

Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante

EFOMM

Oficial da Marinha Mercante

SUMÁRIO

INGLÊS	19
■ LEITURA	19
LEITURA, COMPREENSÃO E INTERPRETAÇÃO DE TEXTOS DIVERSOS; IDENTIFICAÇÃO DE INFORMAÇÕES NO TEXTO	19
SIGNIFICADO DAS PALAVRAS E EXPRESSÕES	20
■ VOCABULÁRIO	21
EXPRESSÕES IDIOMÁTICAS	21
FALSOS COGNATOS	22
SINÔNIMOS E ANTÔNIMOS DE PALAVRAS E EQUIVALÊNCIA SEMÂNTICA	22
■ GRAMÁTICA	24
TEMPOS VERBAIS; VERBOS REGULARES E IRREGULARES; FORMAS VERBAIS: AFIRMATIVA, INTERROGATIVA E NEGATIVA	24
VOZES ATIVA E PASSIVA	37
INFINITIVO E GERÚNDIO	39
PHRASAL VERBS	39
IMPERATIVO	41
CAUSATIVO	41
ORAÇÕES CONDICIONAIS	41
DISCURSOS DIRETO E INDIRETO	42
SUBSTANTIVOS	42
PRONOMES	46
ARTIGOS	50
ADJETIVOS E ORDEM DAS PALAVRAS NA FRASE	53
Either/Neither	55
COMPARATIVOS E SUPERLATIVOS	56
ADVÉRBIOS	58
So/Too	59
PREPOSIÇÕES, LOCUÇÕES PREPOSICIONAIS E VERBOS SEGUIDOS DE PREPOSIÇÃO	62
CONJUNÇÕES E USO DE CONECTIVOS	65

PERGUNTAS COM PRONOMES INTERROGATIVOS	67
PREFIXOS E SUFIXOS.....	67
PONTUAÇÃO	69
NUMERAL.....	70
DETERMINERS	72
QUANTIFIERS.....	74
GENITIVE CASE.....	76
RELATIVE CLAUSES	77
CLAUSE AND THEIR ELEMENTS.....	77
TAG QUESTIONS.....	78
PORTUGUÊS	89
■ LEITURA, COMPREENSÃO E INTERPRETAÇÃO DE TEXTOS	89
■ MECANISMOS DE COESÃO E COERÊNCIA NO TEXTO ESCRITO	91
■ OS GÊNEROS REDACIONAIS.....	96
MODOS NARRATIVO, DESCRITIVO E DISSERTATIVO DE ORGANIZAÇÃO DO DISCURSO	96
■ LÍNGUA FALADA E LÍNGUA ESCRITA	98
■ O DISCURSO DIRETO E O INDIRETO.....	99
■ CAPACIDADE DE DECODIFICAR ADEQUADAMENTE ENUNCIADOS ESCRITOS DA LÍNGUA ...	101
SIGNIFICAÇÃO DAS PALAVRAS (SINÔNIMOS, ANTÔNIMOS E PARÔNIMOS), EXPRESSÕES OU ESTRUTURAS FRASAIS, SIGNIFICADO GERAL DOS PERÍODOS, PARÁGRAFOS E DO TEXTO.....	101
Denotação.....	102
Conotação.....	102
■ GRAMÁTICA	103
CLASSE DE PALAVRAS: RECONHECIMENTO, VALORES E EMPREGO.....	103
GÊNERO E NÚMERO DOS ARTIGOS, NUMERAIS E PRONOMES.....	103
Sintaxe de Colocação dos Pronomes	107
FLEXÃO NOMINAL: GÊNERO, NÚMERO E GRAU DOS SUBSTANTIVOS E DOS ADJETIVOS.....	107
FLEXÃO VERBAL: MODOS, CONJUGAÇÕES, VOZES, TEMPOS, PESSOAS, NÚMERO, FORMAÇÃO DE TEMPOS SIMPLES E COMPOSTOS; RECONHECIMENTO DOS ELEMENTOS MÓRFICOS QUE CONSTITUEM AS FORMAS VERBAIS.....	111
ESTRUTURA DAS PALAVRAS E ELEMENTOS QUE FORMAM AS PALAVRAS	123

■ TERMOS DA ORAÇÃO	127
CLASSIFICAÇÃO DO PERÍODO; ORAÇÕES REDUZIDAS E DESENVOLVIDAS; ORAÇÕES INTERCALADAS OU INTERFERENTES	133
■ SINTAXE DE CONCORDÂNCIA NOMINAL E VERBAL	136
■ SINTAXE DE REGÊNCIA NOMINAL E VERBAL.....	140
■ CRASE	142
■ PONTUAÇÃO.....	144
■ PARÁFRASE.....	146
■ FIGURAS DE LINGUAGEM	148
■ ACENTUAÇÃO GRÁFICA	151
 MATEMÁTICA.....	 159
■ CONJUNTOS, RELAÇÕES E FUNÇÕES	159
DEFINIÇÕES	159
PERTINÊNCIA	159
CONJUNTO UNIVERSO.....	159
CONJUNTO UNITÁRIO.....	159
CONJUNTO VAZIO.....	159
SUBCONJUNTOS	160
OPERAÇÕES COM CONJUNTOS.....	160
NÚMERO DE ELEMENTOS	162
CONJUNTOS NUMÉRICOS.....	166
PRODUTO CARTESIANO	170
Representação Gráfica.....	170
■ DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM	170
INJETIVIDADE.....	172
Diagrama	172
Gráfico.....	172
SOBREJETIVIDADE.....	172
Diagrama	172
Gráfico.....	172

BIJETIVIDADE	173
Diagrama	173
Gráfico.....	173
FUNÇÕES COMPOSTAS	173
FUNÇÕES INVERSAS	173
FUNÇÕES AFINS	174
FUNÇÕES QUADRÁTICAS	176
FUNÇÕES MODULARES	178
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	180
FUNÇÕES RACIONAIS	185
FUNÇÕES EXPONENCIAIS	186
FUNÇÕES LOGARÍTMICAS	187
■ PROGRESSÕES E SEQUÊNCIAS	192
SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS	192
PROGRESSÃO ARITMÉTICA	193
Propriedades	193
Termo Geral	193
Soma dos Termos	193
Classificação	193
PROGRESSÃO GEOMÉTRICA	195
Propriedades	195
Termo Geral	195
Soma dos Termos	195
Classificação	196
Interpolação.....	196
RELAÇÃO DA PROGRESSÃO ARITMÉTICA COM A FUNÇÃO AFIM	197
RELAÇÃO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA COM A FUNÇÃO EXPONENCIAL	197
■ MATRIZES E DETERMINANTES	197
MATRIZ TRANSPONDA	199
MATRIZ OPOSTA	199
MATRIZ INVERSA	199
MATRIZ IDENTIDADE	200

MATRIZ NULA.....	200
OPERAÇÕES COM MATRIZES	200
EQUAÇÃO MATRICIAL.....	201
DETERMINANTES.....	201
TEOREMA DE LAPLACE	202
COFATOR.....	202
MENOR COMPLEMENTAR	203
SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES.....	203
REGRA DE CRAMER.....	204
ESCALONAMENTO	206
MÉTODO GAUSS-JORDAN.....	206
MATRIZ DE VADERMONDE	207
■ GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL.....	210
POLÍGONOS	210
Polígonos e seus Elementos.....	210
Perímetro de Polígonos Regulares.....	212
LINHA POLIGONAL.....	212
CIRCUNFERÊNCIAS E CÍRCULOS	212
Semelhança de Triângulos	215
RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIÂNGULOS E CIRCUNFERÊNCIAS.....	216
CONGRUÊNCIA DE FIGURAS PLANAS.....	217
ÁREAS DE POLÍGONOS E FIGURAS PLANAS QUAISQUER, CÍRCULOS, COROAS E SETORES CIRCULARES	218
LUGARES GEOMÉTRICOS	219
■ CÔNICAS: POSIÇÕES RELATIVAS.....	222
CIRCUNFERÊNCIA	222
Equação Geral.....	222
Posição de um Ponto e uma Reta em Relação a uma Circunferência	223
Posições Relativas de Duas Circunferências	224
ELIPSE	228
HIPÉRBOLE.....	230
PARÁBOLA	232

■ ÁREAS E VOLUMES DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS	236
POLIEDROS	236
CORPOS REDONDOS	236
Cilindro	236
Esfera	237
Cone	237
PRISMAS	237
PIRÂMIDES.....	237
Apótema.....	238
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO DE SÓLIDOS.....	239
■ NÚMERO COMPLEXO	240
FORMA ALGÉBRICA.....	240
Definição	240
Potências da Unidade Imaginária	240
OPERAÇÕES.....	241
Conjugado.....	241
FORMA TRIGONOMÉTRICA	243
Argumento	243
FÓRMULA DE MOIVRE.....	245
■ TRIGONOMETRIA.....	248
ARCOS E ÂNGULOS	248
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	252
RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS QUAISQUER	252
LEI DOS SENOS	252
LEI DOS COSSENOS.....	253
RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	253
REDUÇÃO DE QUADRANTE	255
TRANSFORMAÇÕES.....	256
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	257
■ POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS.....	261
DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO POLINOMIAL.....	261

Coeficiente Dominante.....	261
Grau.....	261
Valor Numérico e Raiz de Polinômio.....	262
OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS.....	262
Raízes Racionais.....	263
TEOREMA DO RESTO.....	263
TEOREMA DE D'ALEMBERT.....	264
TEOREMA DAS DIVISÕES SUCESSIVAS.....	264
DISPOSITIVO DE BRIOT-RUFFINI.....	264
TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA (TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO).....	265
MULTIPLICIDADE DE RAÍZES.....	266
RELAÇÕES DE GIRARD.....	266
RAÍZES COMPLEXAS.....	268
■ ANÁLISE COMBINATÓRIA.....	270
FATORIAL.....	270
PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM.....	270
PERMUTAÇÃO SIMPLES.....	270
PERMUTAÇÃO CIRCULAR.....	271
PERMUTAÇÃO DE ELEMENTOS NEM TODOS DISTINTOS.....	271
COMBINAÇÃO SIMPLES.....	271
COMBINAÇÃO COMPLETA.....	271
ARRANJO.....	271
BINÔMIO DE NEWTON.....	273
PROBABILIDADE.....	274
Espaço Amostral.....	274
Independência de Eventos.....	274
PROBABILIDADE CONDICIONAL.....	274
PROBABILIDADE DA UNIÃO.....	275
PROBABILIDADE DE INTERSEÇÃO DE EVENTOS.....	275
■ NOÇÕES DE LÓGICA.....	277
PROPOSIÇÃO SIMPLES.....	277

PROPOSIÇÃO COMPOSTA.....	278
Negação	279
CONECTIVOS	279
Conjunção	280
Disjunção	280
Bicondicional	280
Condicional	280
TAUTOLOGIAS	280
CONTRADIÇÃO	281
CONTINGÊNCIA	281
EQUIVALÊNCIAS.....	282
QUANTIFICADORES.....	285
■ ESTATÍSTICA.....	289
AMOSTRAGEM	289
MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL.....	293
Média	293
Moda e Mediana.....	298
MEDIDAS DE DISPERSÃO.....	300
Amplitude.....	300
Desvio Médio	300
Variância	301
Desvio Padrão	301
TABELAS DE FREQUÊNCIA RELATIVA E ABSOLUTA	302
HISTOGRAMA.....	303
GRÁFICO DE SETORES	304
GRÁFICOS DE LINHAS.....	304
PICTOGRAMAS.....	304
VARIÁVEL ALEATÓRIA.....	304
FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE.....	304
■ MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	305
PORCENTAGEM	305
Aumentos e Descontos Percentuais	306

JUROS SIMPLES	307
JUROS COMPOSTOS.....	308
AUMENTOS E DESCONTOS PERCENTUAIS SUCESSIVOS	310
TABELA SAC	310
■ CÁLCULO VETORIAL E GEOMETRIA ANALÍTICA.....	312
PLANO CARTESIANO	312
VETORES NO R^2	313
Operações com Vetores.....	313
Produto Interno.....	314
Produto Vetorial.....	315
VETORES NO R^3	316
DISTÂNCIA ENTRE PONTOS.....	316
Ponto Médio de um Segmento de Reta.....	317
Condição para o Alinhamento de Três Pontos	317
Equação da Reta.....	317
Equações Paramétricas da Reta	317
Coeficiente Angular da Reta: Ângulo Formado por Duas Retas	318
Distância de um Ponto a uma Reta e Posições Relativas de Duas Retas no Plano	319
Área de um Triângulo	319
■ LIMITES, DERIVADAS E INTEGRAIS	320
DEFINIÇÃO DE LIMITE	320
LIMITE DE UMA FUNÇÃO	321
CONTINUIDADE	321
LIMITES FINITOS E INFINITOS	321
LIMITES NO INFINITO.....	322
LIMITES FUNDAMENTAIS	322
ASSÍNTOTAS.....	322
DEFINIÇÃO DE DERIVADAS E RETA TANGENTE.....	322
APLICAÇÕES DE DERIVADAS	322
REGRAS DE DERIVAÇÃO	322
MÁXIMOS E MÍNIMOS.....	323
REGRA DE L'HOSPITAL.....	324

REGRA DA CADEIA	325
DERIVAÇÃO IMPLÍCITA.....	325
TAXAS RELACIONADAS E APROXIMAÇÕES LINEARES.....	325
ESBOÇO DE GRÁFICOS	325
DEFINIÇÃO DE INTEGRAL	325
Integrais Definidas e Indefinidas	325
TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO.....	325
INTEGRAIS IMEDIATAS.....	326
APLICAÇÕES DE INTEGRAIS	326
TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO.....	326
ÁREAS ENTRE CURVAS.....	327
ÁREA DE SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO.....	327
Comprimento de Arco	327
FÍSICA.....	331
■ GRANDEZAS FÍSICAS E MEDIDAS	331
SISTEMA DE UNIDADES: CONVERSÃO DE UNIDADES, ORDEM DE GRANDEZA, ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS.....	331
SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES.....	331
GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS.....	333
■ MECÂNICA: CINEMÁTICA ESCALAR – POSIÇÃO, VELOCIDADE E ACELERAÇÃO	335
MOVIMENTO UNIFORME	335
MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO	336
Velocidade e Aceleração.....	336
QUEDA LIVRE DOS CORPOS	336
GRÁFICOS DA POSIÇÃO, DA VELOCIDADE E DA ACELERAÇÃO, EM FUNÇÃO DO TEMPO.....	337
■ CINEMÁTICA VETORIAL	339
Componentes Cartesianas dos Vetores Posição.....	343
VETOR POSIÇÃO, VETOR VELOCIDADE, VETOR ACELERAÇÃO.....	343
MOVIMENTO RELATIVO.....	346
MOVIMENTO CIRCULAR	346

Componentes Tangencial e Centrípeta do Vetor Aceleração	346
Período, Frequência.....	346
LANÇAMENTO OBLÍQUO	347
■ CINEMÁTICA ANGULAR.....	348
POSIÇÃO, VELOCIDADE E ACELERAÇÃO ANGULARES E A RELAÇÃO ENTRE ESTAS E AS RESPECTIVAS GRANDEZAS ESCALARES	348
■ DINÂMICA DA PARTÍCULA	355
LEIS DE NEWTON	355
REFERENCIAIS INERCIAIS	356
FORÇA PESO	356
FORÇA ELÁSTICA E SISTEMA MASSA-MOLA	357
FORÇA DE ATRITO	357
TRABALHO DE FORÇAS: PRINCÍPIO DO TRABALHO.....	357
ENERGIAS CINÉTICA E POTENCIAL.....	358
Energia Cinética.....	358
Energia Potencial Gravitacional.....	358
POTÊNCIA	358
SISTEMAS MECÂNICOS CONSERVATIVOS.....	359
Forças Conservativas.....	359
GRÁFICOS DE ENERGIAS CINÉTICA, POTENCIAL E MECÂNICA	359
IMPULSO DE UMA FORÇA.....	361
QUANTIDADE DE MOVIMENTO DE UM CORPO	361
PRINCÍPIO DO IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO	362
Colisões	363
Conservação da Quantidade de Movimento.....	363
CENTRO DE MASSA DE UM SISTEMA DE PARTÍCULAS.....	364
■ GRAVITAÇÃO	364
LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL	364
LEIS DE KEPLER.....	365
VELOCIDADE DE ESCAPE.....	366
ÓRBITAS CIRCULARES.....	366

■ ESTÁTICA	366
MOMENTO DE UMA FORÇA EM RELAÇÃO A UM EIXO	366
EQUILÍBRIO ESTÁTICO DE PARTÍCULAS E DE CORPOS RÍGIDOS.....	367
Componentes Tangencial e Centrípeta da Força Resultante.....	370
MOMENTO DE UM BINÁRIO	371
■ HIDROSTÁTICA	371
CONCEITO DE DENSIDADE.....	372
MASSA ESPECÍFICA.....	372
PRINCÍPIO DE PASCAL: VASOS COMUNICANTES.....	374
TEOREMA DE STEVIN E PRESSÃO DE UM FLUIDO	374
PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES E EMPUXO	374
■ OSCILAÇÕES E ONDAS.....	376
MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES: EQUAÇÕES HORÁRIAS DE MOVIMENTO, ENERGIA.....	377
Propagação de um Pulso.....	382
PÊNDULO SIMPLES	385
■ ONDAS EM CORDAS	385
VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO	385
FUNÇÃO DE UMA ONDA SENOIDAL SE PROPAGANDO	386
PRINCÍPIO DE HUYGENS E FRENTES DE ONDA	386
REFLEXÃO	387
REFRAÇÃO	387
Índice de Refração de um Meio	387
DIFRAÇÃO	388
SUPERPOSIÇÃO E INTERFERÊNCIA DE ONDAS.....	388
RESSONÂNCIA	389
■ ONDAS SONORAS	389
ONDAS ESTACIONÁRIAS	389
FUNÇÕES DA ONDA DE DESLOCAMENTO E DE PRESSÃO DE UMA ONDA PLANA SENOIDAL PROGRESSIVA	391
ONDA ESFÉRICA	391
INTENSIDADE SONORA E NÍVEL DE INTENSIDADE SONORO	392

TUBOS SONOROS.....	392
EFEITO DOPPLER.....	393
■ TERMOLOGIA	394
TERMOMETRIA E CALORIMETRIA: CONCEITO DE TEMPERATURA E DE CALOR	394
ESCALAS TERMOMÉTRICAS E RELAÇÃO ENTRE ESCALAS TERMOMÉTRICAS	395
PROPAGAÇÃO DE CALOR	397
DILATAÇÃO TÉRMICA DOS SÓLIDOS E LÍQUIDOS.....	399
CALOR ESPECÍFICO.....	401
CAPACIDADE TÉRMICA.....	402
MUDANÇAS DE FASE E DIAGRAMA DE FASE	403
DESCRIÇÃO DOS GASES IDEAIS	406
Transformações Gasosas.....	406
TERMODINÂMICA	409
Primeira Lei da Termodinâmica.....	409
Segunda Lei da Termodinâmica	410
MÁQUINAS TÉRMICAS	411
Rendimento.....	411
REFRIGERADOR IDEAL E CICLO DE CARNOT	412
LEI ZERO DA TERMODINÂMICA	414
TRANSFORMAÇÕES REVERSÍVEIS E IRREVERSÍVEIS	415
■ ELETROMAGNETISMO E CIRCUITOS ELÉTRICOS.....	415
ELETRÓSTÁTICA: CARGA ELÉTRICA.....	415
ELETRDINÂMICA: CORRENTE ELÉTRICA	416
PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO.....	416
LEI DE COULOMB	418
Campo Elétrico de Cargas Pontuais.....	420
LINHAS DE CAMPO	420
SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS.....	420
Capacitância.....	424
Energia Armazenada	426
Análise Gráfica.....	426

CAPACITORES E ASSOCIAÇÕES	426
Associação em Série.....	426
Associação em Paralelo.....	426
POTENCIAL ELÉTRICO E DIFERENÇA DE POTENCIAL ELÉTRICO	427
Campo Elétrico Uniforme	427
PROPRIEDADES DOS CONDUTORES E DOS ISOLANTES	428
LEI DE JOULE	428
Lei de Ohm	428
RESISTÊNCIA ELÉTRICA E RESISTORES.....	429
ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES.....	429
PONTE DE WHEATSTON	430
Energia e Potência Elétrica	430
Geradores e Receptores.....	430
INSTRUMENTOS DE MEDIDAS ELÉTRICAS.....	432
Amperímetro	432
Voltímetro	432
■ MAGNETISMO	434
CAMPO MAGNÉTICO GERADO POR UM ÍMÃ.....	436
CAMPO MAGNÉTICO GERADO POR UM CONDUTOR COM CORRENTE	437
Força Magnética Exercida em Cargas Elétricas e em Condutores com Corrente	437
INDUÇÃO MAGNÉTICA.....	440
LEI DA INDUÇÃO DE FARADAY-LENZ	440
ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA.....	441
CONDUTOR ELETRIZADO	441
ENERGIA ELETROSTÁTICA DE UM CONDUTOR CARREGADO	441
CAPACITOR PLANO.....	441
Capacitor Plano com Dielétrico e Associação de Capacitores.....	441
LEIS DE KIRCHOFF.....	441
LEI DE AMPÈRE	442
CAMPO MAGNÉTICO DE UM SOLENOIDE	443

MATEMÁTICA

CONJUNTOS, RELAÇÕES E FUNÇÕES

DEFINIÇÕES

A **Teoria de Conjuntos** dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à matemática como, por exemplo: funções, probabilidade, análise combinatória, polinômios, progressões (aritméticas e geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por essa teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

Os **conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas maiúsculas: A, B, C etc.

Alguns exemplos de conjuntos:

- **M** = {janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro} é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- **P** = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} é o conjunto dos números primos até 19;
- **N** = {Estados Unidos, Canadá, México} é o conjunto dos países da América do Norte.

Elementos

Os **elementos** referem-se aos objetos inerentes aos conjuntos, separados por vírgulas ou por ponto e vírgula. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos conjuntos apresentados são elementos destes. Veja outro exemplo:

- **V** = {0, 2, 4, 5, 6}. Neste caso, os números 0, 2, 4, 5 e 6 são elementos do conjunto V.

PERTINÊNCIA

A **relação de pertinência** entre conjunto e elemento estabelece a identificação entre eles. Para tanto utilizamos os símbolos \in (pertence) ou \notin (não pertence). Observe o conjunto a seguir para compreender melhor:

- **R** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}:
 - o número 7 não pertence ao conjunto R, ou seja, $7 \notin R$;
 - o número 3 pertence ao conjunto R, ou seja, $3 \in R$.

CONJUNTO UNIVERSO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

No **exemplo** abaixo, o conjunto universo considerado poderia ser o seguinte:

- se fossemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do ensino médio de uma escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso **conjunto universo** poderia ser representado pela turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola onde ele estuda. Percebam que, nesse caso, dá para escolher mais de um conjunto universo.

Você poderá escolher o conjunto universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse. Dentre eles, você selecionará aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

CONJUNTO UNITÁRIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto unitário** quando ele apresentar exatamente um único elemento (ou objeto).

São **exemplos** de conjuntos unitários:

- **H** = {1986} é o conjunto formado pelo ano do século XX em que o cometa Halley pôde ser visto por quem estava na Terra. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, 1986;
- **F** = {Michael Phelps} é o conjunto formado pelo esportista que mais ganhou medalhas olímpicas. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, ele é composto pelo medalhista norte-americano Michael Phelps (ganhador de 28 medalhas olímpicas, em um total de quatro Olimpíadas que participou);
- **L** = {2} é o conjunto dos números primos pares. Neste caso, a este conjunto pertence somente o número 2.

CONJUNTO VAZIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um conjunto vazio é: $\{ \}$ ou \emptyset .

Importante!

É muito comum as pessoas representarem o conjunto vazio da seguinte maneira: $\{\emptyset\}$. Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio. Então, para não cometer esse equívoco, utilize $\{ \}$ ou \emptyset , e nunca as duas representações ao mesmo tempo.

São **exemplos** de conjuntos vazios:

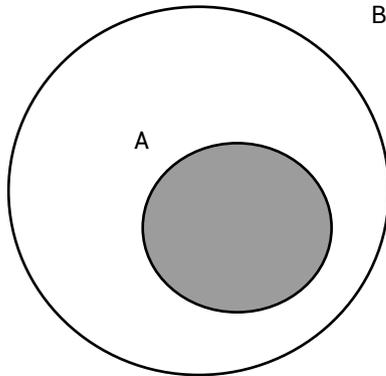
- conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- número primo irracional;
- seleção de futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

I SUBCONJUNTOS

Um conjunto A é **subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertencer também a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$. Lê-se: A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Subconjunto A do conjunto B

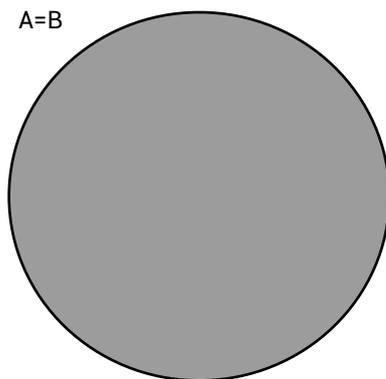
Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A automaticamente pertence também a B.

É desta maneira que representamos por diagramas a relação de inclusão $A \subset B$. Concluimos que A é subconjunto de B.

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos (ali vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos \in ou \notin), quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- \subset (está contido) ou;
- $\not\subset$ (não está contido) ou;
- \supset (contém) ou;
- $\not\supset$ (não contém).

Dá-se o nome de **subconjunto impróprio** de B à seguinte situação:



Subconjunto Impróprio de B

Ou seja, subconjunto impróprio é aquele que é o próprio conjunto.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ e } B \subset A)$. Lê-se: A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A.

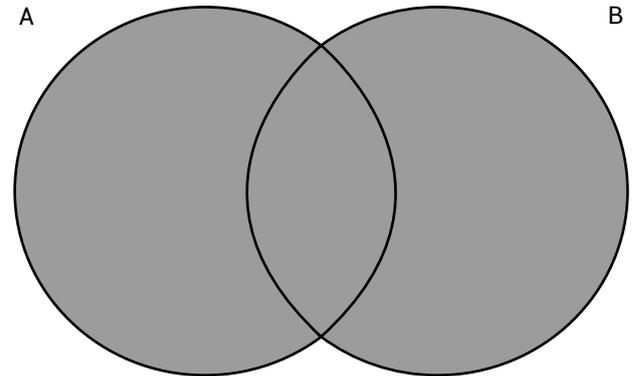
I OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

União ou Reunião de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **união** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **ou** a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A união com B são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



União dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cup B$ (A união com B) são aqueles que pertencem exclusivamente a A, unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B, unidos com aqueles que pertencem a intersecção (como veremos a seguir).

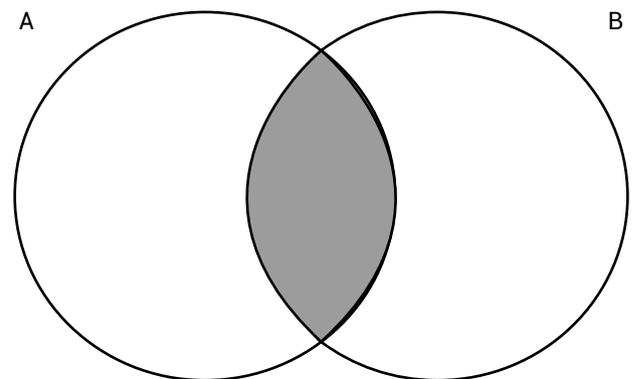
É desta maneira que representamos por diagramas a relação de disjunção lógica $A \cup B$.

Intersecção de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **intersecção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **e** a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A intersecção com B são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Intersecção dos conjuntos A e B

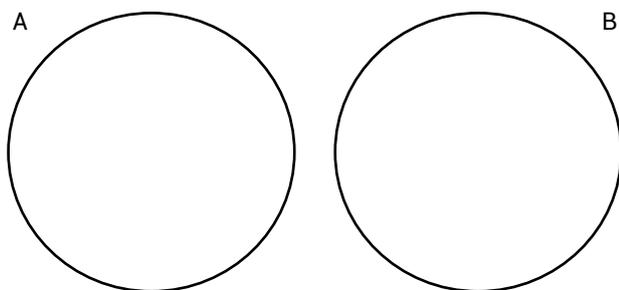
Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cap B$ (A intersecção com B) são aqueles que pertencem a A e a B simultaneamente.

É desta maneira que representamos por diagramas a relação de conjunção lógica $A \cap B$.

Dica

Existe uma diferença entre **conjuntos disjuntos** (intersecção vazia) e **conjuntos intersecantes** (intersecção não vazia).

Acima, por diagramas, representamos dois conjuntos A e B intersecantes. Veja na figura abaixo como devemos representar **conjuntos disjuntos**.

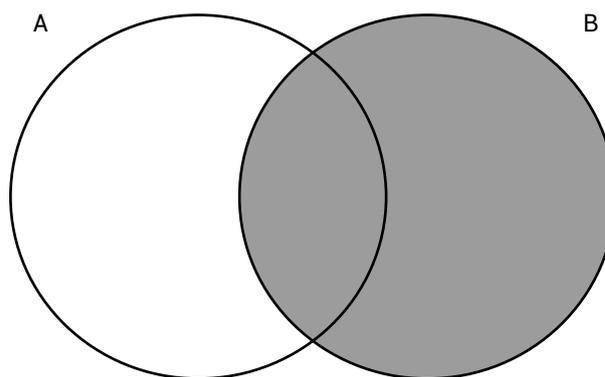
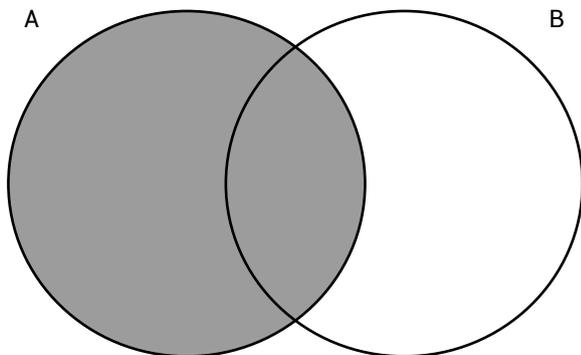


Conjuntos A e B disjuntos

Apresentadas as operações de união e intersecção entre dois ou mais conjuntos (isso mesmo, você poderia expandir o que aprendemos nestes dois últimos tópicos para 3 ou 4 conjuntos por exemplo), um princípio é de extrema importância para não contabilizarmos a mais a quantidade de elementos de um conjunto qualquer.

Trata-se do **princípio da inclusão-exclusão**, cuja notação (mais rigorosa e carregada de símbolos) é a seguinte: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (lê-se: o número de elementos do conjunto A união com B é dado pelo número de elementos de A, somado com o número de elementos de B, menos o número de elementos de A intersecção com B).

Observe as seguintes passagens a seguir para constatar a veracidade do princípio:



Intersecção em relação ao Princípio da Inclusão-Exclusão

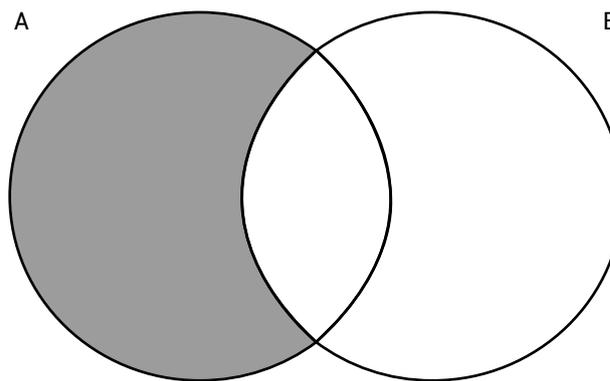
Observe acima que ao representarmos na figura (à esquerda) o conjunto A, automaticamente a intersecção de A com B ($A \cap B$) foi adicionada, pois ela está contida em A ($(A \cap B) \subset A$). O mesmo ocorre em relação ao conjunto B: automaticamente a intersecção de A com B ($A \cap B$) foi adicionada (figura à direita), pois ela está contida em B ($(A \cap B) \subset B$). Portanto temos que **eliminar a intersecção uma vez** (correspondente ao termo $n(A \cap B)$ no **princípio da inclusão-exclusão**), para que esta contagem não seja excedida.

Diferença de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença** entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A diferença com B são representados por x, tal que x pertence a A e x não pertence a B).

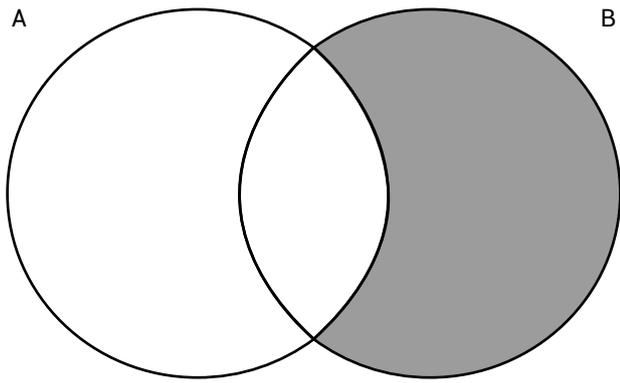
Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto A diferença com B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A - B$ (A diferença com B) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto A.

Da mesma maneira podemos definir o conjunto $B - A$ (B diferença com A) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto B (veja figura a seguir).



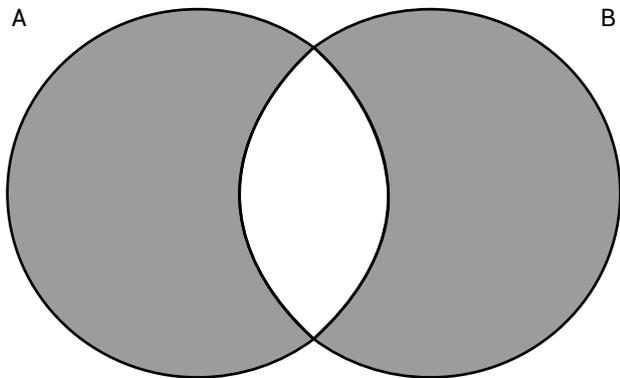
Conjunto B diferença com A

Diferença Simétrica de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença simétrica** de A com B o conjunto formado pelos elementos que pertencem exclusivamente a A ou a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$. Lê-se: os elementos do conjunto A diferença simétrica com B são representados pela diferença entre o conjunto A união com B e A intersecção com B, ou, ainda, esse mesmo conjunto pode ser representado pela união entre a diferença de A com B e de B com A.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto Diferença Simétrica de A com B

I NÚMERO DE ELEMENTOS

Conjunto das Partes ou Partição

Dado um conjunto A, chama-se **conjunto das partes** (ou partição) de A aquele que é formado por todos os subconjuntos de A. Sua representação é dada por $P(A)$.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $P(A) = \{X \mid X \subset A\}$, onde X é subconjunto de A. Lê-se: X é tal que, X está contido em A.

Por intermédio do conjunto das partes de um determinado conjunto dado (A, por exemplo), podemos reforçar aquilo que talvez você já tenha percebido intuitivamente, ou seja, **um conjunto pode ser elemento de outro conjunto**.

Antes de apresentarmos um exemplo que possa ilustrar esta situação, uma **propriedade importante** deve ser destacada: o número de elementos de $P(A)$ é dado por 2^n , em que n é o número de elementos do conjunto A.

- **Exemplo 1:** determine o conjunto das partes de $B = \{1, 2, 3, 4\}$.

■ Resposta:

$$P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}, \emptyset\}$$

Observe que temos acima representados todos os subconjuntos do conjunto B, ou seja, $P(B)$. Atenção especial deve ser dada aos elementos $\{1, 2, 3, 4\}$ (perceba que é o próprio conjunto B, pois todo conjunto está contido nele mesmo) e \emptyset (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^4 = 16$ subconjuntos.

- **Exemplo 2:** determine o conjunto das partes de $C = \{1, 2, 3\}$.

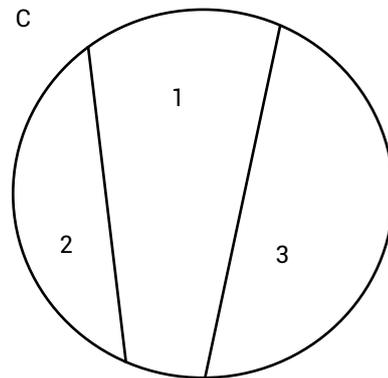
■ Resposta:

$$P(C) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}, \emptyset\}$$

Observe que temos acima representados todos os subconjuntos do conjunto C, ou seja, $P(C)$. Atenção especial deve ser dada aos elementos, que aqui são conjuntos, $\{1, 2, 3\}$ (perceba que é o próprio conjunto C, pois todo conjunto está contido nele mesmo) e \emptyset (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

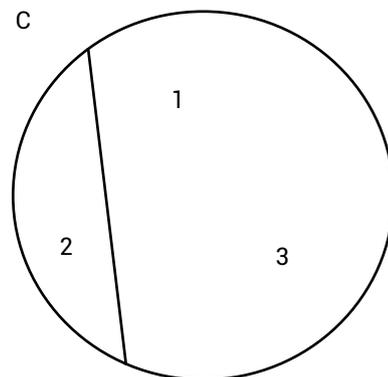
Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^3 = 8$ subconjuntos.

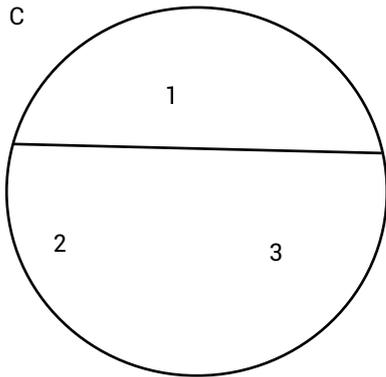
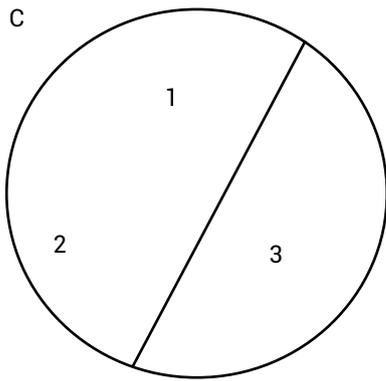
Vamos utilizar diagramas para entender melhor a importância da partição do conjunto C:



Partição do conjunto C, com elementos tomados um a um

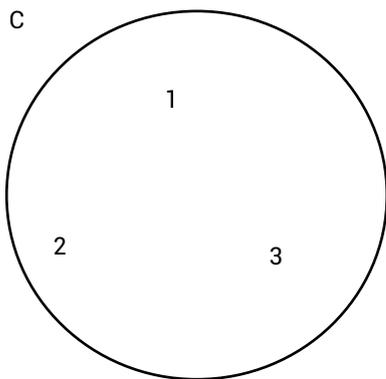
Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 1 a 1, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: $\{1\}$, $\{2\}$ e $\{3\}$.





Partições do conjunto C, com elementos tomados dois a dois

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 2 a 2, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: $\{1, 3\}$, $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$. Perceba que aqui vale a observação referente à repetição de elementos na teoria de conjuntos, ou seja, os elementos $\{1\}$, $\{2\}$ e $\{3\}$ aqui aparecem repetidos, mas já foram tomados na primeira situação abordada neste exemplo, portanto, você não irá tomá-los novamente.



Partição do conjunto C, com elementos tomados 3 a 3

Situação que apresenta o próprio conjunto C tomado 3 a 3, ou seja, 1 subconjunto aparece claramente: $\{1, 2, 3\}$. Perceba que aqui vale a observação referente ao fato de que todo conjunto está contido nele mesmo.

DIAGRAMA DE VENN

Vamos entender como se resolve questões que envolvem **Operações com Conjuntos** se relacionando. Acompanhe os exemplos a seguir e a maneira como desenvolvemos suas resoluções:

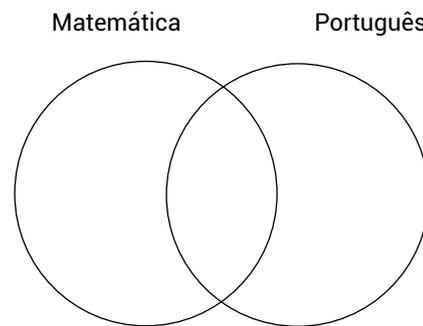
- Em uma sala de aula, 20 alunos gostam de Matemática, 30 gostam de Português, e 10 gostam das duas matérias. Sabendo que 5 alunos não gostam de nenhuma dessas duas matérias, quantos alunos há nessa sala de aula?

Siga os passos abaixo:

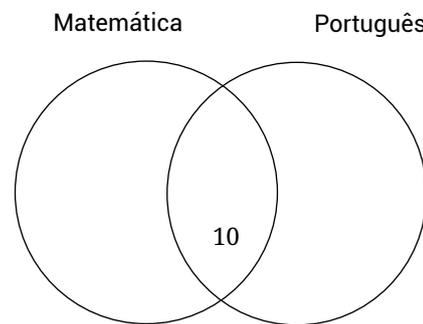
- Identifique os conjuntos;
- Represente em forma de diagramas;
- Preencha as informações de dentro para fora (da interseção para as demais informações);
- Preencha as demais informações no diagrama;
- Some todas as regiões e iguale ao total de elementos envolvidos.

Vamos à resolução:

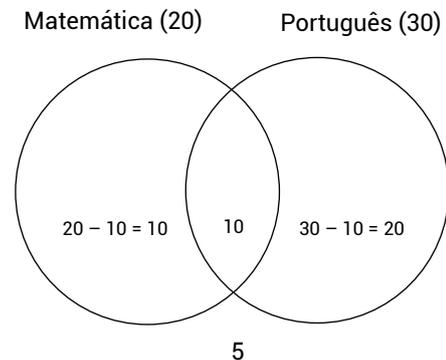
- Identifique os conjuntos;
- Represente em forma de diagramas:



- Preencha as informações de dentro para fora (da interseção para as demais informações):



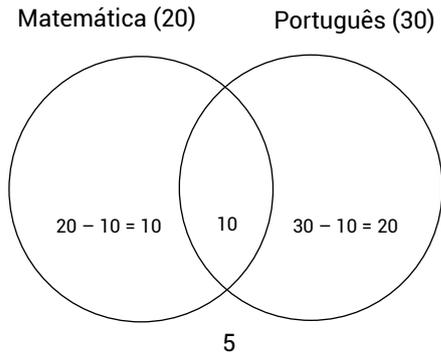
- Preencha as demais informações no diagrama:



Total = X
 20 gostam de Matemática;
 30 gostam de Português;
 10 gostam dos dois;

10 gostam apenas de Matemática;
 20 gostam apenas de Português;
 5 não gostam de nenhuma.

- Some todas as regiões e iguale ao total de elementos envolvidos:



$$10 + 10 + 20 + 5 = X$$

$X = 45$ alunos é o total dessa sala.

Também seria possível resolver esse tipo de questão usando a seguinte fórmula:

$$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$$

Esta fórmula nos diz que o número de elementos da União entre os conjuntos X e Y ($X \cup Y$) é dado pelo número de elementos de X, somado ao número de elementos de Y, subtraído do número de elementos da interseção ($X \cap Y$). Aplicando no exemplo, temos:

Matemática (M)
 Português (p)

$$n(M \cup P) = n(M) + n(P) - n(M \cap P)$$

$$n(M \cup P) = 20 + 30 - 10$$

$$n(M \cup P) = 40$$

Temos 40 alunos que gostam de Matemática ou Português (aqui já está incluso quem gosta das duas matérias). Para finalizar a resolução, devemos apenas somar os 5 alunos que não gostam das duas matérias. Assim, $40 + 5 = 45$ alunos no total dessa sala.

Assim como nos problemas com 2 conjuntos, quando nós tivermos 3 conjuntos será possível resolver o problema por meio de Diagramas de Venn ou por meio de fórmula. Acompanhe a resolução do exemplo:

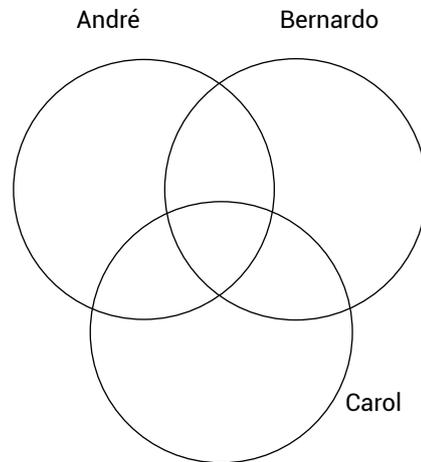
André, Bernardo e Carol ouviram certa quantidade de músicas. Nenhum deles gostaram de seis músicas e os três gostaram de dez músicas. Além disso, houve doze músicas que só André e Bernardo gostaram, nove músicas que só André e Carol gostaram e quatro músicas que só Bernardo e Carol gostaram. Não houve música alguma que somente um deles tenha gostado. O número de músicas que eles ouviram foi?

Siga os passos a seguir:

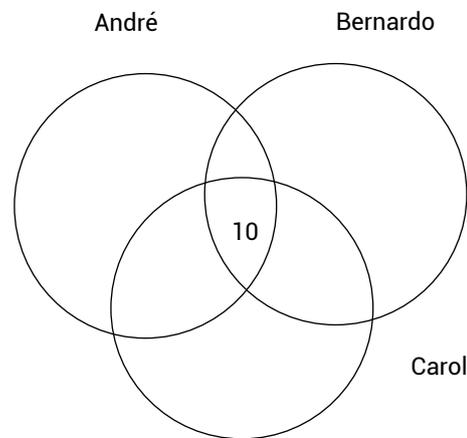
- Identifique os conjuntos;
- Represente em forma de diagramas;
- Preencha as informações de dentro para fora (da interseção para as demais informações);
- Preencha as demais informações no diagrama;
- Some todas as regiões e iguale ao total de elementos envolvidos.

Vamos à resolução:

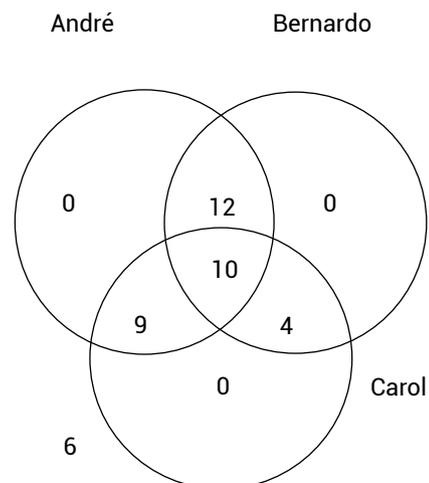
- Identifique os conjuntos;
- Represente em forma de diagramas:



- Preencha as informações de dentro para fora (da interseção para as demais informações):



- Preencha as demais informações no diagrama:



Colocamos o número 10 bem no centro, pois sabemos que os três gostaram de dez músicas, depois preenchemos com as demais informações:

- 12 músicas que somente André e Bernardo gostaram (na interseção entre os 2 apenas);
- 9 que somente André e Carol gostaram;
- 4 que somente Bernardo e Carol gostaram;
- 6 músicas que ninguém gostou (de fora dos três conjuntos).

Os “zeros” representam o fato de que não houve música que somente um deles tenha gostado.

Logo, vem a última etapa:

- Some todas as regiões e iguale ao total de elementos envolvidos;

$$\begin{aligned} \text{Total} &= X \\ 6+0+12+10+9+0+4+0 &= X \\ X &= 41 \text{ músicas} \end{aligned}$$

Questões com três conjuntos podem ser resolvidas usando a seguinte fórmula:

$$n(X \cup Y \cup Z) = n(X) + n(Y) + n(Z) - n(X \cap Y) - n(X \cap Z) - n(Y \cap Z) + n(X \cap Y \cap Z)$$

Traduzindo a fórmula:

Total de elementos da união = soma dos conjuntos – interseções dois a dois + interseção dos três.

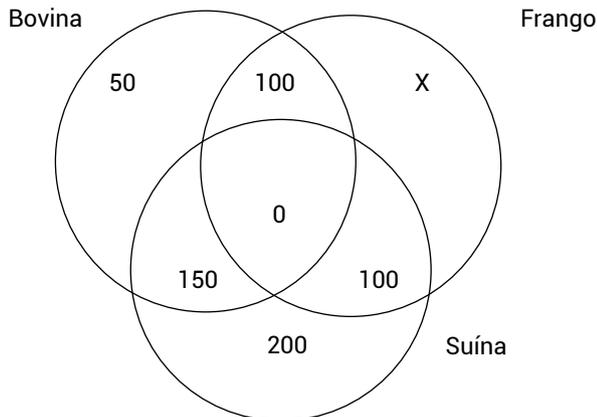
Bom! Já vimos a teoria e precisamos praticar o que aprendemos, não é mesmo? Vamos praticar!

1. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína. Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

() CERTO () ERRADO

Vamos extrair as informações e colocar dentro dos diagramas:

- 800 contêineres distribuição;
- 0 contêineres com os 3 produtos;
- 300 contêineres carne bovina;
- 450 contêineres carne suína;
- 100 contêineres com frango e carne bovina;
- 150 contêineres com carne suína e carne bovina;
- 100 contêineres com frango e carne suína.



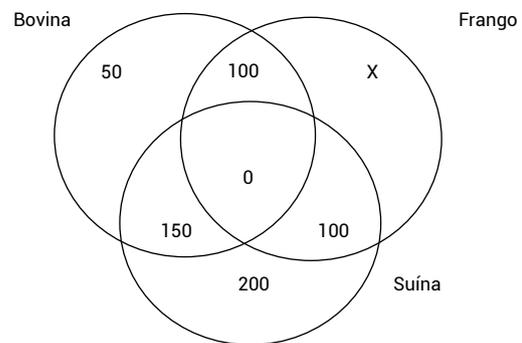
Veja que apenas 200 contêineres foram carregados somente com carne suína. Resposta: Errado.

2. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína. Nessa situação hipotética, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

() CERTO () ERRADO

Vamos extrair as informações e colocar dentro dos diagramas:

- 800 contêineres distribuição;
- 0 contêineres com os 3 produtos;
- 300 contêineres carne bovina;
- 450 contêineres carne suína;
- 100 contêineres com frango e carne bovina;
- 150 contêineres com carne suína e carne bovina;
- 100 contêineres com frango e carne suína.



Veja que exatamente 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina. Resposta: Certo.

3. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína. Nessa situação hipotética, 400 contêineres continham frango congelado.

() CERTO () ERRADO

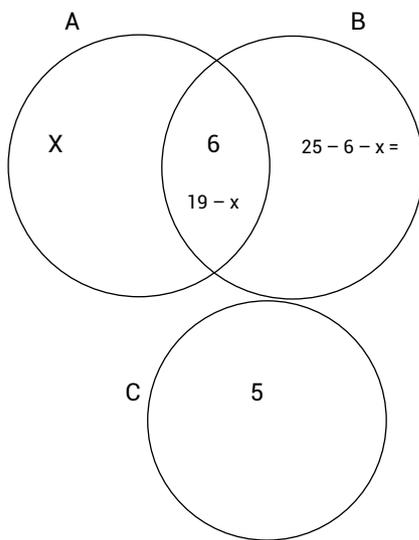
Com as informações colocadas nos diagramas na questão anterior, podemos somar todas as informações que não possuem contato com o conjunto de frango e subtrair do total. Veja:

- 50 (só bovinos);
 - 150 (bovinos e suínos);
 - 200 (só suínos).
- Somando tudo isso, teremos 400 contêineres com outras carnes, o que sobrou do total será a resposta para a questão.
800-400= 400 contêineres contêm franco. (Lembre-se, a banca não perguntou somente frango). Logo, 400 contêineres continham frango congelado. Resposta: Certo.

4. (CEBRASPE-CESPE – 2018) Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens que se seguem
- Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

() CERTO () ERRADO

Dos 30 passageiros, são 25 que estiveram apenas em A ou B, de modo que os outros 5 passageiros estiveram apenas em C. Veja ainda que 6 passageiros estiveram em A e B, de modo que os outros 19 estiveram somente em um desses dois países. Logo,



Sabemos que o número de pessoas que estiveram em B é dado pela soma $6 + (19 - X)$. Ou seja,
 $11 = 6 + (19 - X)$
 $11 = 25 - X$
 $X = 25 - 11$
 $X = 14$
 Logo, as pessoas que estiveram em A são $X + 6 = 14 + 6 = 20$. Resposta: Certo.

5. (CEBRASPE-CESPE – 2016) Situação hipotética: A ANVISA realizará inspeções em estabelecimentos comerciais que são classificados como Bar ou Restaurante e naqueles que são considerados ao mesmo tempo Bar e Restaurante. Sabe-se que, ao todo, são 96 estabelecimentos a serem visitados, dos quais 49 são classificados como Bar e 60 são classificados como Restaurante. Assertiva: Nessa situação, há mais de 15 estabelecimentos que são classificados como Bar e como Restaurante ao mesmo tempo.

() CERTO () ERRADO

Extraíndo os dados:
 total: 96;
 bar: 49;
 restaurante: 60.

Somando tudo, temos $49 + 60 = 109$. Passou o total de 96, porque estamos contando 2x vezes os estabelecimentos que estão na interseção. Logo, descontamos o que passou do total. $109 - 96 = 13$ estabelecimentos que são classificados como Bar e como Restaurante ao mesmo tempo. Resposta: Errado.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Números Naturais

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra N, e podemos escrever os seus elementos entre chaves: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \dots\}$.

Os três pontos, conhecidos como reticências, indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de “contagem natural”. Utiliza-se o símbolo N^* para designar os números naturais positivos (excluindo o zero). Veja: $N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$.

Se liga!

O símbolo do conjunto dos números naturais é a letra N, e podemos ter, ainda, o símbolo N^* , que representa os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero.

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- **Sucessor:** é o próximo número natural.
 - **Exemplo:** o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. Ou seja, o sucessor do número “n” é o número “n + 1”.
- **Antecessor:** é o número natural anterior.
 - **Exemplo:** o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. Ou seja, o antecessor do número “n” é o número “n - 1”;
- **Números consecutivos:** são números em sequência.
 - **Exemplo:** 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim, (n - 1, n e n + 1) são números consecutivos;
- **Números naturais pares:** são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso, o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares;
- **Números naturais ímpares:** ao serem divididos por 2, deixam o resto 1;
- **Todos** os números que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são **ímpares**.

Também é importante lembrar que:

- a soma ou subtração de dois números pares tem resultado par:

$$12 + 8 = 20 \quad | \quad 12 - 8 = 4$$

- a soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par:

$$13 + 7 = 20 \quad | \quad 13 - 7 = 6$$

- a soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar:

$$14 + 5 = 19 \quad | \quad 14 - 5 = 9$$

- a multiplicação de números pares tem resultado par:

$$8 \cdot 6 = 48$$

- a multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:

$$3 \cdot 7 = 21$$

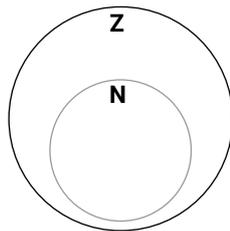
- a multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:

$$4 \cdot 5 = 20$$

Números Inteiros

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja: $Z = \{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$.

O símbolo desse conjunto é a letra Z. Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Sendo assim, podemos representar por meio de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros, ou, ainda, que N é um subconjunto de Z. Observe:



Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- Números inteiros não negativos: $\{4, 5, 6, \dots\}$. Veja que são os números naturais;
- Números inteiros não positivos: $\{\dots, -3, -2, -1, 0\}$. Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- Números inteiros negativos: $\{\dots, -3, -2, -1\}$. O zero não faz parte;
- Números inteiros positivos: $\{5, 6, 7, \dots\}$. Novamente, o zero não faz parte.

Operações com Números Inteiros

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é: $20 + 5 = 25$.

Veja mais alguns exemplos:

- Adição de 15 e 3: $15 + 3 = 18$;
- Adição de 55 e 30: $55 + 30 = 85$.

Principais Propriedades da Operação de Adição

- **Propriedade comutativa:** a ordem dos números não altera a soma $\rightarrow 115 + 35$ é igual a $35 + 115$;
- **Propriedade associativa:** quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles primeiramente, e, depois, somar o outro. Independentemente da ordem, vamos obter o mesmo resultado $\rightarrow 2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10$;
- **Elemento neutro:** o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo $\rightarrow 27 + 0 = 27$; $55 + 0 = 55$;
- **Propriedade do fechamento:** a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro. Exemplo: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 ($8 + 2 = 10$).

Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir de um deles o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando 13: $20 - 7 = 13$.

Veja mais alguns exemplos:

- Subtrair 5 de 16: $16 - 5 = 11$;
- 10 subtraído de 30: $30 - 10 = 20$.

Principais Propriedades da Operação de Subtração

- **Elemento neutro:** o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado $\rightarrow 13 - 0 = 13$;
- **Propriedade do fechamento:** a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro $\rightarrow 33 - 10 = 23$.

Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja: a multiplicação $20 \cdot 3$ é igual à soma do número 20 três vezes ($20 + 20 + 20$), ou à soma do número 3 vinte vezes ($3 + 3 + 3 + \dots + 3$).

Algo que é muito importante e que deve ser sempre lembrado são as regras de sinais na multiplicação de números.

SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Atenção:

- a multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo: $51 \cdot 2 = 102$; $(-33) \cdot (-3) = 99$;
- a multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo: $25 \cdot (-4) = -100$; $(-15) \cdot 5 = -75$.

• **Principais Propriedades da Operação de Multiplicação**

- **Propriedade comutativa:** $A \cdot B$ é igual a $B \cdot A$, ou seja, a ordem não altera o resultado $\rightarrow 8 \cdot 5 = 5 \cdot 8 = 40$;
- **Propriedade associativa:** $(A \cdot B) \cdot C$ é igual a $(C \cdot B) \cdot A$, que é igual a $(A \cdot C) \cdot B \rightarrow (3 \cdot 4) \cdot 2 = 3 \cdot (4 \cdot 2) = (3 \cdot 2) \cdot 4 = 24$;
- **Elemento neutro:** a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, esse número permanecerá inalterado $\rightarrow 15 \cdot 1 = 15$;
- **Propriedade do fechamento:** a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro $\rightarrow 9 \cdot 5 = 45$;
- **Propriedade distributiva:** essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica: $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$, ou seja, $3 \cdot (5 + 7) = 3 \cdot (12) = 36$.

Usando a propriedade: $3 \cdot (5 + 7) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 15 + 21 = 36$.

Divisão

Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.

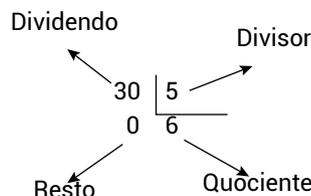
Exemplo: temos 50 balas e queremos dividir entre 10 pessoas, isto é, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso, teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos $10 \cdot 5 = 50$. Ou, ainda, podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja, $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 50$.

Algo que é muito importante e que deve ser lembrado são as regras de sinais na divisão de números, que é a mesma regra de sinais para a multiplicação de números.

SINAIS NA DIVISÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Atenção:

Esquematizando:



$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} \cdot \text{Quociente} + \text{Resto}$$

$$30 = 5 \cdot 6 + 0$$

• **Principais Propriedades da Operação de Divisão**

- **Elemento neutro:** a unidade (1) é o elemento neutro da divisão, pois, ao dividir qualquer número por 1, o resultado será o próprio número $\rightarrow 15 \div 1 = 15$.

Se liga!

A divisão não possui propriedade do fechamento, diferenciando-se das demais operações com números inteiros. A divisão não possui essa propriedade, uma vez que, ao dividir números inteiros, podemos obter resultados fracionários ou decimais: $2 \div 10 = 0,2$ (não pertence ao conjunto dos números inteiros).

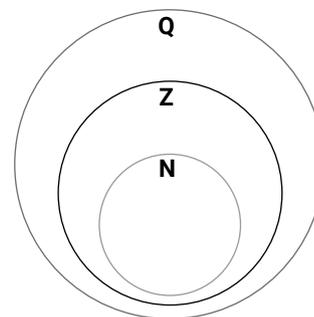
Números Racionais

São aqueles que podem ser escritos na forma da divisão (fração) de dois números inteiros. Ou seja, escritos na forma $\frac{A}{B}$ (A dividido por B), em que A e B são números inteiros.

Exemplos: $\frac{7}{4}$ e $-\frac{15}{9}$ são racionais. Veja, também, que os números 87, 321 e 1221 são racionais, pois são divididos pelo número 1.

Atenção! Qualquer número natural é também inteiro e todo número inteiro é também racional.

O símbolo desse conjunto é a letra Q e podemos representar por meio de diagramas a relação entre os conjuntos naturais, inteiros e racionais. Veja:



Representação Fracionária e Decimal

Há três tipos de números no conjunto dos números racionais:

- **Frações:** $\frac{8}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{11}$ etc.;
- **Números decimais com finitas casas:** 1,75;
- **Dízimas periódicas:** 0,33333...

Operações e Propriedades dos Números Racionais

As operações de adição e subtração de números racionais seguem a mesma lógica das operações com números inteiros. Veja:

$$15,25 + 5,15 = 20,4$$

$$\begin{array}{r} 15,25 \\ + 05,15 \\ \hline 20,40 \end{array}$$

$$57,3 - 0,12 = 57,18$$

$$\begin{array}{r} 57,30 \\ + 00,12 \\ \hline 57,18 \end{array}$$

- **Multiplicação de números decimais:** aplicamos o mesmo procedimento da multiplicação comum, contudo, precisamos ficar atentos à colocação da vírgula.

$$4,06 \cdot 1,70 = 6,9020 \text{ ou } 6,902$$

$$\begin{array}{r} 4,06 \quad \rightarrow 2 \text{ casas decimais} \\ \times 1,70 \quad \rightarrow 2 \text{ casas decimais} \\ \hline \quad 000 \\ \quad 2842 \\ + 406 \\ \hline 6,9020 \quad \rightarrow 4 \text{ casas decimais} \end{array}$$

- **Divisão de números decimais:** devemos multiplicar ambos os números (divisor e dividendo) por uma potência de 10 (10, 100, 1000, 10000 etc.), de modo a retirar todas as casas decimais presentes. Após isso, é só efetuar a operação normalmente.

$$\begin{array}{l} 5,7 \div 1,3 \\ 5,7 \cdot 100 = 570 \\ 1,3 \cdot 100 = 130 \\ 570 \div 130 = 4,3846... \end{array}$$

- **Multiplicação de frações:** para multiplicar frações, precisamos apenas efetuar as operações normalmente, numeradores com denominadores.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

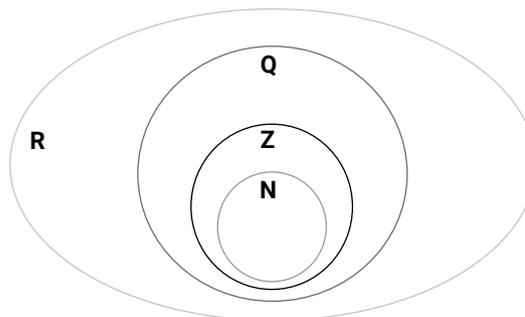
- **Divisão de frações:** para dividir frações, precisamos conservar a primeira fração e dividir pelo inverso da segunda.

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

Números Reais

É o conjunto que envolve todos os outros conjuntos, ou seja, aqui encontramos os números naturais, inteiros e racionais, envolvidos de uma única maneira. Dentro dos números reais, podemos envolver todos os outros números dentro das operações matemáticas, sejam elas de adição, subtração, multiplicação ou divisão.

O símbolo desse conjunto é a letra R, e podemos representar, por meio de diagramas, a relação entre os conjuntos naturais, inteiros, racionais e reais. Veja:



Operações e Propriedades dos Números Reais

As operações adição, subtração, multiplicação e divisão ocorrem com os números reais tal como ocorre com os números racionais.

Intervalos Numéricos

Há, ainda, um subconjunto relacionado com os números reais que são chamados de **intervalos**.

Quando o intervalo é aberto, não se inclui o valor da extremidade aberta; já quando o intervalo é fechado, o valor da extremidade é incluído no intervalo.

Sejam a e b números reais e $a < b$, temos os seguintes intervalos reais:

- Intervalo aberto de extremos: $]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$



- Intervalo fechado de extremos: $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$



- Intervalo aberto à direita (ou fechado à esquerda) de extremos: $[a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$



- Intervalo aberto à esquerda (ou fechado à direita) de extremos: $]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$

