alta ou não.
d) Não é possível fazer qualquer inferência sobre o mercado de ações.

A questão apresenta uma inferência lógica condicional. A premissa é "Se o mercado de ações está em alta, então a economia está saudável". Sabemos que a economia não está saudável. Em lógica proposicional, isso significa que a condição necessária para a economia estar saudável (o mercado de ações estar em alta) não está sendo satisfeita. Portanto, concluímos que o mercado de ações não está em alta. Resposta: Letra B.

3. (NOVA CONCURSOS) Leia o texto a seguir e responda à questão.
"Todos os advogados de um escritório têm mais de 5 anos de experiência. Carlos tem 3 anos de experiência."
Com base nas informações acima, é correto afirmar que:

a) Carlos é advogado no escritório.
b) Carlos não é advogado no escritório.
c) Carlos poderá ser advogado no escritório no futuro.
d) Carlos já foi advogado no escritório.

A dedução aqui é direta. Sabemos que todos os advogados do escritório têm mais de 5 anos de experiência. Carlos, tendo apenas 3 anos de experiência, não pode ser advogado naquele escritório. Portanto, a alternativa correta é que Carlos não é advogado no escritório. Resposta: Letra B.

EQUIVALÊNCIAS

EQUIVALÊNCIA LÓGICA NOTÁVEL

Afirma-se que uma proposição P é logicamente equivalente ou equivalente a uma proposição Q se as tabelas-verdade dessas duas proposições são iguais. E o que isso significa? Ora, duas proposições são equivalentes quando elas dizem exatamente a mesma coisa; quando elas têm o mesmo significado; quando uma pode ser substituída pela outra. Para indicar que são equivalentes, usaremos a seguinte notação:

$$P \Leftrightarrow Q$$

Distribuição (Equivalência pela Distributiva)

- $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$	$P \wedge Q$	$P \wedge R$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

- $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \vee (Q \wedge R)$	$P \vee Q$	$P \vee R$	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F

P	Q	R	Q ∧ R	P ∨ (Q ∧ R)	P ∨ Q	P ∨ R	(P ∨ Q) ∧ (P ∨ R)
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Associação (Equivalência pela Associativa)

- p ∧ (q ∧ r) ⇔ (p ∧ q) ∧ (p ∧ r)

P	Q	R	Q ∧ R	P ∧ (Q ∧ R)	P ∧ Q	P ∧ R	(P ∧ Q) ∧ (P ∧ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

- p ∨ (q ∨ r) ⇔ (p ∨ q) ∨ (p ∨ r)

P	Q	R	Q ∨ R	P ∨ (Q ∨ R)	P ∨ Q	P ∨ R	(P ∨ Q) ∨ (P ∨ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F

Idempotência

- p ⇔ (p ∧ p)

P	P	P ∧ P
V	V	V
F	F	F

- p ⇔ (p ∨ p)

P	P	P ∨ P
V	V	V
F	F	F

Pela Exportação-Importação

- [(p ∧ q) → r] ⇔ [p → (q → r)]

P	Q	R	P ∧ Q	(P ∧ Q) → R	Q → R	P → (Q → R)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V

Proposições Associadas a uma Condicional (se, então)

Podemos dizer que as três proposições condicionais que contêm p e q são associadas a p → q. Veja a seguir:

- Proposições **recíprocas**: p → q: q → p;
- Proposição **contrária**: p → q: ~p → ~q;

P	Q	~P	~Q	P → Q	Q → P	~P → ~Q	~Q → ~P
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V

- Proposição **contrapositiva**: p → q: ~q → ~p.

Vale ressaltar que, olhando para a tabela, a condicional p → q e a sua recíproca q → p ou a sua contrária ~p → ~q **não** são equivalentes.

Implicação Material

Na lógica proposicional, temos uma regra de substituição que diz que é válido que uma sentença condicional seja substituída por uma disjunção em que o antecedente é negado; essa é a implicação material.

A regra determina que P implica Q é logicamente equivalente a não ~P ou Q e pode substituir o outro em provas lógicas: P → Q ⟺ ~P v Q, onde "⟺" é um símbolo que representa "pode ser substituído em uma prova com."

Ou seja, sempre que uma instância de "P → Q" é exibida em uma linha de uma prova, ela pode ser substituída por «~P v Q".

Exemplo: Se ele é um tigre P, então ele pode correr Q.

Assim, ele não é um tigre ~P ou ele pode correr Q.

Se for descoberto que o tigre não podia correr, escrito simbolicamente como P v ~Q, ambas as sentenças são falsas, mas caso contrário, elas são ambas verdadeiras.

Transposição

A transposição é uma regra de substituição válida para "P → Q" em que é permitido trocar o antecedente P pelo consequente Q de um enunciado condicional em uma prova lógica se eles estão ambos negados. É a inferência verdadeira de "A implica B", a verdade do "não B implica não A", e vice-versa. É a regra que:

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$$

Em que "⇔" é um símbolo que representa "pode ser substituído em uma prova com."

Ou seja, sempre que uma instância de "P → Q" é exibida em uma linha de uma prova, ela pode ser substituída por ~ Q → ~ P ".

Exemplo: Se ele é um tigre P, então ele pode correr Q.

Assim, se ele não pode correr ~Q, então ele não é um tigre ~P.

EQUIVALÊNCIA CONDICIONAL

Agora vamos tratar de duas equivalências importantes desse conectivo que tem a maior incidência nas provas de concursos. A primeira delas ensina como transformar uma proposição composta pelo "se…então" em outra proposição composta pelo "se… então". A outra ensina como transformar uma proposição composta pelo "se…então" em uma composta pelo conectivo "ou" (e vice-versa). Vamos lá!

Contrapositiva

Para fazermos essa equivalência, devemos inverter as proposições e depois negar todas as proposições.

Inverte e nega tudo mantendo o se então.

Exemplo: A → B ⇔ ~B → ~A

Se Marcos estuda, **então** ele passa. ⇔ **Se** Marcos **não** passa, **então** ele **não** estuda.

Estas duas proposições são equivalentes. Percebeu o processo de construção da segunda a partir da primeira? Você deve inverter a ordem das proposições e negar ambas.

- **"se...então" vira "ou"**

Essa equivalência é feita negando a primeira proposição, trocando o conectivo "se...então" pelo conectivo "ou", repetindo a segunda proposição.

Nega ou repete.

Exemplo:

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \sim A \vee B.$$

Se o urso é ovíparo, **então** o macaco voa. ⇔ O urso **não** é ovíparo **ou** o macaco voa.

Observe a tabela a seguir e veja que os resultados são iguais, ou seja, equivalentes:

A	B	~A	~B	A → B	~B → ~A	~A V B
V	V	F	F	**V**	**V**	**V**
V	F	F	V	**F**	**F**	**F**
F	V	V	F	**V**	**V**	**V**
F	F	V	V	**V**	**V**	**V**

EQUIVALÊNCIA BICONDICIONAL

Geralmente aprendemos somente a equivalência básica desse conectivo (a comutação), mas precisamos ficar atentos para os casos especiais. O conectivo "se e somente se" tem mais duas equivalências lógicas quando interpretamos de maneira mais minuciosa o seu significado e sua tabela-verdade. A seguir veremos esses detalhes que estão aparecendo cada vez mais nas provas. Vamos lá!

Comutação

Exemplo: A ⟷ B ⇔ B ⟷ A

O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover.

⇔ Hoje não choverá **se e somente se** o céu ficar azul.

- **Com o conectivo "e" e "se...então"**

Para fazer essa equivalência, vamos interpretar o conectivo ***"se e somente se"***. Na sua nomenclatura temos uma **bicondicional**; o que isso significa exatamente? Significa que temos duas condicionais (se... então).

Pensando nisso, podemos dizer então que temos **uma condicional indo e uma condicional voltando**; repare que a simbologia (⟷) é composta por duas setas. Agora vamos traduzir isso tudo com um exemplo.

Exemplo: A ⟷ B ⇔ (A → B) ^ (B → A)

O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover.

⇔ **Se** o céu ficará azul, **então hoje** não vai chover **e se** hoje não vai chover, **então** o céu ficará azul.

- **Com o conectivo "ou" e "tabela-verdade"**

Já para entendermos essa equivalência, precisamos lembrar dos casos na tabela-verdade do conetivo **"se e somente se"** quando temos resultados verdadeiros, ou seja, quando os **valores lógicos são iguais**. Sabendo disso, podemos dizer, então, que o conectivo **"se e somente se"** terá resultado **verdadeiro** quando as **proposições forem todas verdadeiras** ou quando **forem todas falsas** (vale lembrar que a negação de "V" será "F"). Logo, veja o exemplo de como ficará essa equivalência:

Exemplo: A ⟷ B ⇔ (A ^ B) v (~A ^ ~B)

O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover.

⇔ O céu ficará azul **e** hoje não vai chover **ou** o céu não ficará azul **e** hoje vai chover.

Agora observe a tabela-verdade envolvendo todas as equivalências da Bicondicional:

A	B	~A	~B	A ⟷ B	B ⟷ A	(A→B) ^ (B→A)	(A ^ B) V (~A ^ ~B)
V	V	F	F	**V**	**V**	**V**	**V**
V	F	F	V	**F**	**F**	**F**	**F**
F	V	V	F	**F**	**F**	**F**	**F**
F	F	V	V	**V**	**V**	**V**	**V**

COMUTAÇÃO

Leis Comutativas

- **Conjunção “e”:**

  - Exemplo: $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
  - Joana é magra **e** Maria é baixa. ⇔ Maria é baixa **e** Joana é magra.

A	B	A ^ B	B ^ A
V	V	**V**	**V**
V	F	**F**	**F**
F	V	**F**	**F**
F	F	**F**	**F**

- **Disjunção Inclusiva “ou”:**

  - Exemplo: $A \underline{\vee} B \Leftrightarrow B \underline{\vee} A$
  - João anda de barco **ou** Sabrina vai à praia. ⇔ Sabrina vai à praia **ou** João anda de barco.

- **Disjunção Exclusiva “ou...ou”:**

  - Exemplo: $A \underline{\vee} B \Leftrightarrow B \underline{\vee} A$
  - **Ou** Romeu compra uma moto **ou** ele vende o carro. ⇔ **Ou** Romeu vende o carro **ou** ele compra uma moto.

A	B	A ⊻ B	B ⊻ A
V	V	**F**	**F**
V	F	**V**	**V**
F	V	**V**	**V**
F	F	**F**	**F**

- **Bicondicional “se e somente se”**

  - Exemplo: $A \leftrightarrow B \Leftrightarrow B \quad A$
  - O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ Hoje não choverá **se e somente se** o céu ficar azul.

A	B	A ↔ B	B ↔ A
V	V	**V**	**V**
V	F	**F**	**F**
F	V	**F**	**F**
F	F	**V**	**V**

- **Condicional “Se então”:** é o único conectivo lógico que não aceita a propriedade de comutação, pois o seu antecedente não pode ser o consequente e vice-versa.

$$A \rightarrow B \neq B \rightarrow A$$

Agora vamos treinar o que aprendemos na teoria com exercícios comentados de diversas bancas. Vamos lá!

1. **(VUNESP – 2020)** Considere a seguinte afirmação: Se Marcos está prestando esse concurso, então ele é formado no Curso de Serviço Social.
   Assinale a alternativa que contém uma afirmação equivalente para a afirmação apresentada.

a) Marcos está prestando esse concurso se, e somente se, ele é formado no Curso de Serviço Social.
b) Se Marcos é formado no Curso de Serviço Social, então ele está prestando esse concurso.
c) Marcos está prestando esse concurso e ele é formado no Curso de Serviço Social.
d) Se Marcos não é formado no Curso de Serviço Social, então ele não está prestando esse concurso.
e) Marcos não é formado no Curso de Serviço Social e ele está prestando esse concurso.

Veja que não temos a presença do “ou” nas alternativas e isso facilita, pois usamos a “contrapositiva”. Basta inverter e negar, mantendo o mesmo conectivo:
Se Marcos não é formado no Curso de Serviço Social, então ele não está prestando esse concurso.
Resposta: Letra D.

2. **(CEBRASPE-CESPE – 2020)** No argumento seguinte, as proposições P1, P2, P3 e P4 são as premissas, e C é a conclusão.

P1: “Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado.”.
P2: “Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.”.
P3: “Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.”.
P4: “Se os beneficiários dos serviços prestados pelo setor Alfa são mal atendidos, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.”.

C: “Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.”.

Considerando esse argumento, julgue o item seguinte.
A proposição P3 é equivalente à proposição “Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado.”.

( ) CERTO   ( ) ERRADO

Proposição: P3: “Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.”.
Equivalência:
(Inverte e nega tudo mantendo “se então”)
“Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado.”
Resposta: Certo.

3. **(CEBRASPE-CESPE – 2020)** Considerando a proposição P: “Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito”, julgue o item a seguir.
A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: “Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz”.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Proposição: P → Q
Equivalência: ~Q → ~P
Logo, “Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito”
“Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz”. Resposta: Certo.

4. **(CEBRASPE-CESPE – 2019)** Assinale a opção que apresenta a proposição lógica que é equivalente à seguinte proposição:
“Se Carlos foi aprovado no concurso, então Carlos possui o ensino médio completo.”

a) “Carlos não foi aprovado no concurso ou Carlos possui o ensino médio completo.”
b) “Se Carlos não foi aprovado no concurso, então Carlos não possui o ensino médio completo.”
c) “Carlos possuir o ensino médio completo é condição suficiente para que ele seja aprovado no concurso”
d) “Carlos ser aprovado no concurso é condição necessária para que ele tenha o ensino médio completo.”
e) “Carlos possui o ensino médio completo e não foi aprovado no concurso.”

Precisamos fazer a equivalência do conectivo “se então”. Portanto, para resolver, basta trocar o conectivo “se então” por “ou” e depois negar a primeira proposição e manter a segunda proposição. Veja:
“Se Carlos foi aprovado no concurso, então Carlos possui o ensino médio completo.”
“Carlos não foi aprovado no concurso ou Carlos possui o ensino médio completo.” Resposta: Letra A.

5. **(CEBRASPE-CESPE – 2019)** Acerca da lógica sentencial, julgue o item que segue.
Se P, Q, R e S forem proposições simples, então as proposições PvR → Q∧S e (~Q)V(~S) → (~P) ∧ (~R) serão equivalentes.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Trata-se da equivalência contrapositiva da condicional.
PvR → Q∧S
1º: inverte as proposições, mantendo a condicional
Q∧S →PvR
2º: nega tudo.
- Negação do Q∧S = ~Q v ~S (Negação do ∧ troca pelo v e nega tudo)
- Negação do PvR = ~P ∧ ~R (Negação do v troca pelo ∧ e nega tudo) Logo, (~Q) v (~S) → (~P) ∧ (~R). Resposta: Certo.

LEIS DE MORGAN

Quando fazemos a negação de uma proposição composta primitiva, geramos outra posição que também é composta e equivalente à sua primitiva. É recorrente em provas a cobrança para que você responda qual a equivalência da negação de determinada proposição.

Negação de uma Conjunção (Lei de Morgan)

Para negarmos a conjunção, devemos trocar pela disjunção **ou** e negar todas as proposições envolvidas. Veja: ~ (A ^ B) ⇔ ~A v ~B

Exemplo: Vou comprar um carro e vou ganhar dinheiro.

Proposição 1: vou comprar um carro.
Proposição 2: vou ganhar dinheiro.
1º: trocar o “e” pelo “ou”.
2º: negar todas as proposições.
Negação:
~P1: Não vou comprar um carro.
~P2: Não vou ganhar dinheiro.
Assim temos, não vou comprar um carro ou não vou ganhar dinheiro.

A	B	~A	~B	A ^ B	~(A ^ B)	~A V ~B
V	V	F	F	V	**F**	**F**
V	F	F	V	F	**V**	**V**
F	V	V	F	F	**V**	**V**
F	F	V	V	F	**V**	**V**

Negação de uma Disjunção (Lei de Morgan)

Para negarmos a disjunção, devemos trocar pela conjunção **e** e negar todas as proposições envolvidas. Veja: ~ (A v B) ⇔ ~A ^ ~B

Exemplo: Vou pegar a bola ou Pedro vai chutar a lata.

Proposição 1: vou pegar a bola.
Proposição 2: Pedro vai chutar a lata.
1º: trocar o “ou” pelo “e”.
2º: negar todas as proposições.
Negação:
~P1: Não vou pegar a bola.
~P2: Pedro não vai chutar a lata.
Assim, temos:
Não vou pegar a bola e Pedro não vai chutar a lata.

A	B	~A	~B	A v B	~(A v B)	~A ^ ~B
V	V	F	F	V	**F**	**F**
V	F	F	V	V	**F**	**F**
F	V	V	F	V	**F**	**F**
F	F	V	V	F	**V**	**V**

Negação de uma Disjunção Exclusiva

Para negarmos a disjunção exclusiva, devemos apenas trocar o conectivo “ou...ou” pelo “se e somente se”. Isso mesmo! Trocamos um conectivo pelo outro e o restante é só deixar igual. Veja um exemplo: ~ (A ⊻ B) ⇔ A ⟷ B Ou faz sol ou chove muito.

Negação: Faz sol se e somente se chove muito.

A	B	A ⊻ B	~ (A ⊻ B)	A ⟷ B
V	V	F	**V**	**V**
V	F	V	**F**	**F**