Escola de Sargentos das Armas

# ESA

## Curso de Formação de Sargentos

NV-010MR-24-ESA-FORM-SARGENTO

NOVA CONCURSOS

# SUMÁRIO

# GEOGRAFIA DO BRASIL........................................................................................301

# INGLÊS

# MATEMÁTICA

## NOÇÕES DE CONJUNTOS E DE RACIOCÍNIO LÓGICO

A **Teoria de Conjuntos** dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à matemática como, por exemplo: funções, probabilidade, análise combinatória, polinômios, progressões (aritméticas e geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por essa teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

### NOÇÕES PRIMITIVAS

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

#### Conjuntos

Os **conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas maiúsculas: A, B, C etc.

Alguns exemplos de conjuntos:

- **M** = {janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro} é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- **P** = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} é o conjunto dos números primos até 19;
- **N** = {Estados Unidos, Canadá, México} é o conjunto dos países da América do Norte.

#### Elementos

Os **elementos** referem-se aos objetos inerentes aos conjuntos, separados por vírgulas ou por ponto e vírgula. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos conjuntos apresentados são elementos destes. Veja outro exemplo:

- V = {**0, 2, 4, 5, 6**}. Neste caso, os números 0, 2, 4, 5 e 6 são elementos do conjunto V.

#### Relação de Pertinência

A **relação de pertinência** entre conjunto e elemento estabelece a identificação entre eles. Para tanto utilizamos os símbolos $\in$ (pertence) ou $\notin$ (não pertence). Observe o conjunto a seguir para compreender melhor:

- **R** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}:
  - o número 7 não pertence ao conjunto R, ou seja, $7 \notin R$;
  - o número 3 pertence ao conjunto R, ou seja, $3 \in R$.

### REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

Existem três maneiras distintas de se apresentar conjuntos:

- analítica,
- sintética;
- diagrama de Euler-Venn (ou, simplesmente, diagrama).

Na representação **analítica**, destaca-se cada um dos elementos que pertencem a um determinado conjunto.

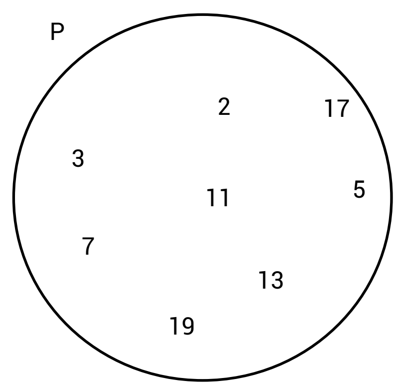
- A = {azul, amarelo, vermelho}.

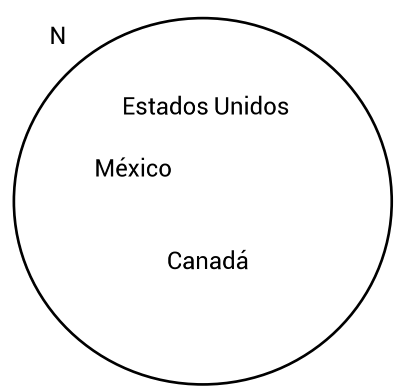
Na representação **sintética**, devemos destacar uma característica que seja comum a todos os elementos pertencentes a um conjunto qualquer.

- A = {x | x é cor primária}:
  - lê-se x | x como "x é tal que x tem a propriedade".

Na representação por **diagramas**, devemos definir uma região (normalmente um círculo) onde devem ser representados todos os elementos pertencentes ao conjunto. Importante não esquecer de nomear o conjunto.

Observe as situações abaixo, que são exemplos desta representação:




Representação de conjuntos por diagramas

### CONJUNTO UNITÁRIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto unitário** quando ele apresentar exatamente um único elemento (ou objeto).

São **exemplos** de conjuntos unitários:

- H = {1986} é o conjunto formado pelo ano do século XX em que o cometa Halley pôde ser visto por quem estava na Terra. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, 1986;
- F = {Michael Phelps} é o conjunto formado pelo esportista que mais ganhou medalhas olímpicas. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, ele é composto pelo medalhista norte-americano Michael Phelps (ganhador de 28 medalhas olímpicas, em um total de quatro Olimpíadas que participou);
- L = {2} é o conjunto dos números primos pares. Neste caso, a este conjunto pertence somente o número 2.

## CONJUNTO VAZIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um conjunto vazio é: { } ou ∅.

> **IMPORTANTE!**
>
> É muito comum as pessoas representarem o conjunto vazio da seguinte maneira: {∅ }. Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio. Então, para não cometer esse equívoco, utilize { } **ou** ∅, e nunca as duas representações ao mesmo tempo.

São **exemplos** de conjuntos vazios:

- conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- número primo irracional;
- seleção de futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

## CONJUNTO UNIVERSO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

No **exemplo** abaixo, o conjunto universo considerado poderia ser o seguinte:

- se fossemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do ensino médio de uma escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso **conjunto universo** poderia ser representado pela turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola onde ele estuda. Percebam que, nesse caso, dá para escolher mais de um conjunto universo.

Você poderá escolher o conjunto universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse. Dentre eles, você selecionará aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

## CONJUNTOS IGUAIS

Dois conjuntos A e B são **iguais** quando todos os elementos de A pertencem a B, e vice-versa.

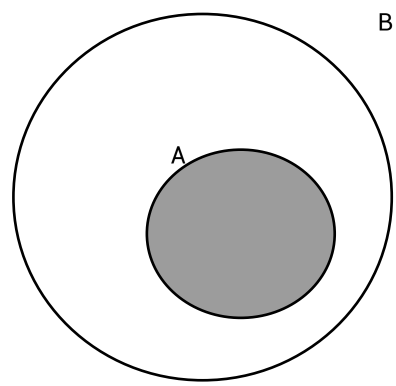
A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$. Lê-se: A é igual a B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A se, e somente se, x pertence a B.

## SUBCONJUNTOS

Um conjunto A é **subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertencer também a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$. Lê-se: A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:




**Subconjunto A do conjunto B**

Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A automaticamente pertence também a B.

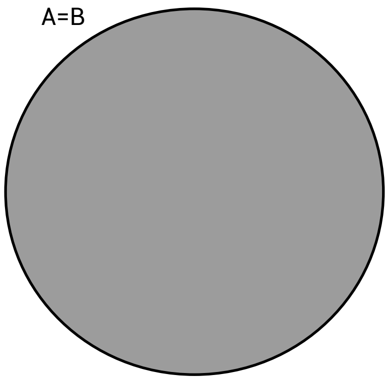
É desta maneira que representamos por diagramas a relação de inclusão $A \subset B$. Concluímos que A é subconjunto de B.

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos (ali vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos ∈ ou ∉), quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- ⊂ (está contido) ou;
- ⊄ (não está contido) ou;
- ⊃ (contém) ou;
- ⊅ (não contém).

MATEMÁTICA

Dá-se o nome de **subconjunto impróprio** de B à seguinte situação:




**Subconjunto Impróprio de B**

Ou seja, subconjunto impróprio é aquele que é o próprio conjunto.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B$ e $B \subset A)$. Lê-se: A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A.

## CONJUNTO DAS PARTES OU PARTIÇÃO

Dado um conjunto A, chama-se **conjunto das partes** (ou partição) de A aquele que é formado por todos os subconjuntos de A. Sua representação é dada por P(A).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $P(A) = \{X \mid X \subset A\}$, onde X é subconjunto de A. Lê-se: X é tal que, X está contido em A.

Por intermédio do conjunto das partes de um determinado conjunto dado (A, por exemplo), podemos reforçar aquilo que talvez você já tenha percebido intuitivamente, ou seja, **um conjunto pode ser elemento de outro conjunto**.

Antes de apresentarmos um exemplo que possa ilustrar esta situação, uma **propriedade importante** deve ser destacada: o número de elementos de P(A) é dado por $2^n$, em que n é o número de elementos do conjunto A.

- **Exemplo 1**: determine o conjunto das partes de B = {1, 2, 3, 4}.

  - Resposta:

P(B) = {{1}, {2}, {3}, {4}, {1,2}, {1,3}, {1,4}, {2,3}, {2,4}, {3,4}, {1,2,3}, {1,2,4}, {1,3,4}, {2,3,4}, {1,2,3,4}, ∅}

Observe que temos acima representados todos os subconjuntos do conjunto B, ou seja, P(B). Atenção especial deve ser dada aos elementos {1, 2, 3, 4} (perceba que é o próprio conjunto *B,* pois todo conjunto está contido nele mesmo) e ∅ (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^4 = 16$ subconjuntos.

- **Exemplo 2**: determine o conjunto das partes de C = {1, 2, 3}.

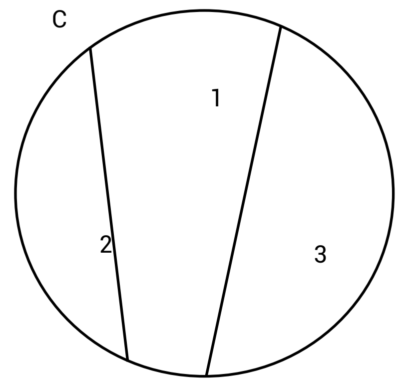
  - Resposta:

P(C) = {{1}, {2}, {3}, {1,2}, {1,3}, {2,3}, {1,2,3}, ∅}

Observe que temos acima representados todos os subconjuntos do conjunto C, ou seja, P(C). Atenção especial deve ser dada aos elementos, que aqui são conjuntos, {1, 2, 3} (perceba que é o próprio conjunto C, pois todo conjunto está contido nele mesmo) e ∅ (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

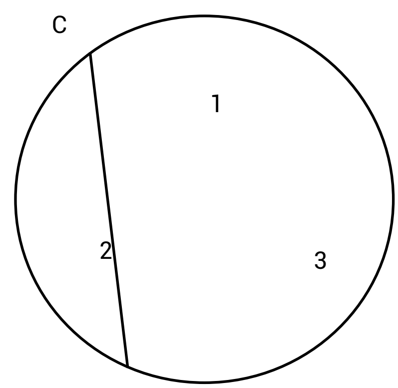
Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^3 = 8$ subconjuntos.

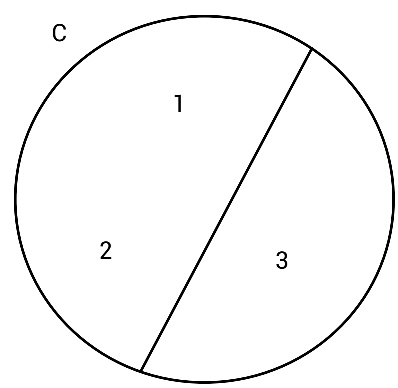
Vamos utilizar diagramas para entender melhor a importância da partição do conjunto C:

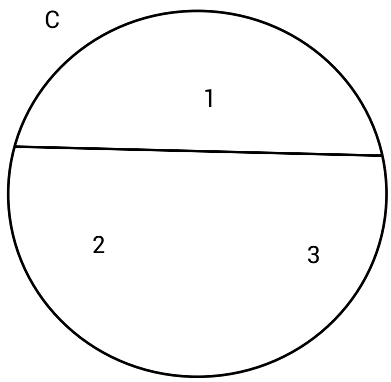



Partição do conjunto C, com elementos tomados um a um

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 1 a 1, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: {1}, {2} e {3}.

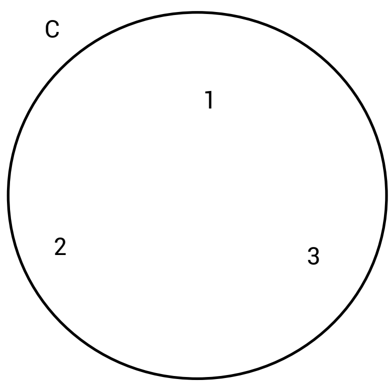





Partições do conjunto C, com elementos tomados dois a dois

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 2 a 2, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: {1, 3}, {1, 2}, {2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente à repetição de elementos na teoria de conjuntos, ou seja, os elementos {1}, {2} e {3} aqui aparecem repetidos, mas já foram tomados na primeira situação abordada neste exemplo, portanto, você não irá tomá-los novamente.




Partição do conjunto C, com elementos tomados 3 a 3

Situação que apresenta o próprio conjunto C tomado 3 a 3, ou seja, 1 subconjunto aparece claramente: {1, 2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente ao fato de que todo conjunto está contido nele mesmo.

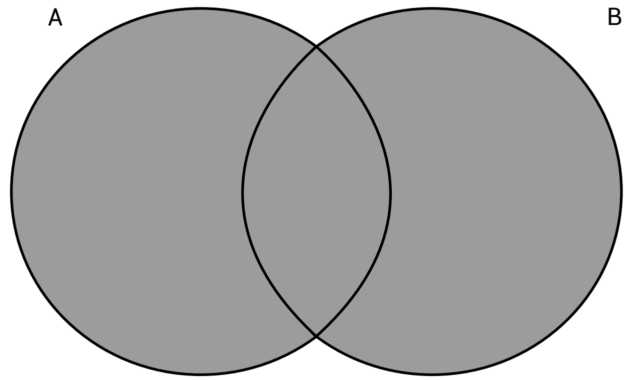
## OPERAÇÕES

### União

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **união** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **ou** a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cup B=\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A união com B são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:




União dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cup B$ (A união com B) são aqueles que pertencem exclusivamente a A, unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B, unidos com aqueles que pertencem à intersecção (como veremos a seguir).

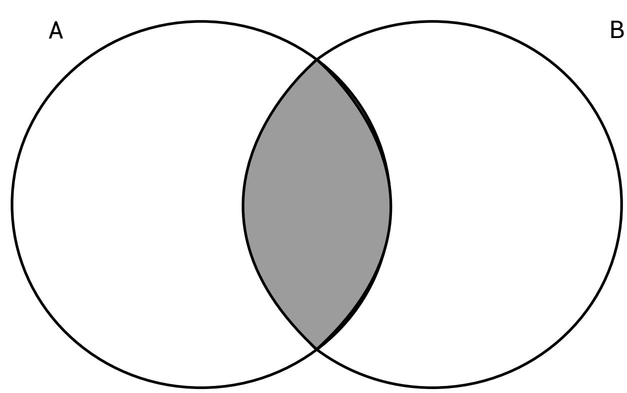
É desta maneira que representamos por diagramas a relação de disjunção lógica $A \cup B$.

### Interseção

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **intersecção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **e** a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A intersecção com B são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



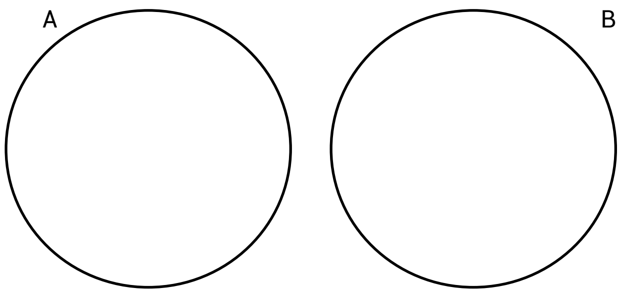

Interseção dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cap B$ (A intersecção com B) são aqueles que pertencem a A e a B simultaneamente.

É desta maneira que representamos por diagramas a relação de conjunção lógica $A \cap B$.

**Dica**

Existe uma diferença entre **conjuntos disjuntos** (intersecção vazia) e **conjuntos intersecantes** (intersecção não vazia).
Acima, por diagramas, representamos dois conjuntos A e B intersecantes. Veja na figura abaixo como devemos representar **conjuntos disjuntos**.

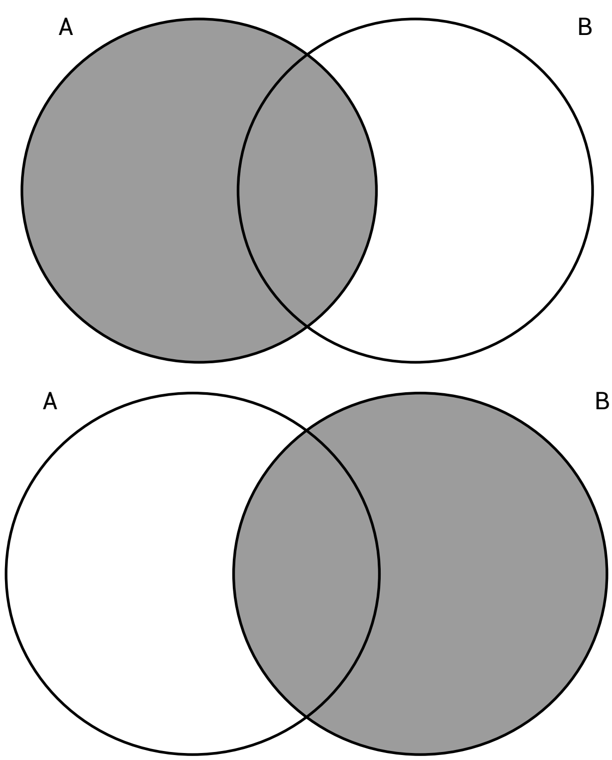



Conjuntos A e B disjuntos

Apresentadas as operações de união e intersecção entre dois ou mais conjuntos (isso mesmo, você poderia expandir o que aprendemos nestes dois últimos tópicos para 3 ou 4 conjuntos por exemplo), um princípio é de extrema importância para não contabilizarmos a mais a quantidade de elementos de um conjunto qualquer.

Trata-se do **princípio da inclusão-exclusão**, cuja notação (mais rigorosa e carregada de símbolos) é a seguinte: n (A∪B) = n (A) + n (B) – n (A∩B) (lê-se: o número de elementos do conjunto A união com B é dado pelo número de elementos de A, somado com o número de elementos de B, menos o número de elementos de A intersecção com B).

Observe as seguintes passagens a seguir para constatar a veracidade do princípio:




Interseção em relação ao Princípio da Inclusão-Exclusão

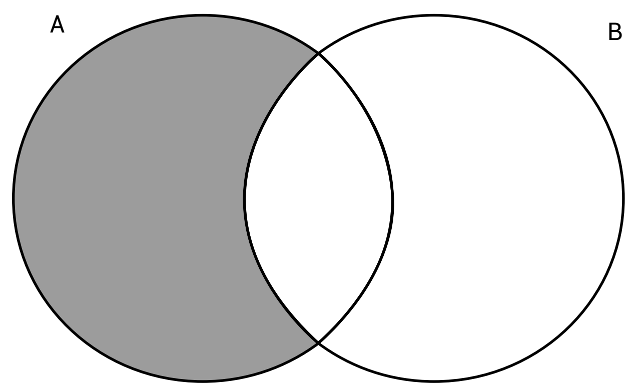
Observe acima que ao representarmos na figura (à esquerda) o conjunto A, automaticamente a intersecção de A com B (A∩B) foi adicionada, pois ela está contida em A ((A∩B)⊂A). O mesmo ocorre em relação ao conjunto B: automaticamente a intersecção de A com B (A∩B) foi adicionada (figura à direita), pois ela está contida em B ((A∩B)⊂B). Portanto temos que **eliminar a intersecção uma vez** (correspondente ao termo n(A∩B) no **princípio da inclusão-exclusão**), para que esta contagem não seja excedida.

**Diferença**

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença** entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: A – B = {x | x ∈ A e x ∉ B}. Lê-se: os elementos do conjunto A diferença com B são representados por x, tal que x pertence a A e x não pertence a B).

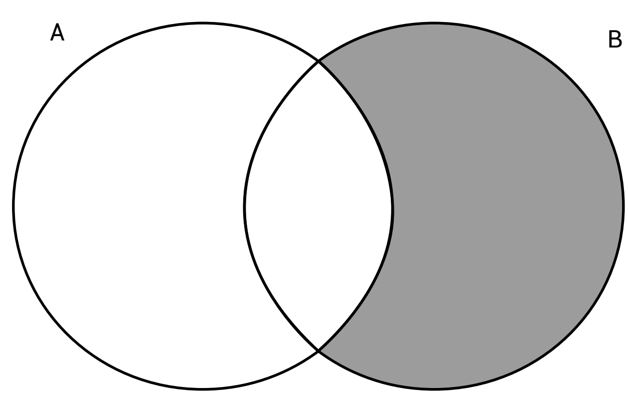
Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:




Conjunto A diferença com B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto A – B (A diferença com B) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto *A.*

Da mesma maneira podemos definir o conjunto B – A (B diferença com A) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto B (veja figura a seguir).



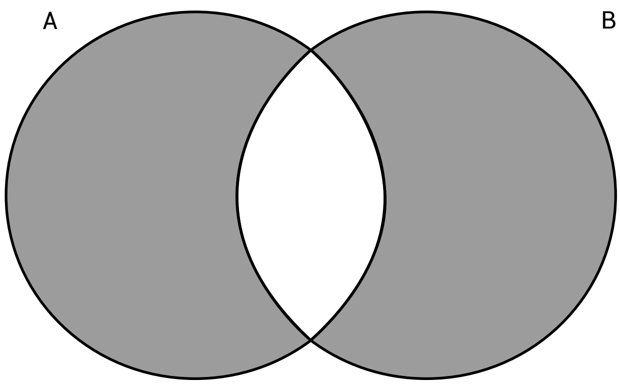

Conjunto B diferença com A

**Diferença Simétrica de Conjuntos**

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença simétrica** de A com B o conjunto formado pelos elementos que pertencem exclusivamente a A ou a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$. Lê-se: os elementos do conjunto A diferença simétrica com B são representados pela diferença entre o conjunto A união com B e A intersecção com B, ou, ainda, esse mesmo conjunto pode ser representado pela união entre a diferença de A com B e de B com A.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:




Conjunto Diferença Simétrica de A com B

## COMPLEMENTAR DE B EM RELAÇÃO A A

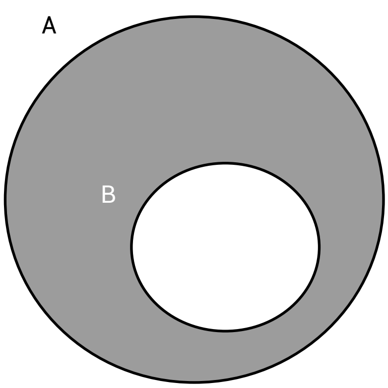
### Complementar

Dados dois conjuntos A e B, tais que $B \subset A$ , chama-se **complementar** de B em relação a A o conjunto A – B, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $C_A^B = A - B$. Lê-se: complementar de B em relação a A, equivale à A diferença com B.

O complementar de B em relação a A também pode ser representado por: $\overline{B}$ ou $B^c$.

Por **diagramas** poderíamos representar essa situação da seguinte maneira:




Conjunto Complementar de B em relação a A

**IMPORTANTE!**

O conjunto $C_A^B = \overline{B} = B^c$ só será diferente do conjunto vazio (∅) se for respeitada a restrição de que B é complementar a A, isto é, que B pertence a A e está contido em tal.

## PROPRIEDADES E OBSERVAÇÕES

### A Ordem Não Interfere

Observe o conjunto A = {1, 2, 3, 4}. Se trocarmos a ordem dos elementos deste conjunto, como por exemplo {3, 1, 4, 2}, este conjunto continua recebendo o nome de A, pois apresenta os mesmos elementos (mesmo estando estes em ordem distinta daquela apresentada inicialmente). Portanto, variações do conjunto A (outras possíveis são: {1, 3, 4, 2}, {4, 3, 1, 2}, {2, 3, 4, 1} etc.) no que tange a ordem dos elementos não interferem em sua nomeação.

### A Repetição Não Interfere

Observe o mesmo conjunto A = {1, 2, 3, 4]. Se repetirmos os elementos deste conjunto, como por exemplo {2, 2, 3, 4, 4, 1, 1, 1}, este conjunto continua recebendo o nome de A, pois apresenta os mesmos elementos (mesmo estando repetidos).

Cabe destacar que, neste caso, a quantidade de elementos continua sendo a mesma, ou seja, 4 elementos pertencem ao conjunto A. Portanto, as variações do conjunto A (outras possíveis são: {1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4}, {1, 2, 3, 3, 3, 4}, {4, 4, 2, 2, 3, 1, 4} etc.), no que tange à repetição dos elementos, não interferem em sua nomeação.

### O Conjunto Vazio Está Contido em Qualquer Conjunto

Representamos essa situação da seguinte maneira: $\emptyset \subset A$. Apesar de parecer insignificante em um primeiro momento, esta propriedade é **extremamente importante** para a simplificação de demonstrações de teoremas. Sem ela, diversas situações envolvendo conjuntos teriam suas “comprovações” apresentadas de uma maneira muito mais extenuante (cansativa).

### Todo Conjunto Está Contido em Si Mesmo

Representamos esta situação da seguinte maneira: $A \subset A$. Também aparentemente insignificante, esta propriedade tem seu “lugar de destaque” no contexto da Teoria de Conjuntos e é extremamente útil no que se refere à simplificação de demonstrações de Teoremas. Ela também recebe o nome de Propriedade Reflexiva.

## CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS E INTEIROS: OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

### Números Naturais

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra N, e podemos escrever os seus elementos entre chaves: N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, ...}.

Os três pontos, conhecidos como reticências, indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de “contagem natural”. Utiliza-se o símbolo N* para designar os números naturais positivos (excluindo o zero). Veja: N* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...}.

**IMPORTANTE!**

O símbolo do conjunto dos números naturais é a letra N, e podemos ter, ainda, o símbolo N*, que representa os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero.

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- **Sucessor**: é o próximo número natural.
  - **Exemplo**: o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. Ou seja, o sucessor do número "n" é o número "n + 1".
- **Antecessor**: é o número natural anterior.
  - **Exemplo**: o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. Ou seja, o antecessor do número "n" é o número "n – 1";
- **Números consecutivos**: são números em sequência.
  - **Exemplo**: 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim, (n – 1, n e n + 1) são números consecutivos;
- **Números naturais pares**: são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso, o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares;
- **Números naturais ímpares**: ao serem divididos por 2, deixam o resto 1;
- **Todos** os números que terminam em **1**, **3**, **5**, 7 ou **9** são **ímpares**.

Também é importante lembrar que:

- a soma ou subtração de dois números pares tem resultado par:

$$12 + 8 = 20 \mid 12 - 8 = 4$$

- a soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par:

$$13 + 7 = 20 \mid 13 - 7 = 6$$

- a soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar:

$$14 + 5 = 19 \mid 14 - 5 = 9$$

- a multiplicação de números pares tem resultado par:

$$8 \cdot 6 = 48$$

- a multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:

$$3 \cdot 7 = 21$$

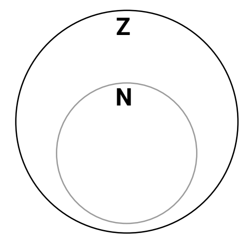
- a multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:

$$4 \cdot 5 = 20$$

### Números Inteiros

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja: Z = {..., –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}.

O símbolo desse conjunto é a letra Z. Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Sendo assim, podemos representar por meio de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros, ou, ainda, que N é um subconjunto de Z. Observe:




Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- Números inteiros não negativos: {4, 5, 6...}. Veja que são os números naturais;
- Números inteiros não positivos: {... –3, –2, –1, 0}. Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- Números inteiros negativos: {... –3, –2, –1}. O zero não faz parte;
- Números inteiros positivos: {5, 6, 7...}. Novamente, o zero não faz parte.

### Operações com Números Inteiros

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

### Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é: 20 + 5 = 25.

Veja mais alguns exemplos:

- Adição de 15 e 3: 15 + 3 = 18;
- Adição de 55 e 30: 55 + 30 = 85.

- **Principais Propriedades da Operação de Adição**
  - **Propriedade comutativa**: a ordem dos números não altera a soma → 115 + 35 é igual a 35 + 115;
  - **Propriedade associativa**: quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles primeiramente, e, depois, somar o outro. Independentemente da ordem, vamos obter o mesmo resultado → 2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10;

- **Elemento neutro**: o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo → 27 + 0 = 27; 55 + 0 = 55;
- **Propriedade do fechamento**: a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro. Exemplo: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 (8 + 2 = 10).

### Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir de um deles o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando 13: 20 – 7 = 13.

Veja mais alguns exemplos:

- Subtrair 5 de 16: 16 – 5 = 11;
- 10 subtraído de 30: 30 – 10 = 20.

- **Principais Propriedades da Operação de Subtração**

  - **Elemento neutro**: o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado → 13 – 0 = 13;
  - **Propriedade do fechamento**: a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro → 33 – 10 = 23.

### Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja: a multiplicação 20 · 3 é igual à soma do número 20 três vezes (20 + 20 + 20), ou à soma do número 3 vinte vezes (3 + 3 + 3 + ... + 3).

Algo que é muito importante e que deve ser sempre lembrado são as regras de sinais na multiplicação de números.

| SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO | | |
|---|---|---|
| Operações | | Resultados |
| + | + | + |
| - | - | + |
| + | - | - |
| - | + | - |

**Atenção:**

- a multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo: 51 · 2 = 102; (–33) · (–3) = 99;
- a multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo: 25 · (–4) = –100; (–15) · 5 = –75.

- **Principais Propriedades da Operação de Multiplicação**

  - **Propriedade comutativa**: A · B é igual a B · A, ou seja, a ordem não altera o resultado → 8 · 5 = 5 · 8 = 40;
  - **Propriedade associativa**: (A · B) · C é igual a (C · B) · A, que é igual a (A · C) · B → (3 · 4) · 2 = 3 · (4 · 2) = (3 · 2) · 4 = 24;
  - **Elemento neutro**: a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, esse número permanecerá inalterado → 15 · 1 = 15;
  - **Propriedade do fechamento**: a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro → 9 · 5 = 45;
  - **Propriedade distributiva**: essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica: A · (B + C) = (A · B) + (A · C), ou seja, 3 · (5 + 7) = 3 · (12) = 36.

    Usando a propriedade: 3 · (5 + 7) = 3 · 5 + 3 · 7 = 15 + 21 = 36.

### Divisão

Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.

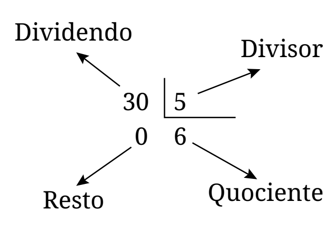
Exemplo: temos 50 balas e queremos dividir entre 10 pessoas, isto é, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso, teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos 10 · 5 = 50. Ou, ainda, podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja, 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 50.

Algo que é muito importante e que deve ser lembrado são as regras de sinais na divisão de números, que é a mesma regra de sinais para a multiplicação de números.

| SINAIS NA DIVISÃO | | |
|---|---|---|
| Operações | | Resultados |
| + | + | + |
| – | – | + |
| + | – | – |
| – | + | – |

**Atenção**:

Esquematizando:




Dividendo = Divisor · Quociente + Resto
30 = 5 · 6 + 0

- **Principais Propriedades da Operação de Divisão**

  - **Elemento neutro**: a unidade (1) é o elemento neutro da divisão, pois, ao dividir qualquer número por 1, o resultado será o próprio número → 15 ÷ 1 = 15.

> **SE LIGA!**
>
> A divisão não possui propriedade do fechamento, diferenciando-se das demais operações com números inteiros. A divisão não possui essa propriedade, uma vez que, ao dividir números inteiros, podemos obter resultados fracionários ou decimais: $2 \div 10 = 0{,}2$ (não pertence ao conjunto dos números inteiros).

## NÚMEROS PRIMOS

Um **número natural** é definido como primo se tiver exatamente dois divisores: o número 1 e ele mesmo. Contudo, temos que, por definição, os números 0 e 1 não são números primos. Lembre-se de que o 2 é o único número par que também é primo!

> **IMPORTANTE!**
>
> Não há consenso sobre haver ou não números primos negativos. Contudo, para seu conhecimento, o conceito de primalidade para números inteiros é diferente. O número p precisa ser divisível por 1, −1, p e −p, isto é, precisa ser dividido por 1, −1, por ele mesmo e pelo seu inverso.

Para identificar um número primo, é necessário analisar seus divisores. Para isso, vamos estudar um pouco mais a fundo múltiplos e divisores de um número.

## FATORAÇÃO, NÚMERO DE DIVISORES E MÁXIMO DIVISOR COMUM

O Máximo Divisor Comum de dois ou mais números é o maior número que é divisor comum de todos os números dados.

Exemplo: encontrar o MDC entre 18 e 24.

- Divisores naturais de 18: D (18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18};
- Divisores naturais de 24: D (24) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}.

Pode-se escrever, agora, os divisores comuns a 18 e 24: D (18) ∩ D (24) = {1, 2, 3, 6}.

Observando os divisores comuns, podemos identificar o maior divisor comum dos números 18 e 24, ou seja: MDC (18,24) = 6.

Outra técnica para o cálculo do MDC é a **decomposição em fatores primos**. Para obter o MDC de dois ou mais números por este processo, decompõe-se cada número dado em fatores primos.

O MDC é o produto dos fatores comuns obtidos, cada um deles elevado ao seu menor expoente.

Vamos, então, achar o MDC entre 300 e 504.

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 504 & 2 \\ 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \qquad 504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

Veja que o 2 e o 3 se repetem em ambas as fatorações, então pegaremos eles com seus menores expoentes para calcular o MDC, ou seja, $2^2$ e 3.

$$\text{MDC }(300, 504) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

## MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

O Mínimo Múltiplo Comum de dois ou mais números é o menor número positivo que é múltiplo comum de todos os números dados.

Exemplo: encontrar o MMC entre 8 e 6.

- Múltiplos positivos de 6: M (6) = {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54,...};
- Múltiplos positivos de 8: M (8) = {8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64,...}.

Podem-se escrever, agora, os múltiplos positivos comuns: M(6) ∩ M(8) = {24, 48, 72,...}

Observando os múltiplos comuns, pode-se identificar o Mínimo Múltiplo Comum dos números 6 e 8, ou seja: MMC(6,8) = 24.

Temos outra técnica para o cálculo do MMC, que é a **decomposição isolada em fatores primos**. Para obter o MMC de dois ou mais números por este processo, é necessário decompormos cada número dado em fatores primos.

O MMC é o produto dos fatores comuns e não comuns, cada um deles elevado ao seu maior expoente.

Vamos, então, achar o MMC entre 18 e 120.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 3 \\ 30 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2 \cdot 3^2 \qquad 120 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

Vamos, agora, multiplicar os fatores comuns e não comuns elevados ao seu maior expoente:

$$\text{MMC }(18{,}120) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$$

# CONJUNTO DOS NÚMEROS

Os conjuntos numéricos reúnem diversos conjuntos cujos elementos são números. Eles são formados pelos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.

O ramo da matemática que estuda os conjuntos numéricos é a teoria dos conjuntos.

## CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

O conjunto dos números naturais é representado por N. Ele reúne os números que usamos para contar (incluindo o zero) e é infinito.

## CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

O conjunto dos números inteiros é representado por Z. Ele reúne todos os elementos dos números naturais (N) e seus opostos. Assim, conclui-se que N é um subconjunto de Z ($N \subset Z$).

### Subconjuntos dos Números Inteiros

- $Z^* = \{..., -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, ...\}$ ou $Z^* = Z - \{0\}$: conjunto dos números inteiros não nulos, ou seja, sem o zero;
- $Z_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$: conjunto dos números inteiros e não negativos. Note que $Z_+ = N$;
- $Z^*_+ = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$: conjunto dos números inteiros positivos e não nulos;
- $Z_- = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$: conjunto dos números inteiros não positivos;
- $Z^*_- = \{..., -5, -4, -3, -2, -1\}$: conjunto dos números inteiros negativos e não nulos.

## REPRESENTAÇÃO NA RETA NUMÉRICA, MÓDULO, SIMÉTRICO E OPOSTO, REPRESENTAÇÃO DECIMAL, OPERAÇÕES COM INTERVALOS REAIS

A representação de números na reta numérica é uma forma visual de entender a relação entre diferentes valores. Cada ponto na reta corresponde a um número real, e a distância entre dois pontos reflete a diferença entre seus valores.

### Módulo (ou Valor Absoluto)

O módulo de um número real é a sua distância até o zero na reta numérica, sempre considerada positiva. Matematicamente, o módulo de um número ( x ) é denotado por ( $|x|$ ). Por exemplo, ( $|3| = 3$ ) e ( $|-3| = 3$ ).

### Simétrico e Oposto:

O simétrico (ou oposto) de um número ( x ) é o número ( -x ), que está na mesma distância de zero na reta numérica, mas no lado oposto. Por exemplo, o simétrico de 3 é -3.

### Representação Decimal:

A representação decimal de um número real é a forma de expressá-lo na base 10. Números podem ser inteiros, como 5, ou decimais, como 5.75.

### Operações com Intervalos Reais:

Intervalos reais são conjuntos de números reais entre dois valores, que podem ser limitados ou ilimitados. As operações com intervalos incluem união, interseção e diferença. Vejamos um exemplo:

Considere os intervalos ( A = [1, 5) ) e ( B = (3, 8] ). A união de ( A ) e ( B ) é o intervalo ( [1, 8] ), e a interseção é ( (3, 5) ).

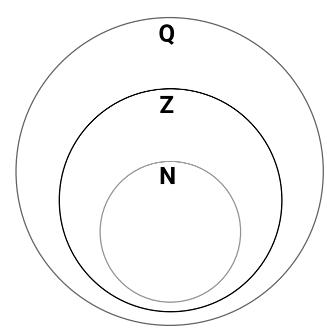
## CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS: OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

São aqueles que podem ser escritos na forma da divisão (fração) de dois números inteiros. Ou seja, escritos na forma $\frac{A}{B}$ (A dividido por B), em que A e B são números inteiros.

Exemplos: $\frac{7}{4}$ e $-\frac{15}{9}$ são racionais. Veja, também, que os números 87, 321 e 1221 são racionais, pois são divididos pelo número 1.

**Atenção!** Qualquer número natural é também inteiro e todo número inteiro é também racional.

O símbolo desse conjunto é a letra Q e podemos representar por meio de diagramas a relação entre os conjuntos naturais, inteiros e racionais. Veja:




### Representação Fracionária e Decimal

Há três tipos de números no conjunto dos números racionais:

- **Frações**: $\frac{8}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{11}$ etc.;
- **Números decimais com finitas casas**: 1,75;
- **Dízimas periódicas**: 0,33333...

### Operações e Propriedades dos Números Racionais

As operações de adição e subtração de números racionais seguem a mesma lógica das operações com números inteiros. Veja:

15,25 + 5,15 = 20,4

$$\begin{array}{r} 15,25 \\ +05,15 \\ \hline 20,40 \end{array}$$