

# MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO LÓGICO- MATEMÁTICO PARA CONCURSOS

Coletânea 0 que cai na prova!

# SUMÁRIO

MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO.....	7
■ CONJUNTOS NUMÉRICOS.....	7
■ NÚMEROS PRIMOS, MMC E MDC.....	16
■ EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DE PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU.....	22
■ SISTEMAS LINEARES.....	30
■ MATRIZES.....	36
■ FUNÇÕES.....	67
■ GRÁFICOS.....	73
■ RAZÃO E PROPORÇÃO.....	76
■ REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA.....	86
■ PORCENTAGEM.....	97
■ JUROS SIMPLES E COMPOSTOS.....	103
■ SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS.....	113
PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA).....	114
PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (PG).....	121
SEQUÊNCIA FIGURAL.....	125
■ NOÇÕES DE ESTATÍSTICA.....	127
■ GEOMETRIA PLANA.....	141
ÁREA DE FIGURAS PLANA.....	143
PERÍMETRO.....	146
CIRCUNFERÊNCIAS.....	148
TEOREMA DE PITÁGORAS.....	156
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO.....	159
■ GEOMETRIA ANALÍTICA.....	162

■ MEDIDAS DE COMPRIMENTO, DE ÁREA, DE CAPACIDADE E DE VOLUME: TRANSFORMAÇÕES .....	170
■ LÓGICA PROPOSICIONAL .....	173
PROPOSIÇÕES SIMPLES .....	173
PROPOSIÇÕES COMPOSTAS .....	176
TABELA VERDADE .....	178
TAUTOLOGIA.....	182
CONTRADIÇÃO .....	182
CONNECTIVOS LÓGICOS.....	186
■ LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO.....	192
■ LÓGICA DE PRIMEIRA ORDEM.....	215
■ EQUIVALÊNCIA LÓGICA .....	220
■ OPERAÇÕES COM CONJUNTOS .....	236
■ RACIOCÍNIO VERBAL, RACIOCÍNIO MATEMÁTICO, RACIOCÍNIO SEQUENCIAL.....	249
■ LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO: ANALOGIAS, INFERÊNCIAS, DEDUÇÕES E CONCLUSÕES .....	250

## MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

### CONJUNTOS NUMÉRICOS

#### OPERAÇÕES EM CONJUNTOS NUMÉRICOS: NÚMEROS NATURAIS

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra  $N$ , e podemos escrever os seus elementos entre chaves:  $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \dots\}$ .

Os três pontos, conhecidos como reticências, indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de "contagem natural". Utiliza-se o símbolo  $N^*$  para designar os números naturais positivos (excluindo o zero). Veja:  $N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ .



#### Dica

O símbolo do conjunto dos números naturais é a letra  $N$ , e podemos ter ainda o símbolo  $N^*$ , que representa os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero.

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- **Sucessor:** é o próximo número natural.
  - **Exemplo:** o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. Ou seja, o sucessor do número " $n$ " é o número " $n + 1$ ";
- **Antecessor:** é o número natural anterior.
  - **Exemplo:** o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. Ou seja, o antecessor do número " $n$ " é o número " $n - 1$ ";

- **Números consecutivos:** são números em sequência;
  - **Exemplo:** 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim,  $(n - 1, n$  e  $n + 1)$  são números consecutivos;
- **Números naturais pares:** são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso, o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares;
- **Números naturais ímpares:** ao serem divididos por 2, deixam o resto 1;
- **Todos os números que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são ímpares.**

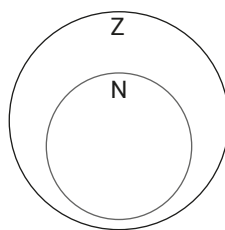
Também é importante lembrar que:

- A soma ou subtração de dois números pares tem resultado par:
 
$$12 + 8 = 20 \quad | \quad 12 - 8 = 4;$$
- A soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par:
 
$$13 + 7 = 20 \quad | \quad 13 - 7 = 6;$$
- A soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar:
 
$$14 + 5 = 19 \quad | \quad 14 - 5 = 9;$$
- A multiplicação de números pares tem resultado par:
 
$$8 \cdot 6 = 48;$$
- A multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:
 
$$3 \cdot 7 = 21;$$
- A multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:
 
$$4 \cdot 5 = 20.$$

## I NÚMEROS INTEIROS

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja:  $Z = \{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ .

O símbolo desse conjunto é a letra Z. Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Sendo assim, podemos representar por meio de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros, ou ainda que  $N$  é um subconjunto de  $Z$ . Observe:



Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- **Números inteiros não negativos:** {4, 5, 6...}. Veja que são os números naturais;
- **Números inteiros não positivos:** {... -3, -2, -1, 0}. Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- **Números inteiros negativos:** {... -3, -2, -1}. O zero não faz parte;
- **Números inteiros positivos:** {5, 6, 7...}. Novamente, o zero não faz parte.

### Operações com Números Inteiros

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números, são elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

#### Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é  $= 20 + 5 = 25$ .  
Veja mais alguns exemplos:

- **Adição de 15 e 3**  $= 15 + 3 = 18$ ;
- **Adição de 55 e 30**  $= 55 + 30 = 85$ .

#### Principais Propriedades da Operação de Adição

- **Propriedade comutativa:** a ordem dos números não altera a soma  $\rightarrow 115 + 35$  é igual a  $35 + 115$ ;
- **Propriedade associativa:** quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles primeiramente, e depois somar o outro. Independentemente da ordem vamos obter o mesmo resultado  $\rightarrow 2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10$ ;
- **Elemento neutro:** o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo  $\rightarrow 27 + 0 = 27$ ;  $55 + 0 = 55$ ;
- **Propriedade do fechamento:** a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro. Exemplo: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 ( $8 + 2 = 10$ ).

#### Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir de um deles o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando  $13 = 20 - 7 = 13$ .

Veja mais alguns exemplos:

- **Subtrair 5 de 16** =  $16 - 5 = 11$ ;
- **10 subtraído de 30** =  $30 - 10 = 20$ .

### ● Principais Propriedades da Operação de Subtração

- **Elemento neutro:** o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado  $\rightarrow 13 - 0 = 13$ ;
- **Propriedade do fechamento:** a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro  $\rightarrow 33 - 10 = 23$ .

### Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja: a multiplicação  $20 \cdot 3$  é igual à soma do número 20 três vezes ( $20 + 20 + 20$ ), ou à soma do número 3 vinte vezes ( $3 + 3 + 3 + \dots + 3$ ).

Algo que é muito importante, e que você deve lembrar sempre, são as regras de sinais na multiplicação de números.

SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

### Atenção:

- A multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo:  $51 \cdot 2 = 102$ ;  $(-33) \cdot (-3) = 99$ ;
- A multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo:  $25 \cdot (-4) = -100$ ;  $(-15) \cdot 5 = -75$ .

### ● Principais Propriedades da Operação de Multiplicação

- **Propriedade comutativa:**  $A \cdot B$  é igual a  $B \cdot A$ , ou seja, a ordem não altera o resultado  $\rightarrow 8 \cdot 5 = 5 \cdot 8 = 40$ ;
- **Propriedade associativa:**  $(A \cdot B) \cdot C$  é igual a  $(C \cdot B) \cdot A$ , que é igual a  $(A \cdot C) \cdot B \rightarrow (3 \cdot 4) \cdot 2 = 3 \cdot (4 \cdot 2) = (3 \cdot 2) \cdot 4 = 24$ ;
- **Elemento neutro:** a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, esse número permanecerá inalterado  $\rightarrow 15 \cdot 1 = 15$ ;
- **Propriedade do fechamento:** a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro  $\rightarrow 9 \cdot 5 = 45$ ;

- **Propriedade distributiva:** essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica:  $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$ , ou seja,  $3 \cdot (5+7) = 3 \cdot (12) = 36$ .

Usando a propriedade:  $3 \cdot (5 + 7) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 15 + 21 = 36$ .

## Divisão

Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.

Exemplo: temos 50 balas e queremos dividir entre 10 pessoas, isto é, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos  $10 \cdot 5 = 50$ . Ou, ainda, podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja,  $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 50$ .

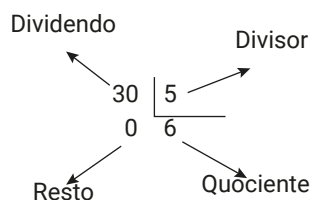
Algo que é muito importante, e que você deve lembrar sempre, são as regras de sinais na divisão de números.

SINAIS NA DIVISÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

### Atenção:

- A divisão de números de mesmo sinal tem resultado positivo:  $60 \div 3 = 20$ ;  $(-45) \div (-15) = 3$ ;
- A divisão de números de sinais diferentes tem resultado negativo:  $25 \div (-5) = -5$ ;  $(-120) \div 5 = -24$ .

Esquemmatizando:



$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} \cdot \text{Quociente} + \text{Resto}$$

$$30 = 5 \cdot 6 + 0$$