Empresa de Tecnologia e Informações da Previdência

DATAPREV

Conhecimentos Gerais — Comum a Todos os Cargos

NV-007ST-24-DATAPREV-COMUM-TOD-CARG

NOVA CONCURSOS

SUMÁRIO

RACIOCÍNIO LÓGICO

LÓGICA: PROPOSIÇÕES, CONECTIVOS, EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS, QUANTIFICADORES E PREDICADOS

VALORES LÓGICOS

Na lógica temos apenas dois valores lógicos: **verdadeiro ou falso**. Quando temos uma declaração verdadeira, o seu valor lógico é **Verdade** (V) e quando é falsa, dizemos que seu valor lógico é **Falso** (F).

PROPOSIÇÕES LÓGICAS SIMPLES

Vamos começar nosso estudo falando sobre o que é uma proposição lógica. Observe a frase a seguir:

Ex.: Paula vai à praia.

Para saber se temos ou não uma proposição, precisamos de três requisitos fundamentais:

- **Ser uma oração**: ou seja, são frases com verbos;
- **Oração declarativa:** a frase precisa estar apresentando uma situação, um fato;
- **Pode ser classificada como verdadeira ou falsa**: ou seja, podemos atribuir o valor lógico verdadeiro ou o valor lógico falso para a declaração.

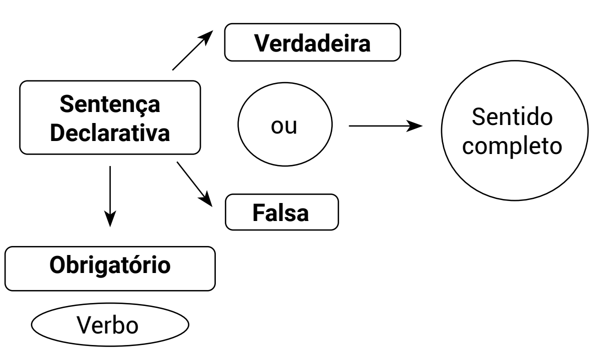
Tendo isso em vista, podemos afirmar claramente que a frase "Paula vai à praia" é uma proposição lógica, pois temos a presença de um verbo (ir), uma informação completa (temos o sujeito claro na oração) e podemos afirmar se é verdadeira ou falsa.

Importante!

Proposição Lógica é uma **oração declarativa que admite apenas um valor lógico**: V ou F.

Ou então podemos também esquematizar o que é uma proposição lógica assim:

Chama-se proposição toda sentença declarativa que pode ser valorada ou só como verdadeira ou só como falsa. A presença do **verbo** é obrigatória juntamente com o **sentido completo** (caráter informativo).



Toda proposição pode ser representada simbolicamente pelas letras do alfabeto. Veja no exemplo:

- **p:** Sabino é um pintor esperto;
- **r:** Kate é uma mulher alta.

Na situação temos duas proposições sendo representadas pelas letras p e r.

Agora que já sabemos o que são proposições lógicas, fica tranquilo distinguir o que **não são proposições**. Isto é fundamental, pois várias questões de prova perguntam exatamente isso — são apresentadas algumas frases e você precisa identificar qual delas não é uma proposição. Vejamos os casos em que mais aparecem:

- **Perguntas:** são as orações interrogativas.
  Exemplo: Que horas vamos ao cinema?
  Essa pergunta não pode ser classificada como verdadeira ou falsa;
- **Exclamações:** são frases exclamativas.
  Exemplo: Que lindo cabelo!
  Essa exclamação não pode ser valorada, pois apresentam percepções subjetivas;
- **Ordens:** são orações com verbo no imperativo.
  Exemplo: Pegue o livro e vá estudar.

Uma ordem não pode ser classificada como verdadeira ou falsa. Muito cuidado com esse tipo de oração, pois pode ser facilmente confundida com uma proposição lógica.

Não são proposições: **perguntas, exclamações e ordens.**

Temos um outro caso menos cobrado em provas, mas que também não é proposição lógica: o **paradoxo**. Para ficar mais claro, veja o exemplo a seguir:

Ex.: Esta frase é uma mentira.

Quando atribuímos um valor de verdade para a frase, então, na verdade, ele mentiu, uma vez que a própria frase já diz isso, e se atribuirmos o valor falso, então a frase é verdade, pois ela diz ser uma mentira e já sabemos que isso é falso.

Perceba que sempre que valoramos a frase ela nos resulta um valor contrário, ou seja, estamos diante de uma frase que é contraditória em si mesma. Isso é a definição de um paradoxo.

SENTENÇA ABERTA

Dizemos que uma sentença é aberta quando não conseguimos ter a informação completa que a oração nos mostra. Veja o exemplo a seguir:

Ex.: Ele é o melhor cantor de rock.

Perceba que há presença do verbo e que conseguimos parcialmente entender o que a frase quer dizer. Todavia, logo surge a pergunta: **ele quem?** Aqui nossa informação não consegue ser completa e por isso temos mais um caso que **não** é proposição lógica. Observe outros exemplos:

$$X + 5 = 10$$

Aquele carro é amarelo.

$$5 + 5$$
$$X - Y = 20$$

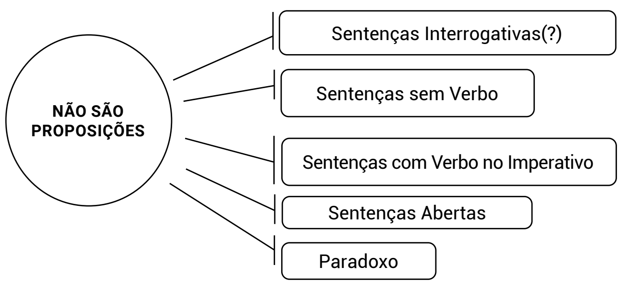
Todos os exemplos acima são sentenças abertas, então podemos resumir da seguinte forma:

As variáveis: ele, aquele ou variáveis matemáticas (X ou Y) tornam a sentença aberta.

Sempre será uma proposição lógica na escrita matemática e podemos notar que há verbos nos casos a seguir:

- = (é igual);
- ≠ (é diferente);
- > (é maior);
- < (é menor);
- ≥ (é maior ou igual);
- ≤ (é menor ou igual);

Esquematizando o que não são proposições lógicas:



PRINCÍPIOS DA LÓGICA PROPOSICIONAL

É fundamental que você conheça três princípios para deixarmos tudo alinhado com as proposições lógicas. Veja:

- **Princípio do terceiro excluído:** uma proposição deve ser verdadeira ou falsa, não havendo outra possibilidade. Não é possível que uma proposição seja “quase verdadeira” ou “quase falsa”;
- **Princípio da não contradição:** dizemos que uma mesma proposição não pode ser, ao mesmo tempo, verdadeira **e** falsa;
- **Princípio da Identidade:** cada ser é único, ou seja, uma proposição não assume o significado de outra proposição lógica.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Temos proposições compostas quando há duas ou mais proposições simples ligadas por meio dos conectivos lógicos. Veja os exemplos:

- Sabino corre e Marcos compra leite;
- O gato é azul ou o pato é preto;
- Se Carlinhos pegar a bola, então o jogo vai acabar.

Cada conectivo tem sua representação simbólica e sua nomenclatura. Veja a relação de conectivos:

CONECTIVOS	NOMENCLATURA	SIMBOLOGIA
e	Conjunção	^
ou	Disjunção	v
ou...ou	Disjunção Exclusiva	$\underline{v}$
se...então	Condicional	→
se e somente se	Bicondicional	↔

Exemplos:

- Na linguagem natural:
  - O macaco bebe leite **e** o gato come banana;
  - Maria é bailarina **ou** Juliano é atleta;
  - **Ou** o elefante corre rápido **ou** a raposa é lenta;
  - **Se** estudar, **então** vai passar;
  - Bino vai ao cinema **se e somente se** ele receber dinheiro.

- Na linguagem simbólica:
  - p ^ q;
  - p v q;
  - p $\underline{v}$ q;
  - p → q;
  - p ↔ q.

Agora que conhecemos os conectivos lógicos, vamos ver algumas **camuflagens** dos operadores lógicos que podem aparecer na prova. Veja:

- **Conectivos “e” usando “mas”:**
  Exemplo: Jurema é atriz, **mas** Pedro é cantor;
- **Conectivo “ou...ou” usando “...ou..., mas não ambos”:**
  Exemplo: Baiano é corredor **ou** ele é nadador, **mas não ambos;**
- **Conectivo “Se então” usando “Desde que, Caso, Basta, Quem, Todos, Qualquer, Toda vez que”:**
  Exemplos: **Desde que** faça sol**,** Pedrinho vai à praia;
  Caso você estude**,** irá passar no concurso;
  Basta Ana comer massas**,** e engordará;
  Quem joga bola é rápido;
  Todos os médicos sabem operar;
  Qualquer criança anda de bicicleta;
  Toda vez que chove**,** não vou à praia.

É importante saber que na condicional a primeira proposição é o **termo antecedente** e a segunda é o **termo consequente**.

P → Q

P = antecedente

Q = consequente

TABELA-VERDADE

Trata-se de uma tabela na qual conseguimos apresentar todos os valores lógicos possíveis de uma proposição.

Números de Linhas de Tabela-Verdade

Neste momento, vamos aprender a construir tabelas-verdade para proposições compostas.

- **1º passo:** contar a quantidade de proposições envolvidas no enunciado.

Exemplo: P v Q (temos duas proposições).

- **2º passo:** calcular a quantidade de linhas da tabela usando a fórmula $2^n = 2^{\text{proposições}}$ (onde **n** é o número de proposições).

Exemplo: P v Q = 2^2 = 4 linhas.

P	Q	P V Q

- **3º passo:** dispor os valores "V" e "F" na primeira coluna fazendo o agrupamento pela metade do número de linhas da tabela.

Exemplo: P v Q = 2^2 = 4 linhas = (agrupamento da primeira coluna de 2 em 2 – V V / F F).

P	Q	P V Q
V		
V		
F		
F		

- **4º passo:** preencher as demais colunas com agrupamento de valores lógicos (V ou F) sempre pela metade do agrupamento anterior.

Exemplo: primeira coluna de 2 em 2 (a próxima será de 1 em 1).

P	Q	P V Q
V	**V**	
V	**F**	
F	**V**	
F	**F**	

Pronto! A nossa tabela já está montada, agora precisamos aprender qual o resultado que teremos quando combinamos os valores lógicos usando os conectivos lógicos.

Número de linhas da tabela-verdade:

$2^n = 2^{\text{proposições}}$ (onde **n** é o número de proposições).

Vamos caminhar mais um pouco e aprender todas as combinações lógicas possíveis para cada conectivo lógico.

Negação (~P)

Uma proposição, quando negada, recebe valores lógicos opostos ao da proposição original. O símbolo que iremos utilizar é ¬ p ou ~p.

P	~P
V	**F**
F	**V**

Dupla Negação ~(~P)

A dupla negação nada mais é do que a própria proposição. Isto é, ~(~P) = P

P	~P	~(~P)
V	F	**V**
F	V	**F**

Conectivo Conjunção "e" (^)

Só teremos uma resposta verdadeira quando todos os valores lógicos envolvidos forem verdadeiros.

P	Q	P ^ Q
V	**V**	**V**
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Conectivo Disjunção "ou" (v)

Teremos resposta verdadeira quando pelo menos um dos valores lógicos envolvidos for verdadeiro.

P	Q	P V Q
V	**V**	**V**
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	F	F

Conectivo Disjunção Exclusiva "ou...ou" ($\underline{\text{v}}$)

Teremos resposta verdadeira quando os valores lógicos envolvidos forem diferentes.

P	Q	P $\underline{\text{V}}$ Q
V	V	F
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	F	F

Conectivo Bicondicional "se e somente se" (←→)

Teremos resposta verdadeira quando os valores lógicos envolvidos forem iguais.

P	Q	P←→Q
V	**V**	**V**
V	F	F
F	V	F
F	**F**	**V**

Conectivo Condicional "se..., então" (→)

Especialmente neste caso, vamos aprender quando teremos o resultado falso, pois o conectivo condicional só tem uma possibilidade de tal ocorrência Somente teremos resposta **falsa** quando o valor lógico do antecedente for **verdadeiro** e o consequente falso.

P	Q	P → Q
V	V	V
V	**F**	**F**
F	V	V
F	F	V

Condicional **falsa**: **V**ai **F**icar **F**alsa

V → F = F

TAUTOLOGIA

É uma proposição cujo valor lógico é sempre verdadeiro.

Exemplo 1: a proposição P ∨ (~P) é uma tautologia, pois o seu valor lógico é sempre V, conforme a tabela-verdade.

P	~P	P V ~P
V	F	**V**
F	V	**V**

Exemplo 2: a proposição (P Λ Q) → (P←→Q) é uma tautologia, pois a última coluna da tabela-verdade só possui V.

P	Q	(P^Q)	(P←→Q)	(P^Q)→(P←→Q)
V	V	V	V	**V**
V	F	F	F	**V**
F	V	F	F	**V**
F	F	F	V	**V**

CONTRADIÇÃO

É uma proposição cujo valor lógico é sempre falso.

Exemplo: a proposição P ^ (~P) é uma contradição, pois o seu valor lógico é sempre F, conforme a tabela-verdade.

P	~P	P ^ (~P)
V	F	**F**
F	V	**F**

CONTINGÊNCIA

Sempre que uma proposição composta recebe valores lógicos falsos e verdadeiros, independentemente dos valores lógicos das proposições simples componentes, dizemos que a proposição em questão é uma **contingência**. Ou seja, é quando a tabela-verdade apresenta, ao mesmo tempo, alguns valores verdadeiros e alguns falsos.

Exemplo: a proposição [P ^ (~Q)] v (P→~Q)] é uma contingência, conforme a tabela-verdade.

P	Q	[P^(~Q)]	(P→~Q)	[P^(~Q)]V(P→~Q)
V	V	F	F	**F**
V	F	V	V	**V**
F	V	F	V	**V**
F	F	F	V	**V**

- **Tautologia:** uma proposição que é **sempre** verdadeira;
- **Contradição:** uma proposição que é **sempre** falsa;
- **Contingência:** uma proposição que pode assumir valores lógicos V e F, conforme o caso.

A seguir, revise seus conhecimentos com alguns exercícios comentados.

1. **(CEBRASPE-CESPE – 2019)** Acerca da lógica sentencial, julgue o item que segue.
Se uma proposição na estrutura condicional — isto é, na forma P→Q, em que P e Q são proposições simples — for falsa, então o precedente será, necessariamente, falso.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Veja que P→Q foi considerado falso pelo enunciado da questão. Assim, na condicional, para ser falso, a regra é que o precedente (antecedente) seja verdadeiro e o seguinte (consequente), falso. Lembre-se da dica: Vai Ficar Falso = V → F. Resposta: Errado.

2. **(AOCP – 2019)** Considere a proposição: "O contingente de policiais aumenta ou o índice de criminalidade irá aumentar". Nesse caso, a quantidade de linhas da tabela-verdade é igual a

a) 2.
b) 4.
c) 8.
d) 16.
e) 32.

O número de linhas da tabela-verdade depende do número de proposições e é calculado pela fórmula: 2^n. Assim,
O contingente de policiais aumenta (1ª proposição)
O índice de criminalidade irá aumentar (2ª proposição)
2^2 = 4 linhas. Resposta: Letra B.

3. **(FUNDATEC – 2019)** Trata-se de um exemplo de tautologia a proposição:

a) Se dois é par então é verão em Gramado.
b) É verão em Gramado ou não é verão em Gramado.
c) Maria é alta ou Pedro é alto.
d) É verão em Gramado se e somente se Maria é alta.
e) Maria não é alta e Pedro não é alto.

Você precisa guardar esta dica: a proposição que contiver uma afirmação com o conectivo ou mais a negação dessa mesma afirmação (ou vice-versa) será sempre uma tautologia. Então,
É verão em Gramado ou não é verão em Gramado.
A proposição p ∨ (~p) é uma tautologia, pois o seu valor lógico é sempre "verdadeiro". Resposta: Letra B.

4. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Julgue o seguinte item, relativo à lógica proposicional e à lógica de argumentação.
Se P e Q são proposições simples, então a proposição [P→Q]∧P é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de [P→Q]∧P será sempre V.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Basta perceber que o conectivo em questão é o "E" (conjunção), que só é verdadeiro quando as duas são verdadeiras. Sendo assim, se P for falso, já irá invalidar o argumento. Resposta: Errado.

5. **(VUNESP – 2018)** Seja M a afirmação: "Marília gosta de dançar". Seja J a afirmação "Jean gosta de estudar". Considere a composição dessas duas afirmações: "Ou Marília gosta de dançar ou Jean gosta de estudar". A tabela-verdade que representa corretamente os valores lógicos envolvidos nessa situação é:

TABELA - VERDADE		
M	**J**	**Ou M ou J**
V	V	1
V	F	2
F	V	3
F	F	4

Os valores 1, 2, 3 e 4 da coluna "Ou M ou J" devem ser preenchidos, correta e respectivamente, por:

a) V, F, V e F.
b) F, V, V e F.
c) F, F, V e V.
d) V, F, F e V.
e) V, V, V e F.

Veja que precisamos saber quando o resultado das combinações lógicas do conectivo "ou...ou" dá verdade. Lembrando da nossa parte teórica, sempre que tivermos valores lógicos diferentes, o resultado será verdadeiro. Sabendo disso,

M	J	Ou M ou J
V	V	**F**
V	F	**V**
F	V	**V**
F	F	**F**

Resposta: Letra B.

CONECTIVOS LÓGICOS

Conceito

Os conectivos lógicos (ou operadores lógicos, como também podem ser chamados) servem para ligar duas ou mais proposições simples e formar, assim, proposições compostas.

Temos cinco operadores lógicos no total e cada um tem sua nomenclatura e representação simbólica. Veja a tabela a seguir:

Tabela de Conectivos

CONECTIVO	NOMENCLATURA	SÍMBOLO	LEITURA
e	Conjunção	^	p **e** q
ou	Disjunção	v	p **ou** q
ou...ou	Disjunção exclusiva	v̲	**Ou** p **ou** q
se...,então	Condicional (implicação)	→	**Se** p, **então** q
se e somente se	Bicondicional (bi-implicação)		p **se e somente se** q

- **Conjunção (conectivo "e")**: sua representação simbólica é ^. Exemplo:
  - Na linguagem natural: O macaco bebe leite **e** o gato come banana;
  - Na linguagem simbólica: p ^ q.

- **Disjunção Inclusiva (conectivo "ou")**: sua representação simbólica é v. Exemplo:
  - Na linguagem natural: Maria é bailarina ou Juliano é atleta;
  - Na linguagem simbólica: p v q.

- **Disjunção Exclusiva (conectivo "ou...ou")**: sua representação simbólica é: v̲. Exemplo:
  - Na linguagem natural: **Ou** o elefante corre rápido **ou** a raposa é lenta;
  - Na linguagem simbólica: p v̲ q.

- **Condicional (conectivos "se, então")**: Sua representação simbólica é →. Exemplo:
  - Na linguagem natural: **Se** estudar, **então** vai passar;
  - Na linguagem simbólica: p → q.

- **Bicondicional (conectivo "se e somente se")**: Sua representação simbólica é ⟷. Exemplo:
  - Na linguagem natural: Bino vai ao cinema **se e somente se** ele receber dinheiro;
  - Na linguagem simbólica: p⟷q.

- **Negação:** uma proposição quando negada, recebe valores lógicos opostos dos valores lógicos da proposição original. O símbolo que iremos utilizar é ¬p ou ~p. Exemplos:
  - p: O gato é amarelo;
  - ~p: O gato não é amarelo;
  - q: Raciocínio Lógico é difícil;
  - ~q: É falso que raciocínio lógico é difícil;
  - r: Maria chegou tarde em casa ontem;
  - ~r: Não é verdade que Maria chegou tarde em casa ontem.

Dica

A negação, além da forma convencional, pode ser escrita com as expressões a seguir:
É falso que... / Não é verdade que...

Agora que já fomos apresentados aos conectivos lógicos, vamos ver algumas "camuflagens" dos operadores lógicos que podem aparecer na prova. Veja:

- **Conectivo "e" usando "mas"**
  - Exemplo: Jurema é atriz, **mas** Pedro é cantor;

- **Conectivo "ou...ou" usando "...ou..., mas não ambos"**
  - Exemplo: Baiano é corredor **ou** ele é nadador, **mas não ambos;**
- **Conectivo "Se então" usando "Desde que, Caso, Basta, Quem, Todos, Qualquer, Toda vez que"**
  - Exemplos:

Desde que faça sol, Pedrinho vai à praia;
Caso você estude, irá passar no concurso;
Basta Ana comer massas, e engordará;
Quem joga bola é rápido;
Todos os médicos sabem operar;
Qualquer criança anda de bicicleta;
Toda vez que chove, não vou à praia.

Dica: na condicional, a 1ª proposição é o **termo antecedente** e a 2ª é o **termo consequente**.
P → Q1
P = antecedente
Q = consequente
Revise seus conhecimentos com as questões comentadas a seguir.

1. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:
P: "João e Carlos não são culpados". Q: "Paulo não é mentiroso". R: "Maria é inocente".
Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.
A proposição "Se Paulo é mentiroso então Maria é culpada." pode ser representada simbolicamente por (~Q)↔(~R).

( ) CERTO ( ) ERRADO

Veja que temos uma proposição condicional (se então) e a representação simbólica apresentada é de uma bicondicional. Representação da condicional (→). Resposta: Errado.

2. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Julgue o seguinte item, relativo à lógica proposicional e à lógica de argumentação.
A proposição "A construção de portos deveria ser uma prioridade de governo, dado que o transporte de cargas por vias marítimas é uma forma bastante econômica de escoamento de mercadorias." Pode ser representada simbolicamente por P∧Q, em que P e Q são proposições simples adequadamente escolhidas.

( ) CERTO ( ) ERRADO

A representação simbólica apresentada para julgarmos é de uma conjunção. E na questão foi apresentada uma proposição composta pela condicional na forma "camuflada" dentro de uma relação de causa e consequência "Dado que...". Resposta: Errado.

3. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Considere as seguintes proposições: P: O paciente receberá alta; Q: O paciente receberá medicação; R: O paciente receberá visitas.
Tendo como referência essas proposições, julgue o item a seguir, considerando que a notação ~S significa a negação da proposição S.
A proposição ~P→[Q∨R] pode assim ser traduzida: Se o paciente receber alta, então ele não receberá medicação ou não receberá visitas.

( ) CERTO ( ) ERRADO

P: O paciente receberá alta;
~P: O paciente não receberá alta;
Q: O paciente receberá medicação;
R: O paciente receberá visitas.
A proposição ~P→[Q∨R] pode assim ser traduzida: Se o paciente não receber alta, então ele receberá medicação ou receberá visitas. Resposta: Errado.

4. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Julgue o item a seguir, a respeito de lógica proposicional.
A proposição "A vigilância dos cidadãos exercida pelo Estado é consequência da radicalização da sociedade civil em suas posições políticas." pode ser corretamente representada pela expressão lógica P→Q, em que P e Q são proposições simples escolhidas adequadamente.

( ) CERTO ( ) ERRADO

A vigilância dos cidadãos exercida pelo Estado é (verbo de ligação) consequência da radicalização da sociedade civil em suas posições políticas. Temos apenas um verbo e por esse motivo é uma proposição simples.
Cuidado com o uso da palavra "consequência" em proposições como esta. Em determinadas situações, de fato, teremos uma proposição condicional, vejamos:
Passar (verbo no infinitivo) é consequência de estudar (verbo no infinitivo). Nesse caso temos uma proposição composta pela condicional. Resposta: Errado.

5. **(CEBRASPE-CESPE – 2016)** Considerando os símbolos normalmente usados para representar os conectivos lógicos, julgue o item seguinte, relativos a lógica proposicional e à lógica de argumentação. Nesse sentido, considere, ainda, que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas.
A sentença A fiscalização federal é imprescindível para manter a qualidade tanto dos alimentos quanto dos medicamentos que a população consome pode ser representada simbolicamente por P∧Q.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Para ser proposição composta, haveria mais de um verbo na frase, por isso, a frase em questão é considerada uma proposição simples. Procure o verbo na oração. A fiscalização federal é imprescindível para manter a qualidade tanto dos alimentos quanto dos medicamentos que a população consome. Resposta: Certo.

EQUIVALÊNCIA LÓGICA NOTÁVEL

Afirma-se que uma proposição P é logicamente equivalente ou equivalente a uma proposição Q se as tabelas-verdade dessas duas proposições são iguais. E o que isso significa? Ora, duas proposições são equivalentes quando elas dizem exatamente a mesma coisa; quando elas têm o mesmo significado; quando uma pode ser substituída pela outra. Para indicar que são equivalentes, usaremos a seguinte notação:

$$P \Leftrightarrow Q$$

Distribuição (Equivalência pela Distributiva)

- $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

P	Q	R	Q ∨ R	P ∧ (Q ∨ R)	P ∧ Q	P ∧ R	(P ∧ Q) ∨ (P ∧ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

- $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

P	Q	R	Q ∧ R	P ∨ (Q ∧ R)	P ∨ Q	P ∨ R	(P ∨ Q) ∧ (P ∨ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Associação (Equivalência pela Associativa)

- $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$

P	Q	R	Q ∧ R	P ∧ (Q ∧ R)	P ∧ Q	P ∧ R	(P ∧ Q) ∧ (P ∧ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

- $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee (p \vee r)$

P	Q	R	Q ∨ R	P ∨ (Q ∨ R)	P ∨ Q	P ∨ R	(P ∨ Q) ∨ (P ∨ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F

Idempotência

- $p \Leftrightarrow (p \wedge p)$

P	P	P ∧ P
V	V	V
F	F	F

- $p \Leftrightarrow (p \vee p)$

P	P	P ∨ P
V	V	V
F	F	F

Pela Exportação-Importação

- $[(p \wedge q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

P	Q	R	P ∧ Q	(P ∧ Q) → R	Q → R	P → (Q → R)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V

Proposições Associadas a uma Condicional (se, então)

Podemos dizer que as três proposições condicionais que contêm p e q são associadas a $p \rightarrow q$. Veja a seguir:

- Proposições **recíprocas**: $p \rightarrow q$: $q \rightarrow p$;
- Proposição **contrária**: $p \rightarrow q$: $\sim p \rightarrow \sim q$;

P	Q	~P	~Q	P → Q	Q → P	~P → ~Q	~Q → ~P
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V

- Proposição **contrapositiva**: p → q: ~q → ~p.

Vale ressaltar que, olhando para a tabela, a condicional p → q e a sua recíproca q → p ou a sua contrária ~p → ~q **não** são equivalentes.

Implicação Material

Na lógica proposicional, temos uma regra de substituição que diz que é válido que uma sentença condicional seja substituída por uma disjunção em que o antecedente é negado; essa é a implicação material.

A regra determina que P implica Q é logicamente equivalente a não ~P ou Q e pode substituir o outro em provas lógicas: P → Q ⇔ ~P v Q, onde "⇔" é um símbolo que representa "pode ser substituído em uma prova com."

Ou seja, sempre que uma instância de "P → Q" é exibida em uma linha de uma prova, ela pode ser substituída por «~P v Q".

Exemplo: Se ele é um tigre P, então ele pode correr Q.

Assim, ele não é um tigre ~P ou ele pode correr Q.

Se for descoberto que o tigre não podia correr, escrito simbolicamente como P v ~Q, ambas as sentenças são falsas, mas caso contrário, elas são ambas verdadeiras.

Transposição

A transposição é uma regra de substituição válida para "P → Q" em que é permitido trocar o antecedente P pelo consequente Q de um enunciado condicional em uma prova lógica se eles estão ambos negados. É a inferência verdadeira de "A implica B", a verdade do "não B implica não A", e vice-versa. É a regra que:

P → Q ⇔ ~ Q → ~ P

Em que "⇔" é um símbolo que representa "pode ser substituído em uma prova com."

Ou seja, sempre que uma instância de "P → Q" é exibida em uma linha de uma prova, ela pode ser substituída por ~ Q → ~ P ".

Exemplo: Se ele é um tigre P, então ele pode correr Q.

Assim, se ele não pode correr ~Q, então ele não é um tigre ~P.

EQUIVALÊNCIA CONDICIONAL

Agora vamos tratar de duas equivalências importantes desse conectivo que tem a maior incidência nas provas de concursos. A primeira delas ensina como transformar uma proposição composta pelo "se…então" em outra proposição composta pelo "se… então". A outra ensina como transformar uma proposição composta pelo "se…então" em uma composta pelo conectivo "ou" (e vice-versa). Vamos lá!

Contrapositiva

Para fazermos essa equivalência, devemos inverter as proposições e depois negar todas as proposições.

Inverte e nega tudo mantendo o se então.

Exemplo: A → B ⇔ ~B → ~A

Se Marcos estuda, **então** ele passa. ⇔ **Se** Marcos **não** passa, **então** ele **não** estuda.

Estas duas proposições são equivalentes. Percebeu o processo de construção da segunda a partir da primeira? Você deve inverter a ordem das proposições e negar ambas.

- **"se...então" vira "ou"**

Essa equivalência é feita negando a primeira proposição, trocando o conectivo "se...então" pelo conectivo "ou", repetindo a segunda proposição.

Nega ou repete.

Exemplo:

A → B ⇔ ~A v B.

Se o urso é ovíparo, **então** o macaco voa. ⇔ O urso **não** é ovíparo **ou** o macaco voa.

Observe a tabela a seguir e veja que os resultados são iguais, ou seja, equivalentes:

A	B	~A	~B	A → B	~B → ~A	~A V B
V	V	F	F	**V**	**V**	**V**
V	F	F	V	**F**	**F**	**F**
F	V	V	F	**V**	**V**	**V**
F	F	V	V	**V**	**V**	**V**

EQUIVALÊNCIA BICONDICIONAL

Geralmente aprendemos somente a equivalência básica desse conectivo (a comutação), mas precisamos ficar atentos para os casos especiais. O conectivo "se e somente se" tem mais duas equivalências lógicas quando interpretamos de maneira mais minuciosa o seu significado e sua tabela-verdade. A seguir veremos esses detalhes que estão aparecendo cada vez mais nas provas. Vamos lá!

Comutação

Exemplo: A ↔ B ⇔ B ↔ A

O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ Hoje não choverá **se e somente se** o céu ficar azul.

- **Com o conectivo "e" e "se...então"**

Para fazer essa equivalência, vamos interpretar o conectivo ***"se e somente se"***. Na sua nomenclatura temos uma **bicondicional**; o que isso significa exatamente? Significa que temos duas condicionais (se... então).

Pensando nisso, podemos dizer então que temos **uma condicional indo e uma condicional voltando**; repare que a simbologia (↔) é composta por duas setas. Agora vamos traduzir isso tudo com um exemplo.

Exemplo: $A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ **Se** o céu ficará azul, **então hoje** não vai chover **e se** hoje não vai chover, **então** o céu ficará azul.

- **Com o conectivo “ou” e “tabela-verdade”**

Já para entendermos essa equivalência, precisamos lembrar dos casos na tabela-verdade do conetivo **“se e somente se”** quando temos resultados verdadeiros, ou seja, quando os **valores lógicos são iguais**. Sabendo disso, podemos dizer, então, que o conectivo **“se e somente se”** terá resultado **verdadeiro** quando as **proposições forem todas verdadeiras** ou quando **forem todas falsas** (vale lembrar que a negação de “V” será “F”). Logo, veja o exemplo de como ficará essa equivalência:

Exemplo: $A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)$

O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ O céu ficará azul **e** hoje não vai chover **ou** o céu não ficará azul **e** hoje vai chover.

Agora observe a tabela-verdade envolvendo todas as equivalências da Bicondicional:

A	B	~A	~B	A ⟷ B	B ⟷ A	(A→B) ∧ (B→A)	(A ^ B) V (~A ^ ~B)
V	V	F	F	**V**	**V**	**V**	**V**
V	F	F	V	**F**	**F**	**F**	**F**
F	V	V	F	**F**	**F**	**F**	**F**
F	F	V	V	**V**	**V**	**V**	**V**

COMUTAÇÃO

Leis Comutativas

- **Conjunção “e”:**
  - Exemplo: $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
  - Joana é magra **e** Maria é baixa. ⇔ Maria é baixa **e** Joana é magra.

A	B	A ^ B	B ^ A
V	V	**V**	**V**
V	F	**F**	**F**
F	V	**F**	**F**
F	F	**F**	**F**

- **Disjunção Inclusiva “ou”:**
  - Exemplo: $A \underline{v} B \Leftrightarrow B \underline{v} A$
  - João anda de barco **ou** Sabrina vai à praia. ⇔ Sabrina vai à praia **ou** João anda de barco.

- **Disjunção Exclusiva “ou...ou”:**
  - Exemplo: $A \underline{v} B \Leftrightarrow B \underline{v} A$
  - **Ou** Romeu compra uma moto **ou** ele vende o carro. ⇔ **Ou** Romeu vende o carro **ou** ele compra uma moto.

A	B	A ⊻ B	B ⊻ A
V	V	**F**	**F**
V	F	**V**	**V**
F	V	**V**	**V**
F	F	**F**	**F**

- **Bicondicional “se e somente se”**
  - Exemplo: A ⟷ B ⇔ B A
  - O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ Hoje não choverá **se e somente se** o céu ficar azul.

A	B	A ⟷ B	B ⟷ A
V	V	**V**	**V**
V	F	**F**	**F**
F	V	**F**	**F**
F	F	**V**	**V**

- **Condicional “Se então”:** é o único conectivo lógico que não aceita a propriedade de comutação, pois o seu antecedente não pode ser o consequente e vice-versa.

$$A \rightarrow B \neq B \rightarrow A$$

Agora vamos treinar o que aprendemos na teoria com exercícios comentados de diversas bancas. Vamos lá!

1. **(VUNESP – 2020)** Considere a seguinte afirmação: Se Marcos está prestando esse concurso, então ele é formado no Curso de Serviço Social.
Assinale a alternativa que contém uma afirmação equivalente para a afirmação apresentada.

a) Marcos está prestando esse concurso se, e somente se, ele é formado no Curso de Serviço Social.
b) Se Marcos é formado no Curso de Serviço Social, então ele está prestando esse concurso.
c) Marcos está prestando esse concurso e ele é formado no Curso de Serviço Social.
d) Se Marcos não é formado no Curso de Serviço Social, então ele não está prestando esse concurso.
e) Marcos não é formado no Curso de Serviço Social e ele está prestando esse concurso.

Veja que não temos a presença do “ou” nas alternativas e isso facilita, pois usamos a “contrapositiva”. Basta inverter e negar, mantendo o mesmo conectivo:
Se Marcos não é formado no Curso de Serviço Social, então ele não está prestando esse concurso.
Resposta: Letra D.

2. **(CEBRASPE-CESPE – 2020)** No argumento seguinte, as proposições P1, P2, P3 e P4 são as premissas, e C é a conclusão.

P1: “Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado.”.

P2: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.".
P3: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".
P4: "Se os beneficiários dos serviços prestados pelo setor Alfa são mal atendidos, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.".
C: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.".

Considerando esse argumento, julgue o item seguinte.
A proposição P3 é equivalente à proposição "Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado.".

( ) CERTO ( ) ERRADO

Proposição: P3: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".
Equivalência:
(Inverte e nega tudo mantendo "se então")
"Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado."
Resposta: Certo.

3. **(CEBRASPE-CESPE – 2020)** Considerando a proposição P. "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito", julgue o item a seguir.
A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz".

( ) CERTO ( ) ERRADO

Proposição: P → Q
Equivalência: ~Q → ~P
Logo, "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito"
"Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz". Resposta: Certo.

4. **(CEBRASPE-CESPE – 2019)** Assinale a opção que apresenta a proposição lógica que é equivalente à seguinte proposição:
"Se Carlos foi aprovado no concurso, então Carlos possui o ensino médio completo."

a) "Carlos não foi aprovado no concurso ou Carlos possui o ensino médio completo."
b) "Se Carlos não foi aprovado no concurso, então Carlos não possui o ensino médio completo."
c) "Carlos possuir o ensino médio completo é condição suficiente para que ele seja aprovado no concurso"
d) "Carlos ser aprovado no concurso é condição necessária para que ele tenha o ensino médio completo."
e) "Carlos possui o ensino médio completo e não foi aprovado no concurso."

Precisamos fazer a equivalência do conectivo "se então". Portanto, para resolver, basta trocar o conectivo "se então" por "ou" e depois negar a primeira proposição e manter a segunda proposição. Veja:
"Se Carlos foi aprovado no concurso, então Carlos possui o ensino médio completo."
"Carlos não foi aprovado no concurso ou Carlos possui o ensino médio completo." Resposta: Letra A.

5. **(CEBRASPE-CESPE – 2019)** Acerca da lógica sentencial, julgue o item que segue.
Se P, Q, R e S forem proposições simples, então as proposições PvR → Q∧S e (~Q)V(~S) → (~P) ∧ (~R) serão equivalentes.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Trata-se da equivalência contrapositiva da condicional.
PvR → Q∧S
1º: inverte as proposições, mantendo a condicional
Q∧S →PvR
2º: nega tudo.
- Negação do Q∧S = ~Q v ~S (Negação do ∧ troca pelo v e nega tudo)
- Negação do PvR = ~P ∧ ~R (Negação do v troca pelo ∧ e nega tudo) Logo, (~Q) v (~S) → (~P) ∧ (~R). Resposta: Certo.

LEIS DE MORGAN

Quando fazemos a negação de uma proposição composta primitiva, geramos outra posição que também é composta e equivalente à sua primitiva. É recorrente em provas a cobrança para que você responda qual a equivalência da negação de determinada proposição.

Negação de uma Conjunção (Lei de Morgan)

Para negarmos a conjunção, devemos trocar pela disjunção **ou** e negar todas as proposições envolvidas.
Veja: ~ (A ^ B) ⇔ ~A v ~B

Exemplo: Vou comprar um carro e vou ganhar dinheiro.
Proposição 1: vou comprar um carro.
Proposição 2: vou ganhar dinheiro.
1º: trocar o "e" pelo "ou".
2º: negar todas as proposições.
Negação:
~P1: Não vou comprar um carro.
~P2: Não vou ganhar dinheiro.
Assim temos, não vou comprar um carro ou não vou ganhar dinheiro.

A	B	~A	~B	A ^ B	~(A ^ B)	~A V ~B
V	V	F	F	V	**F**	**F**
V	F	F	V	F	**V**	**V**
F	V	V	F	F	**V**	**V**
F	F	V	V	F	**V**	**V**