Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante

EFOMM

Oficial da Marinha Mercante

NV-007MA-24-EFOMM-MARINHA-MERCANTE

NOVA CONCURSOS

SUMÁRIO

MATEMÁTICA

CONJUNTOS, RELAÇÕES E FUNÇÕES

DEFINIÇÕES

A **Teoria de Conjuntos** dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à matemática como, por exemplo: funções, probabilidade, análise combinatória, polinômios, progressões (aritméticas e geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por essa teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

Os **conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas maiúsculas: A, B, C etc.

Alguns exemplos de conjuntos:

- **M** = {janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro} é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- **P** = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} é o conjunto dos números primos até 19;
- **N** = {Estados Unidos, Canadá, México} é o conjunto dos países da América do Norte.

Elementos

Os **elementos** referem-se aos objetos inerentes aos conjuntos, separados por vírgulas ou por ponto e vírgula. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos conjuntos apresentados são elementos destes. Veja outro exemplo:

- V = **{0, 2, 4, 5, 6}**. Neste caso, os números 0, 2, 4, 5 e 6 são elementos do conjunto V.

PERTINÊNCIA

A **relação de pertinência** entre conjunto e elemento estabelece a identificação entre eles. Para tanto utilizamos os símbolos ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence). Observe o conjunto a seguir para compreender melhor:

- **R** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}:
  - o número 7 não pertence ao conjunto R, ou seja, $7 \notin R$;
  - o número 3 pertence ao conjunto R, ou seja, $3 \in R$.

CONJUNTO UNIVERSO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

No **exemplo** abaixo, o conjunto universo considerado poderia ser o seguinte:

- se fossemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do ensino médio de uma escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso **conjunto universo** poderia ser representado pela turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola onde ele estuda. Percebam que, nesse caso, dá para escolher mais de um conjunto universo.

Você poderá escolher o conjunto universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse. Dentre eles, você selecionará aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

CONJUNTO UNITÁRIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto unitário** quando ele apresentar exatamente um único elemento (ou objeto).

São **exemplos** de conjuntos unitários:

- H = {1986} é o conjunto formado pelo ano do século XX em que o cometa Halley pôde ser visto por quem estava na Terra. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, 1986;
- F = {Michael Phelps} é o conjunto formado pelo esportista que mais ganhou medalhas olímpicas. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, ele é composto pelo medalhista norte-americano Michael Phelps (ganhador de 28 medalhas olímpicas, em um total de quatro Olimpíadas que participou);
- L = {2} é o conjunto dos números primos pares. Neste caso, a este conjunto pertence somente o número 2.

CONJUNTO VAZIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um conjunto vazio é: { } ou ∅.

Importante!

É muito comum as pessoas representarem o conjunto vazio da seguinte maneira: {∅ }. Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio. Então, para não cometer esse equívoco, utilize { } **ou** ∅, e nunca as duas representações ao mesmo tempo.

São **exemplos** de conjuntos vazios:

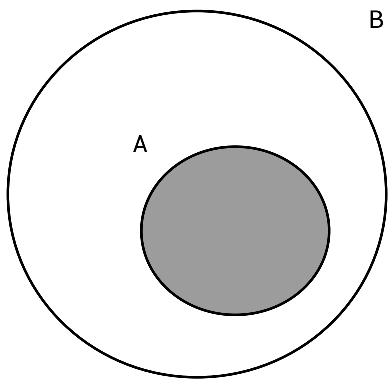
- conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- número primo irracional;
- seleção de futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

SUBCONJUNTOS

Um conjunto A é **subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertencer também a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall\, x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$. Lê-se: A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Subconjunto A do conjunto B

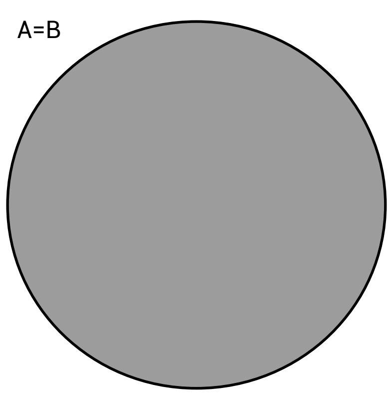
Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A automaticamente pertence também a B.

É desta maneira que representamos por diagramas a relação de inclusão $A \subset B$. Concluímos que A é subconjunto de B.

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos (ali vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos $\in$ ou $\notin$), quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- $\subset$ (está contido) ou;
- $\not\subset$ (não está contido) ou;
- $\supset$ (contém) ou;
- $\not\supset$ (não contém).

Dá-se o nome de **subconjunto impróprio** de B à seguinte situação:



Subconjunto Impróprio de B

Ou seja, subconjunto impróprio é aquele que é o próprio conjunto.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B$ e $B \subset A)$. Lê-se: A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A.

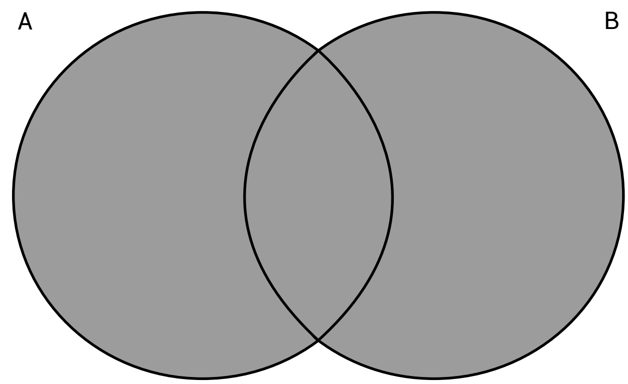
OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

União ou Reunião de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **união** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **ou** a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cup B = \{x \mid x \in A$ ou $x \in B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A união com B são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



União dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cup B$ (A união com B) são aqueles que pertencem exclusivamente a A, unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B, unidos com aqueles que pertencem a intersecção (como veremos a seguir).

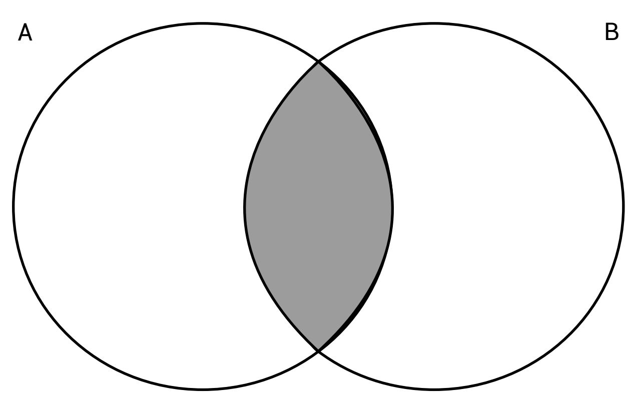
É desta maneira que representamos por diagramas a relação de disjunção lógica $A \cup B$.

Intersecção de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **intersecção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **e** a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cap B = \{x \mid x \in A$ e $x \in B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A intersecção com B são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



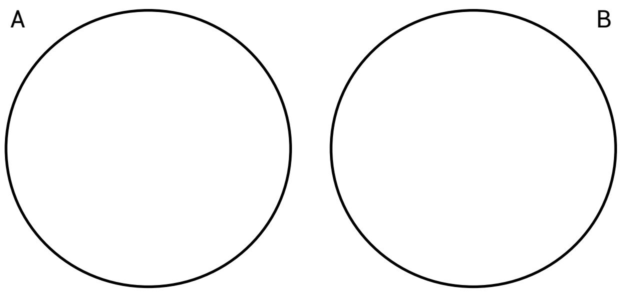
Intersecção dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto A∩B (A intersecção com B) são aqueles que pertencem a A e a B simultaneamente.

É desta maneira que representamos por diagramas a relação de conjunção lógica A∩B.

Dica

Existe uma diferença entre **conjuntos disjuntos** (intersecção vazia) e **conjuntos intersecantes** (intersecção não vazia).
Acima, por diagramas, representamos dois conjuntos A e B intersecantes. Veja na figura abaixo como devemos representar **conjuntos disjuntos**.

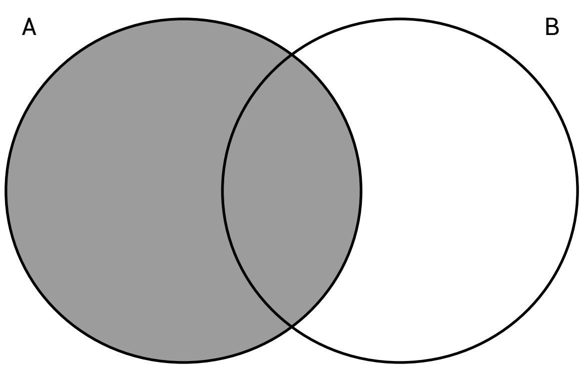


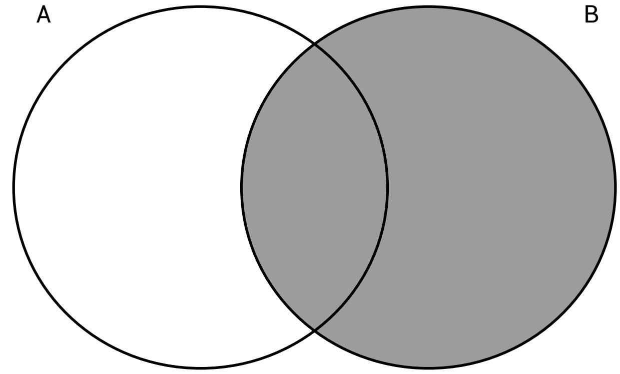
Conjuntos A e B disjuntos

Apresentadas as operações de união e intersecção entre dois ou mais conjuntos (isso mesmo, você poderia expandir o que aprendemos nestes dois últimos tópicos para 3 ou 4 conjuntos por exemplo), um princípio é de extrema importância para não contabilizarmos a mais a quantidade de elementos de um conjunto qualquer.

Trata-se do **princípio da inclusão-exclusão**, cuja notação (mais rigorosa e carregada de símbolos) é a seguinte: n (A∪B) = n (A) + n (B) – n (A∩B) (lê-se: o número de elementos do conjunto A união com B é dado pelo número de elementos de A, somado com o número de elementos de B, menos o número de elementos de A intersecção com B).

Observe as seguintes passagens a seguir para constatar a veracidade do princípio:





Interseção em relação ao Princípio da Inclusão-Exclusão

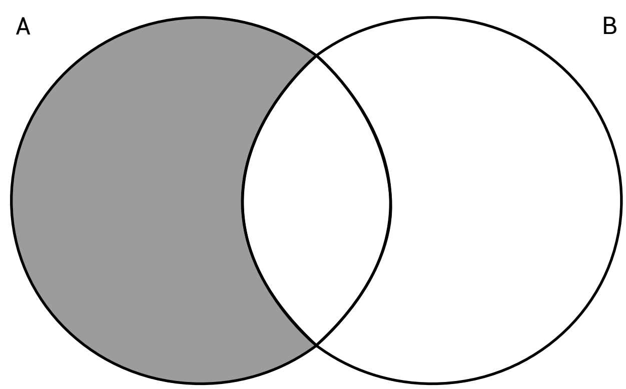
Observe acima que ao representarmos na figura (à esquerda) o conjunto A, automaticamente a intersecção de A com B (A∩B) foi adicionada, pois ela está contida em A ((A∩B)⊂A). O mesmo ocorre em relação ao conjunto B: automaticamente a intersecção de A com B (A∩B) foi adicionada (figura à direita), pois ela está contida em B ((A∩B)⊂B). Portanto temos que **eliminar a intersecção uma vez** (correspondente ao termo n(A∩B) no **princípio da inclusão-exclusão**), para que esta contagem não seja excedida.

Diferença de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença** entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: A – B = {x | x ∈ A e x ∉ B}. Lê-se: os elementos do conjunto A diferença com B são representados por x, tal que x pertence a A e x não pertence a B).

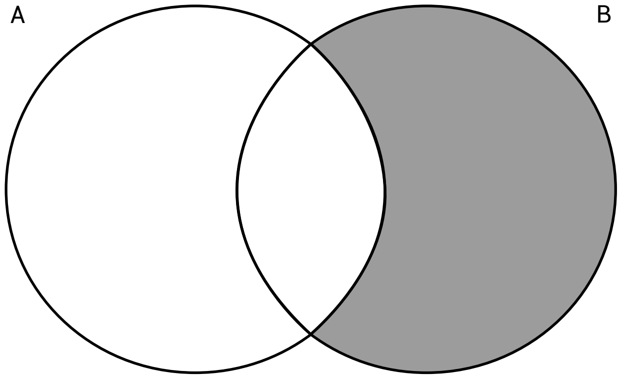
Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto A diferença com B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto A – B (A diferença com B) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto *A.*

Da mesma maneira podemos definir o conjunto B – A (B diferença com A) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto B (veja figura a seguir).



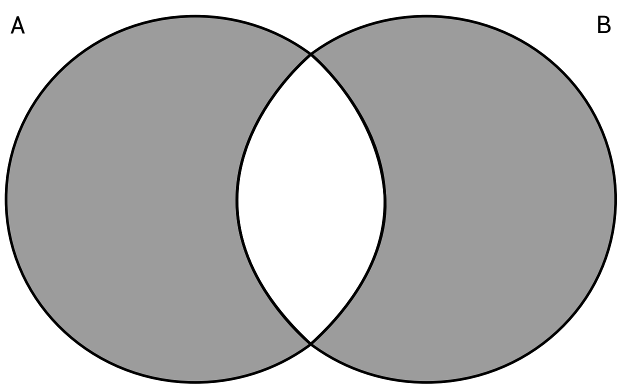
Conjunto B diferença com A

Diferença Simétrica de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença simétrica** de A com B o conjunto formado pelos elementos que pertencem exclusivamente a A ou a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$. Lê-se: os elementos do conjunto A diferença simétrica com B são representados pela diferença entre o conjunto A união com B e A intersecção com B, ou, ainda, esse mesmo conjunto pode ser representado pela união entre a diferença de A com B e de B com A.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto Diferença Simétrica de A com B

NÚMERO DE ELEMENTOS

Conjunto das Partes ou Partição

Dado um conjunto A, chama-se **conjunto das partes** (ou partição) de A aquele que é formado por todos os subconjuntos de A. Sua representação é dada por P(A).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $P(A) = \{X \mid X \subset A\}$, onde X é subconjunto de A. Lê-se: X é tal que, X está contido em A.

Por intermédio do conjunto das partes de um determinado conjunto dado (A, por exemplo), podemos reforçar aquilo que talvez você já tenha percebido intuitivamente, ou seja, **um conjunto pode ser elemento de outro conjunto**.

Antes de apresentarmos um exemplo que possa ilustrar esta situação, uma **propriedade importante** deve ser destacada: o número de elementos de P(A) é dado por 2^n, em que n é o número de elementos do conjunto A.

- **Exemplo 1**: determine o conjunto das partes de B = {1, 2, 3, 4}.

  - Resposta:

P(B) = {{1}, {2}, {3}, {4}, {1,2}, {1,3}, {1,4}, {2,3}, {2,4}, {3,4}, {1,2,3}, {1,2,4}, {1,3,4}, {2,3,4}, {1,2,3,4}, ∅}

Observe que temos acima representados todos os subconjuntos do conjunto B, ou seja, P(B). Atenção especial deve ser dada aos elementos {1, 2, 3, 4} (perceba que é o próprio conjunto *B*, pois todo conjunto está contido nele mesmo) e ∅ (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^4 = 16$ subconjuntos.

- **Exemplo 2**: determine o conjunto das partes de C = {1, 2, 3}.

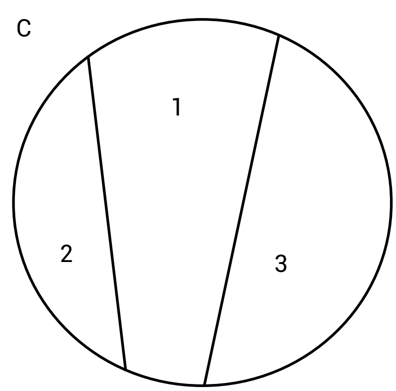
  - Resposta:

P(C) = {{1}, {2}, {3}, {1,2}, {1,3}, {2,3}, {1,2,3}, ∅}

Observe que temos acima representados todos os subconjuntos do conjunto C, ou seja, P(C). Atenção especial deve ser dada aos elementos, que aqui são conjuntos, {1, 2, 3} (perceba que é o próprio conjunto C, pois todo conjunto está contido nele mesmo) e ∅ (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

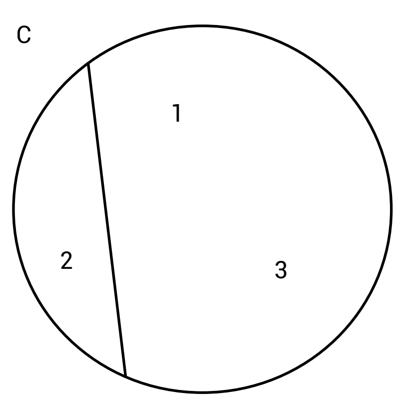
Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^3 = 8$ subconjuntos.

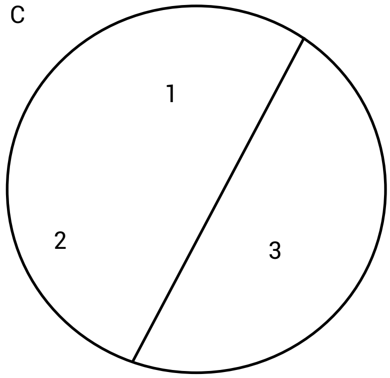
Vamos utilizar diagramas para entender melhor a importância da partição do conjunto C:

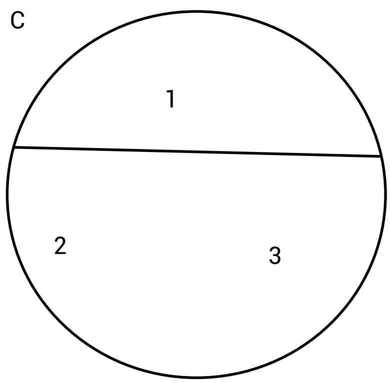


Partição do conjunto C, com elementos tomados um a um

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 1 a 1, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: {1}, {2} e {3}.

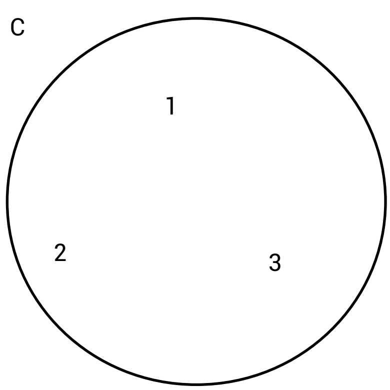






Partições do conjunto C, com elementos tomados dois a dois

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 2 a 2, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: {1, 3}, {1, 2}, {2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente à repetição de elementos na teoria de conjuntos, ou seja, os elementos {1}, {2} e {3} aqui aparecem repetidos, mas já foram tomados na primeira situação abordada neste exemplo, portanto, você não irá tomá-los novamente.



Partição do conjunto C, com elementos tomados 3 a 3

Situação que apresenta o próprio conjunto C tomado 3 a 3, ou seja, 1 subconjunto aparece claramente: {1, 2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente ao fato de que todo conjunto está contido nele mesmo.

DIAGRAMA DE VENN

Vamos entender como se resolve questões que envolvem **Operações com Conjuntos** se relacionando. Acompanhe os exemplos a seguir e a maneira como desenvolvemos suas resoluções:

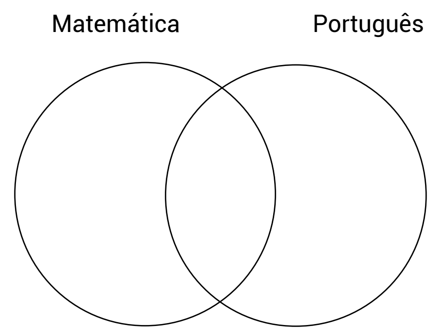
- Em uma sala de aula, 20 alunos gostam de Matemática, 30 gostam de Português, e 10 gostam das duas matérias. Sabendo que 5 alunos não gostam de nenhuma dessas duas matérias, quantos alunos há nessa sala de aula?

  Siga os passos abaixo:

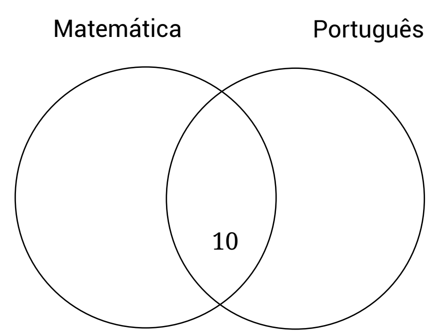
- Identifique os conjuntos;
- Represente em forma de diagramas;
- Preencha as informações de dentro para fora (da interseção para as demais informações);
- Preencha as demais informações no diagrama;
- Some todas as regiões e iguale ao total de elementos envolvidos.

  Vamos à resolução:

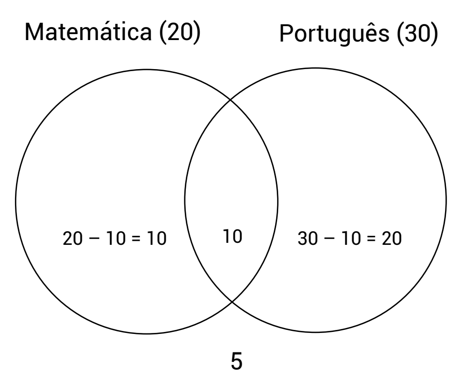
- Identifique os conjuntos;
- Represente em forma de diagramas:



- Preencha as informações de dentro para fora (da interseção para as demais informações):



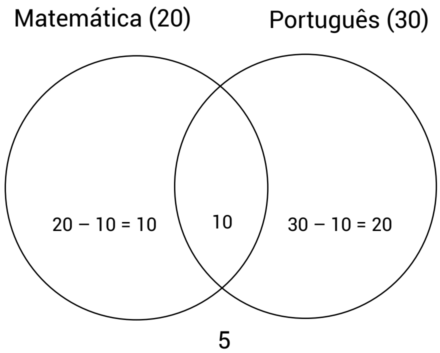
- Preencha as demais informações no diagrama:



Total = X
20 gostam de Matemática;
30 gostam de Português;
10 gostam dos dois;

10 gostam apenas de Matemática;
20 gostam apenas de Português;
5 não gostam de nenhuma.

- Some todas as regiões e iguale ao total de elementos envolvidos:



10+10+20+5 = X
X = 45 alunos é o total dessa sala.

Também seria possível resolver esse tipo de questão usando a seguinte fórmula:

$$\mathbf{n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)}$$

Esta fórmula nos diz que o número de elementos da União entre os conjuntos X e Y ($X \cup Y$) é dado pelo número de elementos de X, somado ao número de elementos de Y, subtraído do número de elementos da interseção ($X \cap Y$). Aplicando no exemplo, temos:
Matemática (M)
Português (p)

$$n(\mathbf{M \cup P}) = \mathbf{n(M)} + \mathbf{n(P)} - \mathbf{n(M \cap P)}$$
$$n(\mathbf{M \cup P}) = \mathbf{20} + \mathbf{30} - \mathbf{10}$$
$$n(\mathbf{M \cup P}) = \mathbf{40}$$

Temos 40 alunos que gostam de Matemática ou Português (aqui já está incluso quem gosta das duas matérias). Para finalizar a resolução, devemos apenas somar os 5 alunos que não gostam das duas matérias. Assim, 40 + 5 = 45 alunos no total dessa sala.

Assim como nos problemas com 2 conjuntos, quando nós tivermos 3 conjuntos será possível resolver o problema por meio de Diagramas de Venn ou por meio de fórmula. Acompanhe a resolução do exemplo:

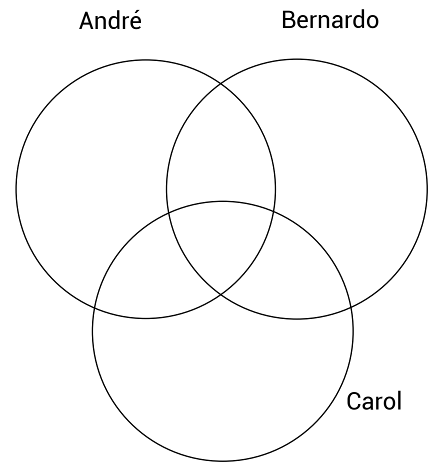
André, Bernardo e Carol ouviram certa quantidade de músicas. Nenhum deles gostaram de seis músicas e os três gostaram de dez músicas. Além disso, houve doze músicas que só André e Bernardo gostaram, nove músicas que só André e Carol gostaram e quatro músicas que só Bernardo e Carol gostaram. Não houve música alguma que somente um deles tenha gostado. O número de músicas que eles ouviram foi?

Siga os passos a seguir:

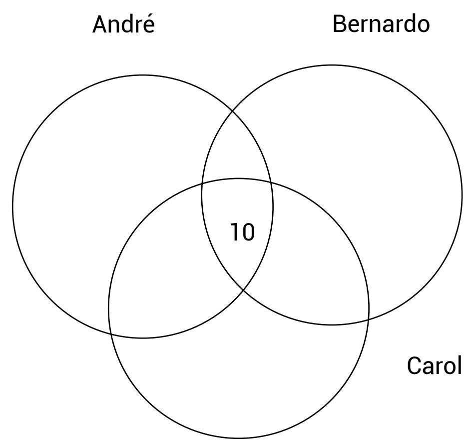
- Identifique os conjuntos;
- Represente em forma de diagramas;
- Preencha as informações de dentro para fora (da interseção para as demais informações);
- Preencha as demais informações no diagrama;
- Some todas as regiões e iguale ao total de elementos envolvidos.

Vamos à resolução:

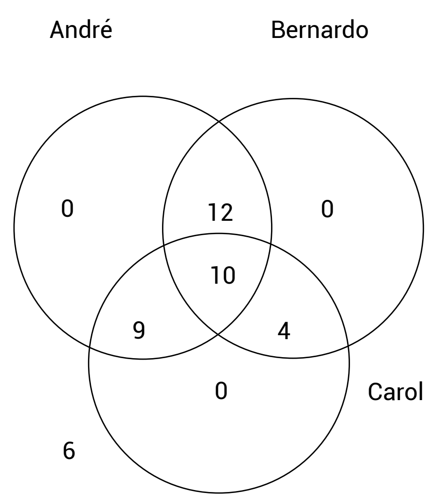
- Identifique os conjuntos;
- Represente em forma de diagramas:



- Preencha as informações de dentro para fora (da interseção para as demais informações):



- Preencha as demais informações no diagrama:



Colocamos o número 10 bem no centro, pois sabemos que os três gostaram de dez músicas, depois preenchemos com as demais informações:

- 12 músicas que somente André e Bernardo gostaram (na interseção entre os 2 apenas);
- 9 que somente André e Carol gostaram;
- 4 que somente Bernardo e Carol gostaram;
- 6 músicas que ninguém gostou (de fora dos três conjuntos).

Os “zeros” representam o fato de que não houve música que somente um deles tenha gostado.

Logo, vem a última etapa:

- Some todas as regiões e iguale ao total de elementos envolvidos;

Total = X
6+0+12+10+9+0+4+0=X
X = 41 músicas

Questões com três conjuntos podem ser resolvidas usando a seguinte fórmula:

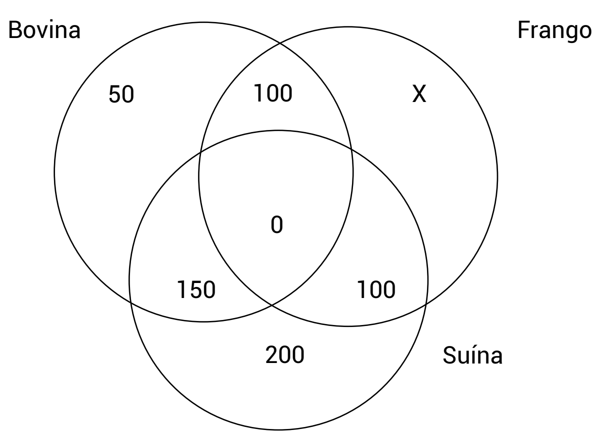
n(X ∪ Y ∪ Z) = n(X) + n(Y) + n(Z) – n(X ∩ Y) – n(X ∩ Z) – n(Y ∩ Z) + n(X ∩ Y ∩ Z)

Traduzindo a fórmula:
Total de elementos da união = soma dos conjuntos – interseções dois a dois + interseção dos três.
Bom! Já vimos a teoria e precisamos praticar o que aprendemos, não é mesmo? Vamos praticar!

1. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.
Nessa situação hipotética,
250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Vamos extrair as informações e colocar dentro dos diagramas:
800 contêineres distribuição;
0 contêineres com os 3 produtos;
300 contêineres carne bovina;
450 contêineres carne suína;
100 contêineres com frango e carne bovina;
150 contêineres com carne suína e carne bovina;
100 contêineres com frango e carne suína.

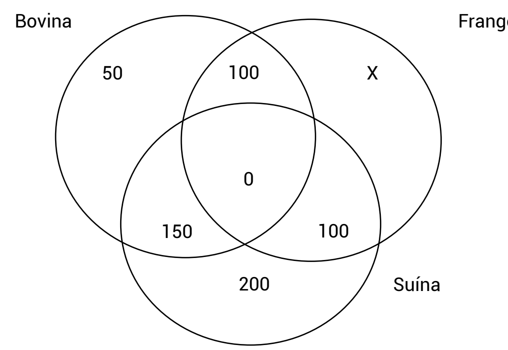


Veja que apenas 200 contêineres foram carregados somente com carne suína. Resposta: Errado.

2. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.
Nessa situação hipotética,
50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Vamos extrair as informações e colocar dentro dos diagramas:
800 contêineres distribuição;
0 contêineres com os 3 produtos;
300 contêineres carne bovina;
450 contêineres carne suína;
100 contêineres com frango e carne bovina;
150 contêineres com carne suína e carne bovina;
100 contêineres com frango e carne suína.



Veja que exatamente 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina. Resposta: Certo.

3. **(CEBRASPE-CESPE– 2018)** Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.
Nessa situação hipotética,
400 contêineres continham frango congelado.

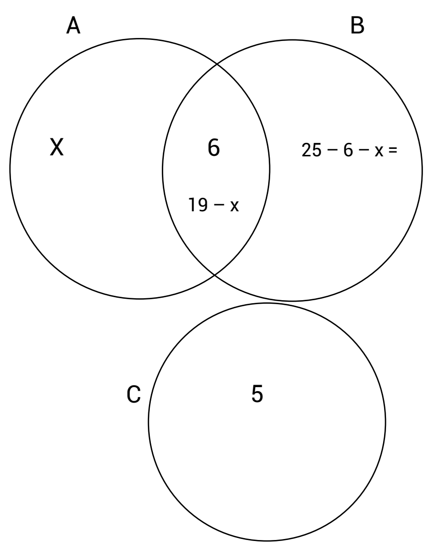
( ) CERTO ( ) ERRADO

Com as informações colocadas nos diagramas na questão anterior, podemos somar todas as informações que não possuem contato com o conjunto de frango e subtrair do total. Veja:
50 (só bovinos);
150 (bovinos e suínos);
200 (só suínos).
Somando tudo isso, teremos 400 contêineres com outras carnes, o que sobrou do total será a resposta para a questão.
800-400= 400 contêineres contêm franco. (Lembre-se, a banca não perguntou somente frango). Logo, 400 contêineres continham frango congelado. Resposta: Certo.

4. **(CEBRASPE-CESPE – 2018)** Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B.
Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens que se seguem
Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Dos 30 passageiros, são 25 que estiveram apenas em A ou B, de modo que os outros 5 passageiros estiveram apenas em C. Veja ainda que 6 passageiros estiveram A e B, de modo que os outros 19 estiveram somente em um desses dois países. Logo,



Sabemos que o número de pessoas que estiveram em B é dado pela soma 6 + (19 – X). Ou seja,
11 = 6 + (19 – X)
11 = 25 – X
X = 25 – 11
X = 14
Logo, as pessoas que estiveram em A são X + 6 = 14 + 6 = 20. Resposta: Certo.

5. **(CEBRASPE-CESPE – 2016)** Situação hipotética: A ANVISA realizará inspeções em estabelecimentos comerciais que são classificados como Bar ou Restaurante e naqueles que são considerados ao mesmo tempo Bar e Restaurante. Sabe-se que, ao todo, são 96 estabelecimentos a serem visitados, dos quais 49 são classificados como Bar e 60 são classificados como Restaurante. Assertiva: Nessa situação, há mais de 15 estabelecimentos que são classificados como Bar e como Restaurante ao mesmo tempo.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Extraindo os dados:
total: 96;
bar: 49;
restaurante: 60.

Somando tudo, temos 49 + 60 = 109. Passou o total de 96, porque estamos contando 2x vezes os estabelecimentos que estão na interseção. Logo, descontamos o que passou do total. 109 - 96 = 13 estabelecimentos que são classificados como Bar e como Restaurante ao mesmo tempo. Resposta: Errado.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Números Naturais

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra N, e podemos escrever os seus elementos entre chaves: N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, ...}.

Os três pontos, conhecidos como reticências, indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de "contagem natural". Utiliza-se o símbolo N* para designar os números naturais positivos (excluindo o zero). Veja: N* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...}.

> **Se liga!**
> O símbolo do conjunto dos números naturais é a letra N, e podemos ter, ainda, o símbolo N*, que representa os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero.

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- **Sucessor**: é o próximo número natural.
  - **Exemplo**: o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. Ou seja, o sucessor do número "n" é o número "n + 1".
- **Antecessor**: é o número natural anterior.
  - **Exemplo**: o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. Ou seja, o antecessor do número "n" é o número "n – 1";
- **Números consecutivos**: são números em sequência.
  - **Exemplo**: 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim, (n – 1, n e n + 1) são números consecutivos;
- **Números naturais pares**: são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso, o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares;
- **Números naturais ímpares**: ao serem divididos por 2, deixam o resto 1;
- **Todos** os números que terminam em **1**, **3**, **5**, **7** ou **9** são **ímpares**.

Também é importante lembrar que:

- a soma ou subtração de dois números pares tem resultado par:

$$12 + 8 = 20 \mid 12 - 8 = 4$$

- a soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par:

$$13 + 7 = 20 \mid 13 - 7 = 6$$

- a soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar:

$$14 + 5 = 19 \mid 14 - 5 = 9$$

- a multiplicação de números pares tem resultado par:

$$8 \cdot 6 = 48$$

- a multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:

$$3 \cdot 7 = 21$$

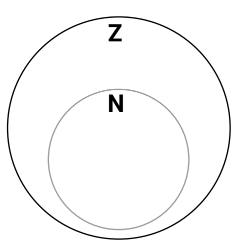
- a multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:

$$4 \cdot 5 = 20$$

Números Inteiros

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja: Z = {..., –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}.

O símbolo desse conjunto é a letra Z. Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Sendo assim, podemos representar por meio de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros, ou, ainda, que N é um subconjunto de Z. Observe:



Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- Números inteiros não negativos: {4, 5, 6...}. Veja que são os números naturais;
- Números inteiros não positivos: {... –3, –2, –1, 0}. Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- Números inteiros negativos: {... –3, –2, –1}. O zero não faz parte;
- Números inteiros positivos: {5, 6, 7...}. Novamente, o zero não faz parte.

Operações com Números Inteiros

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é: 20 + 5 = 25.

Veja mais alguns exemplos:

- Adição de 15 e 3: 15 + 3 = 18;
- Adição de 55 e 30: 55 + 30 = 85.

- **Principais Propriedades da Operação de Adição**
  - **Propriedade comutativa**: a ordem dos números não altera a soma → 115 + 35 é igual a 35 + 115;
  - **Propriedade associativa**: quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles primeiramente, e, depois, somar o outro. Independentemente da ordem, vamos obter o mesmo resultado → 2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10;
  - **Elemento neutro**: o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo → 27 + 0 = 27; 55 + 0 = 55;
  - **Propriedade do fechamento**: a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro. Exemplo: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 (8 + 2 = 10).

Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir de um deles o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando 13: 20 – 7 = 13.

Veja mais alguns exemplos:

- Subtrair 5 de 16: 16 – 5 = 11;
- 10 subtraído de 30: 30 – 10 = 20.

- **Principais Propriedades da Operação de Subtração**
  - **Elemento neutro**: o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado → 13 – 0 = 13;
  - **Propriedade do fechamento**: a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro → 33 – 10 = 23.

Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja: a multiplicação 20 · 3 é igual à soma do número 20 três vezes (20 + 20 + 20), ou à soma do número 3 vinte vezes (3 + 3 + 3 + ... + 3).

Algo que é muito importante e que deve ser sempre lembrado são as regras de sinais na multiplicação de números.

SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO		
Operações		**Resultados**
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Atenção:

- a multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo: 51 · 2 = 102; (–33) · (–3) = 99;
- a multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo: 25 · (–4) = –100; (–15) · 5 = –75.

- **Principais Propriedades da Operação de Multiplicação**

  - **Propriedade comutativa**: A · B é igual a B · A, ou seja, a ordem não altera o resultado → 8 · 5 = 5 · 8 = 40;
  - **Propriedade associativa**: (A · B) · C é igual a (C · B) · A, que é igual a (A · C) · B → (3 · 4) · 2 = 3 · (4 · 2) = (3 · 2) · 4 = 24;
  - **Elemento neutro**: a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, esse número permanecerá inalterado → 15 · 1 = 15;
  - **Propriedade do fechamento**: a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro → 9 · 5 = 45;
  - **Propriedade distributiva**: essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica: A · (B + C) = (A · B) + (A · C), ou seja, 3 · (5 + 7) = 3 · (12) = 36.

    Usando a propriedade: 3 · (5 + 7) = 3 · 5 + 3 · 7 = 15 + 21 = 36.

Divisão

Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.

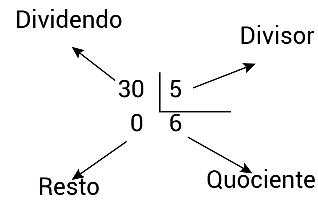
Exemplo: temos 50 balas e queremos dividir entre 10 pessoas, isto é, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso, teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos 10 · 5 = 50. Ou, ainda, podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja, 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 50.

Algo que é muito importante e que deve ser lembrado são as regras de sinais na divisão de números, que é a mesma regra de sinais para a multiplicação de números.

SINAIS NA DIVISÃO		
Operações		**Resultados**
+	+	+
–	–	+
+	–	–
–	+	–

Atenção:

Esquematizando:



Dividendo = Divisor · Quociente + Resto
30 = 5 · 6 + 0

- **Principais Propriedades da Operação de Divisão**

  - **Elemento neutro**: a unidade (1) é o elemento neutro da divisão, pois, ao dividir qualquer número por 1, o resultado será o próprio número → 15 ÷ 1 = 15.

> **Se liga!**
> A divisão não possui propriedade do fechamento, diferenciando-se das demais operações com números inteiros. A divisão não possui essa propriedade, uma vez que, ao dividir números inteiros, podemos obter resultados fracionários ou decimais: 2 ÷ 10 = 0,2 (não pertence ao conjunto dos números inteiros).

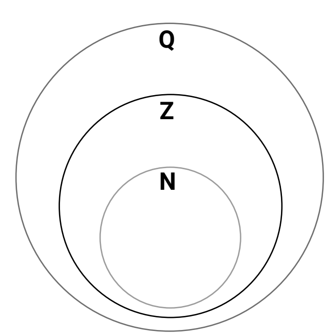
Números Racionais

São aqueles que podem ser escritos na forma da divisão (fração) de dois números inteiros. Ou seja, escritos na forma $\frac{A}{B}$ (A dividido por B), em que A e B são números inteiros.

Exemplos: $\frac{7}{4}$ e $-\frac{15}{9}$ são racionais. Veja, também, que os números 87, 321 e 1221 são racionais, pois são divididos pelo número 1.

Atenção! Qualquer número natural é também inteiro e todo número inteiro é também racional.

O símbolo desse conjunto é a letra Q e podemos representar por meio de diagramas a relação entre os conjuntos naturais, inteiros e racionais. Veja:



Representação Fracionária e Decimal

Há três tipos de números no conjunto dos números racionais:

- **Frações**: $\frac{8}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{11}$ etc.;
- **Números decimais com finitas casas**: 1,75;
- **Dízimas periódicas**: 0,33333...

Operações e Propriedades dos Números Racionais

As operações de adição e subtração de números racionais seguem a mesma lógica das operações com números inteiros. Veja:

15,25 + 5,15 = 20,4

$$\begin{array}{r} 15,25 \\ +05,15 \\ \hline 20,40 \end{array}$$

57,3 – 0,12 = 57,18

$$\begin{array}{r} 57,30 \\ +00,12 \\ \hline 57,18 \end{array}$$

- **Multiplicação de números decimais**: aplicamos o mesmo procedimento da multiplicação comum, contudo, precisamos ficar atentos à colocação da vírgula.

4,06 · 1,70 = 6,9020 ou 6,902

$$\begin{array}{rl} 4,06 & \rightarrow \text{2 casas decimais} \\ \text{x } 1,70 & \rightarrow \text{2 casas decimais} \\ \hline 000 & \\ 2842 & \\ +\ 406 & \\ \hline 6,9020 & \rightarrow \text{4 casas decimais} \end{array}$$

- **Divisão de números decimais**: devemos multiplicar ambos os números (divisor e dividendo) por uma potência de 10 (10, 100, 1000, 10000 etc.), de modo a retirar todas as casas decimais presentes. Após isso, é só efetuar a operação normalmente.

5,7 ÷ 1,3
5,7 · 100 = 570
1,3 · 100 = 130
570 ÷ 130 = 4,3846...

- **Multiplicação de frações**: para multiplicar frações, precisamos apenas efetuar as operações normalmente, numeradores com denominadores.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

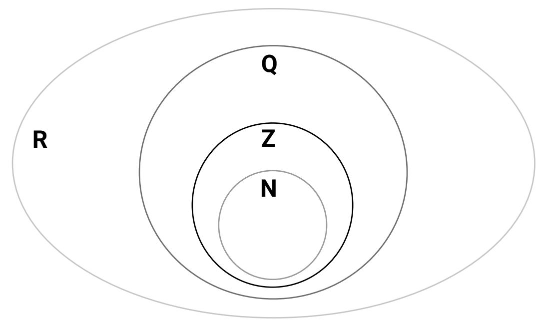
- **Divisão de frações**: para dividir frações, precisamos conservar a primeira fração e dividir pelo inverso da segunda.

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

Números Reais

É o conjunto que envolve todos os outros conjuntos, ou seja, aqui encontramos os números naturais, inteiros e racionais, envolvidos de uma única maneira. Dentro dos números reais, podemos envolver todos os outros números dentro das operações matemáticas, sejam elas de adição, subtração, multiplicação ou divisão.

O símbolo desse conjunto é a letra R, e podemos representar, por meio de diagramas, a relação entre os conjuntos naturais, inteiros, racionais e reais. Veja:



Operações e Propriedades dos Números Reais

As operações adição, subtração, multiplicação e divisão ocorrem com os números reais tal como ocorre com os números racionais.

Intervalos Numéricos

Há, ainda, um subconjunto relacionado com os números reais que são chamados de **intervalos**.

Quando o intervalo é aberto, não se inclui o valor da extremidade aberta; já quando o intervalo é fechado, o valor da extremidade é incluído no intervalo.

Sejam a e b números reais e a < b, temos os seguintes intervalos reais:

- Intervalo aberto de extremos: $]a,b[= \{x \in R \mid a < x < b\}$

- Intervalo fechado de extremos: $[a,b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$

- Intervalo aberto à direta (ou fechado à esquerda) de extremos: $[a,b[= \{x \in R \mid a \leq x < b\}$

- Intervalo aberto à esquerda (ou fechado à direita) de extremos: $]a,b] = \{x \in R \mid a < x \leq b\}$

MATEMÁTICA