

Escola de Sargentos das Armas

ESA

Curso de Formação de Sargentos

SUMÁRIO

MATEMÁTICA.....	19
■ NOÇÕES DE CONJUNTOS E DE RACIOCÍNIO LÓGICO.....	19
REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS	19
CONJUNTO VAZIO.....	20
CONJUNTO UNIVERSO.....	20
SUBCONJUNTOS	20
OPERAÇÕES.....	22
União.....	22
Interseção	22
Diferença.....	23
Complementar	24
CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS E INTEIROS: OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS	24
NÚMEROS PRIMOS.....	27
FATORAÇÃO, NÚMERO DE DIVISORES E MÁXIMO DIVISOR COMUM	27
MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM.....	27
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS.....	28
CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS	28
CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS	28
REPRESENTAÇÃO NA RETA NUMÉRICA, MÓDULO, SIMÉTRICO E OPOSTO, REPRESENTAÇÃO DECIMAL, OPERAÇÕES COM INTERVALOS REAIS	28
CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS: OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS	28
RAZÕES E PROPORÇÕES, GRANDEZAS DIRETAMENTE E INDIETAMENTE PROPORCIONAIS	29
■ FUNÇÕES E GRÁFICOS	32
CONCEITO DE RELAÇÃO E FUNÇÃO	32
CONCEITO DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO	33
FUNÇÕES, INJETORAS, SOBREJETORA, BIJETORA.....	34
FUNÇÕES PARES E ÍMPARES.....	34
FUNÇÕES PERIÓDICAS E FUNÇÕES COMPOSTAS	34
FUNÇÃO CONSTANTE, FUNÇÃO CRESCENTE, FUNÇÃO DECRESCENTE.....	35

FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA SENTENÇA	35
FUNÇÃO INVERSA	35
■ FUNÇÃO LINEAR, FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICA.....	36
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS, VARIAÇÕES DE SINAL, MÁXIMOS E MÍNIMOS, INEQUAÇÃO PRODUTO E INEQUAÇÃO QUOCIENTE.....	36
■ FUNÇÃO MODULAR	46
DEFINIÇÃO, GRÁFICO, DOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO MODULAR.....	46
EQUAÇÕES MODULARES	47
INEQUAÇÕES MODULARES	47
■ FUNÇÃO EXPONENCIAL.....	48
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO EXPONENCIAL	48
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS.....	49
■ FUNÇÃO LOGARÍTMICA	49
DEFINIÇÃO DE LOGARITMO, PROPRIEDADES OPERATÓRIAS, GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA.....	49
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS	50
LOGARITMOS DECIMAIS	51
■ TRIGONOMETRIA.....	55
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	55
ARCOS NOTÁVEIS.....	56
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO QUALQUER.....	58
Lei dos Senos	58
Lei dos Cossenos	58
FÓRMULAS DE ADIÇÃO DE ARCOS	59
FÓRMULAS DE ARCOS DUPLOS	60
FÓRMULAS DE ARCO METADE.....	61
TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO	62
UNIDADES DE MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS: O GRAU E O RADIANO	62
CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO, RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS E REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE	63
TRIGONOMÉTRICAS, TRANSFORMAÇÕES, IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS.....	64
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS, SISTEMAS DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS	70

■	CONTAGEM E ANÁLISE COMBINATÓRIA.....	72
	FATORIAL, DEFINIÇÃO E OPERAÇÕES	72
	PRINCÍPIOS MULTIPLICATIVO E ADITIVO DA CONTAGEM.....	72
	ARRANJOS, COMBINAÇÕES E PERMUTAÇÕES.....	73
■	PROBABILIDADE	75
	EXPERIMENTO ALEATÓRIO, EXPERIMENTO AMOSTRAL, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO	75
	PROBABILIDADE DE UM EVENTO QUALQUER.....	75
	PROBABILIDADE EM ESPAÇOS AMOSTRAIS EQUIPROVÁVEIS	75
	PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS	76
	PROBABILIDADE CONDICIONAL	76
	PROPRIEDADE DAS PROBABILIDADES	77
	PROBABILIDADE DE DOIS EVENTOS SUCESSIVOS	77
	EXPERIMENTOS BINOMIAIS	78
■	MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES.....	78
	OPERAÇÕES COM MATRIZES (ADIÇÃO, MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR, TRANSPOSIÇÃO E PRODUTO).....	78
	MATRIZ INVERSA	80
	DETERMINANTE DE UMA MATRIZ: DEFINIÇÃO E PROPRIEDADES.....	80
	SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES	81
■	SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E PROGRESSÕES.....	82
	SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS	82
	PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: TERMO GERAL, SOMA DOS TERMOS E PROPRIEDADES.....	83
	PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (FINITAS E INFINITAS): TERMO GERAL, SOMADOS TERMOS E PROPRIEDADES	85
■	GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO.....	86
	POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS	86
	POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DOIS PLANOS.....	86
	POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E PLANO	87
	PERPENDICULARIDADE ENTRE DUAS RETAS, ENTRE DOIS PLANOS E ENTRE RETA E PLANO	87
	PROJEÇÃO ORTOGONAL	87
■	GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA.....	88

PRISMAS: CONCEITO, ELEMENTOS, CLASSIFICAÇÃO, ÁREAS E VOLUMES E TRONCOS.....	88
PIRÂMIDE: CONCEITO, ELEMENTOS, CLASSIFICAÇÃO, ÁREAS E VOLUMES E TRONCOS.....	89
CILINDRO: CONCEITO, ELEMENTOS, CLASSIFICAÇÃO, ÁREAS E VOLUMES E TRONCOS	91
CONE: CONCEITO, ELEMENTOS, CLASSIFICAÇÃO, ÁREAS E VOLUMES E TRONCOS	92
ESFERA: ELEMENTOS, SEÇÃO DA ESFERA, ÁREA, VOLUMES E PARTES DA ESFERA	93
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO DE SÓLIDOS.....	94
■ GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA.....	95
PONTO: O PLANO CARTESIANO, DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS, PONTO MÉDIO DE SEGMENTO E CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO DE TRÊS PONTOS.....	95
RETA: EQUAÇÕES GERAL E REDUZIDA, INTERSEÇÃO DE RETAS, PARALELISMO E PERPENDICULARIDADE E ÂNGULO ENTRE DUAS RETAS, DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA E DISTÂNCIA ENTRE DUAS RETAS, BISSETRIZES DO ÂNGULO ENTRE DUAS RETAS, ÁREA DE UM TRIÂNGULO E INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS VARIÁVEIS	96
CIRCUNFERÊNCIA: EQUAÇÕES GERAL E REDUZIDA, POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE PONTO E CIRCUNFERÊNCIA, RETA E CIRCUNFERÊNCIA E DUAS CIRCUNFERÊNCIAS; PROBLEMAS DE TANGÊNCIA; E EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU COM DUAS VARIÁVEIS	99
ELIPSE: DEFINIÇÃO, EQUAÇÃO, POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE PONTO E ELIPSE, POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E ELIPSE	103
HIPÉRBOLE: DEFINIÇÃO, EQUAÇÃO DA HIPÉRBOLE, POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE PONTO E HIPÉRBOLE, POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E HIPÉRBOLE E EQUAÇÕES DAS ASSÍNTOTAS DA HIPÉRBOLE.....	106
PARÁBOLA: DEFINIÇÃO, EQUAÇÃO, POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE PONTO E PARÁBOLA, POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E PARÁBOLA	108
RECONHECIMENTO DE CÔNICAS A PARTIR DE SUA EQUAÇÃO GERAL.....	109
■ GEOMETRIA PLANA	112
ÂNGULO: DEFINIÇÃO, ELEMENTOS E PROPRIEDADES	112
PARALELISMO	114
PERPENDICULARIDADE.....	115
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS	116
PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO.....	117
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULOS	118
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO QUALQUER.....	118
TRIÂNGULOS RETÂNGULOS.....	118
TEOREMA DE PITÁGORAS	119
CONGRUÊNCIA DE FIGURAS PLANAS	119

FEIXE DE RETAS PARALELAS E TRANSVERSAIS.....	120
TEOREMA DE TALES.....	121
TEOREMA DAS BISSETRIZES INTERNAS E EXTERNAS DE UM TRIÂNGULO.....	121
QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS	122
POLÍGONOS	123
POLÍGONOS REGULARES.....	125
CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS.....	125
PERÍMETRO.....	128
ÁREA DE POLÍGONOS.....	128
POLÍGONOS REGULARES.....	129
CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS.....	132
FÓRMULA DE HERON	134
RAZÃO ENTRE ÁREAS.....	134
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO	135
■ POLINÔMIOS	136
FUNÇÃO POLINOMIAL	136
GRAU DE UM POLINÔMIO	137
VALOR NUMÉRICO DE UM POLINÔMIO	137
POLINÔMIO IDENTICAMENTE NULO	137
OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS.....	137
DIVISÃO DE POLINÔMIOS	138
TEOREMA DO RESTO	139
TEOREMA DE D'ALEMBERT.....	139
DISPOSITIVO DE BRIOT-RUFFINI.....	139
RAÍZES RACIONAIS, RAIZ DE UM POLINÔMIO E ZEROS OU RAIZ DE UMA FUNÇÃO	140
TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA OU TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO	140
Identidade de um Polinômio.....	140
FATORAÇÃO E MULTIPLICIDADE DE RAÍZES, PRODUTOS NOTÁVEIS E MÁXIMO DIVISOR COMUM DE POLINÔMIOS	140
RELAÇÕES DE GIRARD	141
Relação entre Coeficientes e Raízes	141

■ EQUAÇÕES POLINOMIAIS.....	143
RAÍZES IMAGINÁRIAS	143
TEOREMA DE BOLZANO	143
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS	144
OPERAÇÕES, MÓDULO, CONJUGADO DE UM NÚMERO COMPLEXO, REPRESENTAÇÕES ALGÉBRICA E TRIGONOMÉTRICA.....	144
REPRESENTAÇÃO NO PLANO DE ARGAND GAUSS, POTENCIALIZAÇÃO E RADICIAÇÃO. EXTRAÇÃO DE RAÍZES	146
FÓRMULAS DE MOIVRE	147
RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES BINOMIAIS E TRINOMIAIS.....	149
■ BINÔMIO DE NEWTON	152
DESENVOLVIMENTO, COEFICIENTES BINOMIAIS E TERMO GERAL	152
PORTUGUÊS	157
■ LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DE TEXTOS.....	157
LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS PRESENTES EM UM TEXTO E O RESPECTIVO RELACIONAMENTO COM O UNIVERSO EM QUE O TEXTO FOI PRODUZIDO	157
■ FONÉTICA, ORTOGRAFIA E PONTUAÇÃO	159
CORRETA ESCRITA DAS PALAVRAS DA LÍNGUA PORTUGUESA.....	159
ACENTUAÇÃO GRÁFICA E PARTIÇÃO SILÁBICA.....	160
PONTUAÇÃO	161
■ MORFOLOGIA	163
ESTRUTURA E FORMAÇÃO DAS PALAVRAS.....	163
CLASSES DE PALAVRAS	167
■ MORFOSSINTAXE	188
FRASE, ORAÇÃO E PERÍODO, TERMOS DA ORAÇÃO, ORAÇÕES DO PERÍODO (DESENVOLVIDAS E REDUZIDAS), FUNÇÕES SINTÁTICAS DO PRONOME RELATIVO, SINTAXE DE REGÊNCIA (VERBAL E NOMINAL), SINTAXE DE CONCORDÂNCIA (VERBAL E NOMINAL) E SINTAXE DE COLOCAÇÃO	188
■ NOÇÕES DE VERSIFICAÇÃO	204
ESTRUTURA DO VERSO, TIPOS DE VERSO, RIMA, ESTROFAÇÃO E POEMAS DE FORMA FIXA	204
■ TEORIA DA LINGUAGEM E SEMÂNTICA.....	206

HISTÓRIA DA LÍNGUA PORTUGUESA; LINGUAGEM, LÍNGUA, DISCURSO E ESTILO; NÍVEIS DE LINGUAGEM, FUNÇÕES DA LINGUAGEM; FIGURAS DE LINGUAGEM E SIGNIFICADO DAS PALAVRAS.....	206
■ INTRODUÇÃO À LITERATURA.....	213
A ARTE LITERÁRIA, OS GÊNEROS LITERÁRIOS E A EVOLUÇÃO DA ARTE LITERÁRIA, EM PORTUGAL E NO BRASIL	213
■ LITERATURA BRASILEIRA.....	216
CONTEXTO HISTÓRICO, CARACTERÍSTICAS, PRINCIPAIS AUTORES E OBRAS DO QUINHENTISMO, BARROCO, ARCADISMO, ROMANTISMO, REALISMO, NATURALISMO, IMPRESSIONISMO, PARNASIANISMO, SIMBOLISMO, PRÉ-MODERNISMO E MODERNISMO	216
 REDAÇÃO DISCURSIVA.....	 233
■ GÊNERO TEXTUAL	233
■ TEXTUALIDADE E ESTILO	237
FUNÇÕES DA LINGUAGEM.....	237
COESÃO, COERÊNCIA TEXTUAL E MECANISMOS DE COESÃO; PARALELISMOS SINTÁTICOS E SEMÂNTICOS.....	238
TIPOS DE DISCURSO	242
INTERTEXTUALIDADE	244
DENOTAÇÃO E CONOTAÇÃO	246
FIGURAS DE LINGUAGEM	247
A AMBIGUIDADE.....	250
A NÃO CONTRADIÇÃO	250
CONTINUIDADE E PROGRESSÃO TEXTUAL	251
■ TEXTO E CONTEXTO.....	251
O TEXTO NARRATIVO: O ENREDO, O TEMPO E O ESPAÇO.....	251
A TÉCNICA DA DESCRIÇÃO	253
O NARRADOR.....	254
O TEXTO ARGUMENTATIVO	255
O TEMA.....	256
A IMPESSOALIDADE.....	256
A CARTA ARGUMENTATIVA	257
A CRÔNICA ARGUMENTATIVA	258

A ARGUMENTAÇÃO E A PERSUASÃO	258
A CONSISTÊNCIA DOS ARGUMENTOS	258
A CONTRA-ARGUMENTAÇÃO	259
O PARÁGRAFO	259
A INFORMATIVIDADE E O SENSO COMUM.....	260
■ O TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO	260
FORMAS DE DESENVOLVIMENTO DO TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO, A INTRODUÇÃO E A CONCLUSÃO	260
■ ALTERAÇÕES INTRODUZIDAS NA ORTOGRAFIA DA LÍNGUA PORTUGUESA PELO ACORDO ORTOGRÁFICO DA LÍNGUA PORTUGUESA	261
ASSINADO EM LISBOA, EM 16 DE DEZEMBRO DE 1990, POR PORTUGAL, BRASIL, ANGOLA, SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE, CABO VERDE, GUINÉ-BISSAU, MOÇAMBIQUE E, POSTERIORMENTE, POR TIMOR LESTE, APROVADO NO BRASIL PELO DECRETO Nº 6.583, DE 29 DE SETEMBRO DE 2008 E ALTERADO PELO DECRETO Nº 7.875, DE 27 DE DEZEMBRO DE 2012.....	261
 HISTÓRIA DO BRASIL	 265
■ BRASIL COLÔNIA	265
OS POVOS INDÍGENAS BRASILEIROS	265
O Brasil Antes da Chegada dos Europeus.....	265
As Principais Nações Indígenas do Brasil Antes da Chegada dos Portugueses	265
PERÍODO PRÉ-COLONIAL	266
Expedições de Reconhecimento e Guarda Costa	266
Economia do Pau-Brasil	266
Expedição Colonizadora de Martim Afonso de Souza	267
PERÍODO COLONIAL – ADMINISTRAÇÃO, ECONOMIA E SOCIEDADE COLONIAL	267
A Organização Administrativa Colonial Portuguesa no Brasil - Capitânicas Hereditárias; o Governo Geral e Órgãos Administrativos; as Câmaras Municipais.....	267
A Economia e Sociedade Açucareira.....	268
Escravidão Africana	268
A Economia e Sociedade Mineradora	269
Economias Complementares.....	269
CONSOLIDAÇÃO TERRITORIAL	269
Entradas e Bandeiras	269
Invasões Estrangeiras — Invasões Francesas; a Invasão Holandesa; a Insurreição Pernambucana: a Luta Contra o Invasor e a Gênese do Exército Brasileiro	270
As Questões de Limites Entre Portugal e Espanha e a Formação das Atuais Fronteiras do Brasil: Tratados de Madri, El Pardo, Santo Ildefonso e Badajoz	271

AS REBELIÕES NATIVISTAS	271
Características; A Crise do Sistema Colonial Português; Principais Rebeliões Nativistas – Revolta de Beckman, Guerra dos Emboabas, Guerra dos Mascates e a Revolta de Vila Rica	271
MOVIMENTOS PRÓ-INDEPENDÊNCIA NO BRASIL	272
Caracterização; Influência Iluminista; Crise Econômica.....	272
Principais Movimentos Pró-Independência: Inconfidência Mineira e Conjuração Baiana.....	272
■ BRASIL IMPÉRIO	273
O PERÍODO JOANINO	273
A Transferência da Corte Portuguesa para o Brasil; O Governo de D. João VI no Brasil: Política Interna e Externa; A Revolução do Porto e Partida da Família Real.....	273
A INDEPENDÊNCIA DO BRASIL	274
Fatores que levaram à Independência do Brasil.....	274
O Grito do Ipiranga	274
O PRIMEIRO REINADO.....	275
Panorama Político-Partidário; A Constituição de 1824; Panorama Interno: Autoritarismo do Imperador, Crise Econômica.....	275
Panorama Externo: a Guerra da Cisplatina; A Guerra de Independência; A Abdicação de D. Pedro I.....	275
PERÍODO REGENCIAL.....	275
A Regência de D. Pedro; Panorama Político-Partidário Conflituoso: Restauradores, Liberais Moderados e Republicanos	275
A Regência Trina Provisória.....	275
A Regência Trina Permanente	275
O Ato Adicional de 1834	275
As Regências Unas	275
As Revoltas Regenciais: Cabanagem, Balaiada, Malês, Sabinada e Farroupilha	276
A Ação Pacificadora de Caxias: Balaiada, Farroupilha e Revoltas Liberais de 1842.....	276
O SEGUNDO REINADO	276
Antecipação da Maioridade de D. Pedro II	276
Panorama Político-Partidário do II Império: Conservadores e Liberais; Rivalidades Iniciais; as Revoltas Liberais de 1842; Conciliação; O Parlamentarismo Brasileiro	276
A Economia e Sociedade Cafeeiras.....	277
A Breve Era Mauá	277
Política Externa: Campanha Contra Oribe e Rosas; A Questão Christie; a Campanha Contra Aguirre; a Guerra da Tríplice Aliança; o Comando Vitorioso de Caxias na Guerra da Tríplice Aliança.....	277
A Imigração Europeia	277
A Abolição da Escravatura	278

A Crise do Império: Questão Religiosa; Republicanismo; Questão Militar; Positivismo; a Proclamação da República	278
■ BRASIL REPÚBLICA	279
A REPÚBLICA VELHA	279
A República da Espada: os Governos de Deodoro e de Floriano Peixoto	279
Guerras de Canudos (1896 - 1898) e Contestado (1912 - 1916)	279
As Revoltas da Armada	280
O Tenentismo, as Revoltas de 1922 - 1924 e a "Coluna Prestes"	281
A Revolução Federalista	281
A República Oligárquica: Caracterização: "Coronelismo", "Voto de Cabresto", Política do "Café Com Leite", Política de Valorização do Café, "Política dos Governadores"; A Constituição de 1891	281
Algumas Revoltas Sociais da República Velha: Revolta da Chibata, Revolta da Vacina, o Fenômeno do Cangaço	282
A Ruptura Oligárquica e a Revolução de 1930	283
A ERA VARGAS	283
O Governo Provisório; A Revolução Constitucionalista de 1932; Governo Constitucional de Vargas; A Constituição de 1934; Radicalização Ideológica: Comunistas Versus Integralistas; a Intentona Comunista de 1935; a Revolta Integralista de 1938	283
O Estado Novo (1937 - 1945); a CLT; A Saída de Vargas do Poder	285
O Brasil na II Guerra Mundial: Fatores que Levaram o Brasil a Participar do Conflito; a Campanha da FEB	286
A REPÚBLICA BRASILEIRA ENTRE 1945 E 1985	286
Governo Dutra	286
Segundo Governo Vargas	287
Governo JK	287
Governo Jânio	288
Governo "Jango"	289
Governo Castello Branco	290
Governo Costa e Silva	291
Governo Médici	291
Governo Geisel	291
Governo Figueiredo	292
A NOVA REPÚBLICA (DE 1985 ATÉ 2000)	292
O Governo Sarney; Crise e Hiperinflação da Década de 80; Os Planos Cruzado, Bresser e Verão – Caracterização e Razões do Insucesso	292
A Constituição de 1988	292
O Governo Collor; O Plano Collor; O Impeachment de Collor; O Governo Itamar Franco	292
O Plano Real; Os Governos de Fernando Henrique Cardoso até os dias atuais	293

GEOGRAFIA DO BRASIL.....	301
■ O ESPAÇO NATURAL, RECURSOS ESTRATÉGICOS E IMPACTOS AMBIENTAIS.....	301
CARACTERÍSTICAS GERAIS DO TERRITÓRIO BRASILEIRO.....	301
Posição Geográfica.....	301
Limites e Fusos Horários.....	301
ESTRUTURA GEOLÓGICA, GEOMORFOLOGIA.....	302
Origem, Formas E Classificações Do Relevo.....	302
TIPOS DE SOLOS BRASILEIROS.....	304
A ATMOSFERA E OS CLIMAS.....	305
Fenômenos Climáticos.....	305
Os Climas no Brasil.....	308
BIOMAS, HOTSPOTS E BIODIVERSIDADE.....	308
Distribuição da Vegetação.....	308
Características Gerais dos Domínios Morfoclimáticos.....	310
Aquíferos.....	317
Hidrovias.....	317
RECURSOS HÍDRICOS.....	317
Bacias Hidrográficas.....	317
DEGRADAÇÃO AMBIENTAL.....	321
O APROVEITAMENTO ECONÔMICO DOS RECURSOS NATURAIS E AS ATIVIDADES ECONÔMICAS.....	321
Os Recursos Minerais.....	321
FONTES DE ENERGIA, MATRIZ ENERGÉTICA BRASILEIRA E MEIO AMBIENTE.....	321
O Setor Mineral e os Grandes Projetos de Mineração.....	323
■ O ESPAÇO ECONÔMICO.....	323
A FORMAÇÃO DO TERRITÓRIO NACIONAL.....	323
Ciclos Econômicos e a Expansão do Território.....	323
Da Cafeicultura ao Brasil Urbano Industrial.....	325
Integração Territorial.....	326
A INDUSTRIALIZAÇÃO PÓS-SEGUNDA GUERRA MUNDIAL.....	326
MODELO DE SUBSTITUIÇÃO DAS IMPORTAÇÕES, ABERTURA PARA INVESTIMENTOS ESTRANGEIROS.....	326
Dinâmica Espacial da Indústria.....	326
Polos Industriais.....	326

A Indústria nas Diferentes Regiões Brasileiras e a Reestruturação Produtiva.....	326
AGRICULTURA BRASILEIRA	327
Dinâmicas Territoriais Da Economia Rural	327
A Modernização da Agricultura	328
Êxodo Rural.....	329
Agronegócio e a Produção Agropecuária Brasileira.....	329
COMÉRCIO	330
Globalização E Economia Nacional.....	330
Comércio Exterior	330
Integração Regional (Mercosul e Principais Parceiros Econômicos)	331
Eixos de Circulação e Custos de Deslocamento	331
■ O ESPAÇO POLÍTICO.....	333
FORMAÇÃO TERRITORIAL.....	333
Território, Fronteiras, Faixa de Fronteiras	333
Mar Territorial.....	333
Zona Econômica Exclusiva Brasileira (ZEE).....	333
ESTRUTURA POLÍTICO-ADMINISTRATIVA, ESTADOS, MUNICÍPIOS, DISTRITO FEDERAL E TERRITÓRIOS FEDERAIS.....	334
A DIVISÃO REGIONAL, SEGUNDO O IBGE, E OS COMPLEXOS REGIONAIS E POLÍTICAS PÚBLICAS	337
■ O ESPAÇO HUMANO	340
DEMOGRAFIA.....	340
Transição Demográfica	340
Crescimento Populacional.....	340
Estrutura Etária e Política Demográfica	341
Mobilidade Espacial (Migrações Internas e Externas)	341
MERCADO DE TRABALHO.....	343
Estrutura Ocupacional	343
DESENVOLVIMENTO HUMANO	344
Os Indicadores Socioeconômicos.....	344
Rede Urbana, Hierarquia Urbana e Regiões Metropolitanas	346
REGIÕES INTEGRADAS DE DESENVOLVIMENTO (RIDE), ESPAÇO URBANO E PROBLEMAS URBANOS.....	347

INGLÊS	351
■ SUBSTANTIVOS (NOUNS)	351
GÊNERO	351
SUBSTANTIVOS CONTÁVEIS, INCONTÁVEIS E NÚMERO DOS SUBSTANTIVOS CONTÁVEIS NO SINGULAR E NO PLURAL	352
CASO GENITIVO/POSSESSIVO COM O GENITIVO SAXÃO'S E COM A PREPOSIÇÃO OF	353
■ PRONOMES (PRONOUNS)	354
PRONOMES PESSOAIS	354
PRONOMES REFLEXIVOS	354
PRONOMES E ADJETIVOS DEMONSTRATIVOS.....	355
PRONOMES E ADJETIVOS POSSESSIVOS	355
PRONOMES E ADJETIVOS INTERROGATIVOS (QUESTION WORDS)	356
ADJETIVOS INDEFINIDOS E PRONOMES INDEFINIDOS.....	357
QUANTIFICADORES.....	358
■ ARTIGOS (ARTICLES)	359
ARTIGO DEFINIDO THE.....	359
ARTIGO INDEFINIDO A/AN.....	360
■ ADJETIVOS (ADJECTIVES): FORMAS E USOS, POSIÇÃO DOS ADJETIVOS E GRAUS DO ADJETIVO	361
■ ADVÉRBIOS (ADVERBS): FORMAS E USOS, POSIÇÃO DOS ADVÉRBIOS E GRAUS DO ADVÉRBIO	366
■ VERBOS (VERBS)	370
VERBOS NO TEMPO PRESENTE SIMPLES (SIMPLE PRESENT)	370
VERBOS NO PRESENTE CONTÍNUO (PRESENT CONTINUOUS)	373
VERBOS NO PASSADO SIMPLES (PAST SIMPLE)	374
VERBOS NO PASSADO CONTÍNUO (PAST CONTINUOUS)	375
VERBOS NO FUTURO IMEDIATO (FUTURE WITH GOING TO) E VERBOS NO FUTURO COM SHALL/WILL (SIMPLE FUTURE)	376
VERBOS NO PRESENTE PERFEITO (PRESENT PERFECT)	377
VERBOS MODAIS	378
Can	378
May.....	378

Could	378
Might	378
Should	378
Must	378
Would	379
Ought To.....	379
VERBOS NO MODO IMPERATIVO (IMPERATIVE).....	379
FORMAS DO INFINITIVO E GERÚNDIO (INFINTIVE AND GERUND).....	379
VERBOS FRASAIS (PHRASAL VERBS).....	380
TAG QUESTIONS.....	380
■ PREPOSIÇÕES (PREPOSITIONS).....	385
PREPOSIÇÕES DE TEMPO, LUGAR.....	385
PREPOSIÇÕES DE MOVIMENTO E FORMAS DE TRANSPORTE	388

MATEMÁTICA

NOÇÕES DE CONJUNTOS E DE RACIOCÍNIO LÓGICO

A **Teoria de Conjuntos** dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à matemática como, por exemplo: funções, probabilidade, análise combinatória, polinômios, progressões (aritméticas e geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por essa teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

NOÇÕES PRIMITIVAS

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

Conjuntos

Os **conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas maiúsculas: A, B, C etc.

Alguns exemplos de conjuntos:

- **M** = {janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro} é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- **P** = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} é o conjunto dos números primos até 19;
- **N** = {Estados Unidos, Canadá, México} é o conjunto dos países da América do Norte.

Elementos

Os **elementos** referem-se aos objetos inerentes aos conjuntos, separados por vírgulas ou por ponto e vírgula. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos conjuntos apresentados são elementos destes. Veja outro exemplo:

- **V** = {0, 2, 4, 5, 6}. Neste caso, os números 0, 2, 4, 5 e 6 são elementos do conjunto V.

Relação de Pertinência

A **relação de pertinência** entre conjunto e elemento estabelece a identificação entre eles. Para tanto utilizamos os símbolos \in (pertence) ou \notin (não pertence). Observe o conjunto a seguir para compreender melhor:

- **R** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}:
 - o número 7 não pertence ao conjunto R, ou seja, $7 \notin R$;
 - o número 3 pertence ao conjunto R, ou seja, $3 \in R$.

REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

Existem três maneiras distintas de se apresentar conjuntos:

- analítica,
- sintética;
- diagrama de Euler-Venn (ou, simplesmente, diagrama).

Na representação **analítica**, destaca-se cada um dos elementos que pertencem a um determinado conjunto.

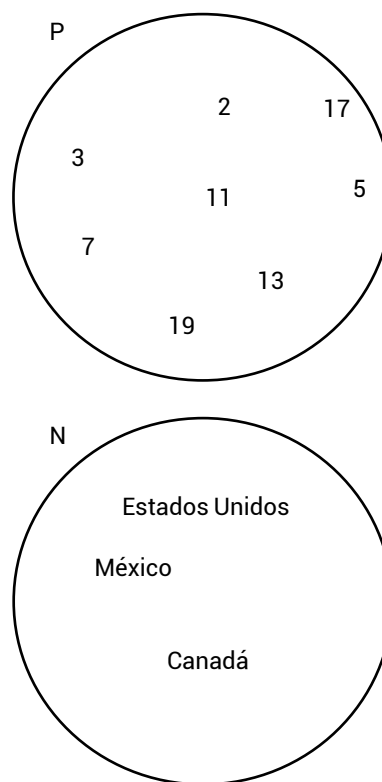
- $A = \{\text{azul, amarelo, vermelho}\}$.

Na representação **sintética**, devemos destacar uma característica que seja comum a todos os elementos pertencentes a um conjunto qualquer.

- $A = \{x \mid x \text{ é cor primária}\}$:
 - lê-se $x \mid x$ como “x é tal que x tem a propriedade”.

Na representação por **diagramas**, devemos definir uma região (normalmente um círculo) onde devem ser representados todos os elementos pertencentes ao conjunto. Importante não esquecer de nomear o conjunto.

Observe as situações abaixo, que são exemplos desta representação:



Representação de conjuntos por diagramas

CONJUNTO UNITÁRIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto unitário** quando ele apresentar exatamente um único elemento (ou objeto).

São **exemplos** de conjuntos unitários:

- $H = \{1986\}$ é o conjunto formado pelo ano do século XX em que o cometa Halley pôde ser visto por quem estava na Terra. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, 1986;
- $F = \{\text{Michael Phelps}\}$ é o conjunto formado pelo esportista que mais ganhou medalhas olímpicas. Observe que este conjunto apresenta somente um único elemento, ou seja, ele é composto pelo medalhista norte-americano Michael Phelps (ganhador de 28 medalhas olímpicas, em um total de quatro Olimpíadas que participou);
- $L = \{2\}$ é o conjunto dos números primos pares. Neste caso, a este conjunto pertence somente o número 2.

CONJUNTO VAZIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um conjunto vazio é: $\{\}$ ou \emptyset .

IMPORTANTE!

É muito comum as pessoas representarem o conjunto vazio da seguinte maneira: $\{\emptyset\}$. Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio. Então, para não cometer esse equívoco, utilize $\{\}$ ou \emptyset , e nunca as duas representações ao mesmo tempo.

São **exemplos** de conjuntos vazios:

- conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- número primo irracional;
- seleção de futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

CONJUNTO UNIVERSO

Um determinado conjunto recebe o nome de **conjunto universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

No **exemplo** abaixo, o conjunto universo considerado poderia ser o seguinte:

- se fossemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do ensino médio de uma escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso **conjunto universo** poderia ser representado pela turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola onde ele estuda. Percebamos que, nesse caso, dá para escolher mais de um conjunto universo.

Você poderá escolher o conjunto universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse. Dentre eles, você selecionará aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

CONJUNTOS IGUAIS

Dois conjuntos A e B são **iguais** quando todos os elementos de A pertencem a B, e vice-versa.

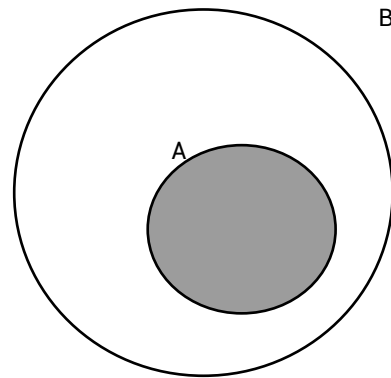
A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$. Lê-se: A é igual a B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A se, e somente se, x pertence a B.

SUBCONJUNTOS

Um conjunto A é **subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertencer também a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$. Lê-se: A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Subconjunto A do conjunto B

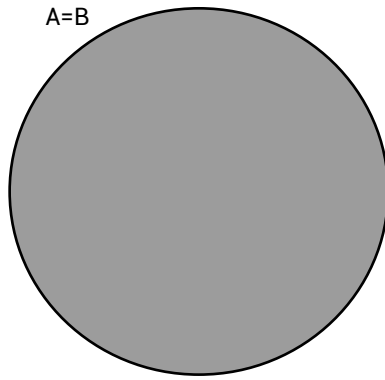
Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A automaticamente pertence também a B.

É desta maneira que representamos por diagramas a relação de inclusão $A \subset B$. Concluímos que A é subconjunto de B.

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos (ali vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos \in ou \notin), quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- \subset (está contido) ou;
- $\not\subset$ (não está contido) ou;
- \supset (contém) ou;
- $\not\supset$ (não contém).

Dá-se o nome de **subconjunto impróprio** de B à seguinte situação:



Subconjunto Impróprio de B

Ou seja, subconjunto impróprio é aquele que é o próprio conjunto.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ e } B \subset A)$. Lê-se: A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A.

CONJUNTO DAS PARTES OU PARTIÇÃO

Dado um conjunto A, chama-se **conjunto das partes** (ou partição) de A aquele que é formado por todos os subconjuntos de A. Sua representação é dada por $P(A)$.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $P(A) = \{X \mid X \subset A\}$, onde X é subconjunto de A. Lê-se: X é tal que, X está contido em A.

Por intermédio do conjunto das partes de um determinado conjunto dado (A, por exemplo), podemos reforçar aquilo que talvez você já tenha percebido intuitivamente, ou seja, **um conjunto pode ser elemento de outro conjunto**.

Antes de apresentarmos um exemplo que possa ilustrar esta situação, uma **propriedade importante** deve ser destacada: o número de elementos de $P(A)$ é dado por 2^n , em que n é o número de elementos do conjunto A.

- **Exemplo 1:** determine o conjunto das partes de $B = \{1, 2, 3, 4\}$.

■ Resposta:

$$P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}, \emptyset\}$$

Observe que temos acima representados todos os subconjuntos do conjunto B, ou seja, $P(B)$. Atenção especial deve ser dada aos elementos $\{1, 2, 3, 4\}$ (perceba que é o próprio conjunto B, pois todo conjunto está contido nele mesmo) e \emptyset (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^4 = 16$ subconjuntos.

- **Exemplo 2:** determine o conjunto das partes de $C = \{1, 2, 3\}$.

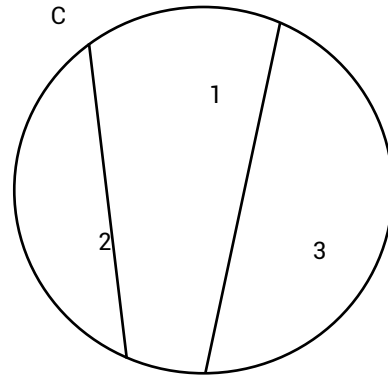
■ Resposta:

$$P(C) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}, \emptyset\}$$

Observe que temos acima representados todos os subconjuntos do conjunto C, ou seja, $P(C)$. Atenção especial deve ser dada aos elementos, que aqui são conjuntos, $\{1, 2, 3\}$ (perceba que é o próprio conjunto C, pois todo conjunto está contido nele mesmo) e \emptyset (o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto).

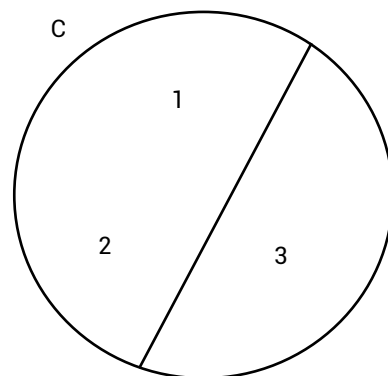
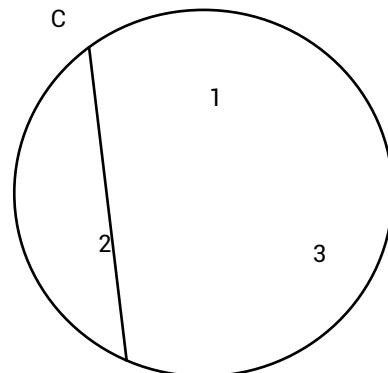
Observe também que a quantidade de elementos é dada por $2^n = 2^3 = 8$ subconjuntos.

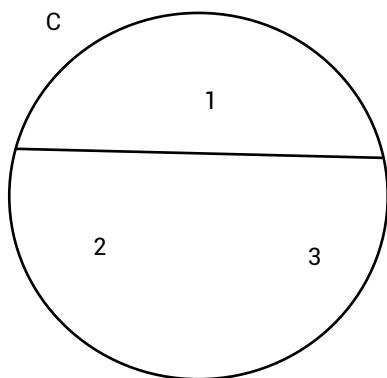
Vamos utilizar diagramas para entender melhor a importância da partição do conjunto C:



Partição do conjunto C, com elementos tomados um a um

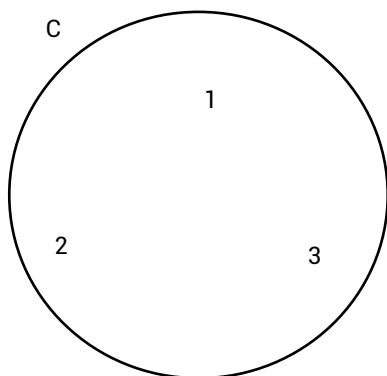
Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 1 a 1, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: $\{1\}$, $\{2\}$ e $\{3\}$.





Partições do conjunto C, com elementos tomados dois a dois

Situação que apresenta cada um dos elementos de C tomados 2 a 2, ou seja, 3 subconjuntos aparecem claramente separados: {1, 3}, {1, 2}, {2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente à repetição de elementos na teoria de conjuntos, ou seja, os elementos {1}, {2} e {3} aqui aparecem repetidos, mas já foram tomados na primeira situação abordada neste exemplo, portanto, você não irá tomá-los novamente.



Partição do conjunto C, com elementos tomados 3 a 3

Situação que apresenta o próprio conjunto C tomado 3 a 3, ou seja, 1 subconjunto aparece claramente: {1, 2, 3}. Perceba que aqui vale a observação referente ao fato de que todo conjunto está contido nele mesmo.

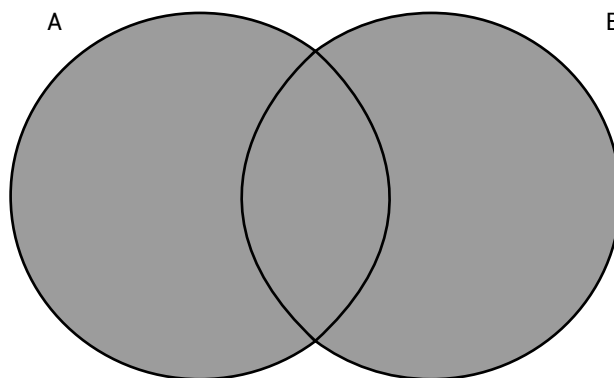
OPERAÇÕES

União

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **união** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **ou** a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A união com B são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



União dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cup B$ (A união com B) são aqueles que pertencem exclusivamente a A, unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B, unidos com aqueles que pertencem à interseção (como veremos a seguir).

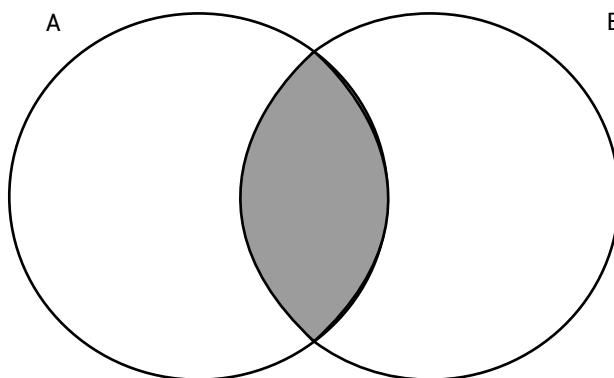
É desta maneira que representamos por diagramas a relação de disjunção lógica $A \cup B$.

Interseção

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **interseção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A **e** a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A interseção com B são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Interseção dos conjuntos A e B

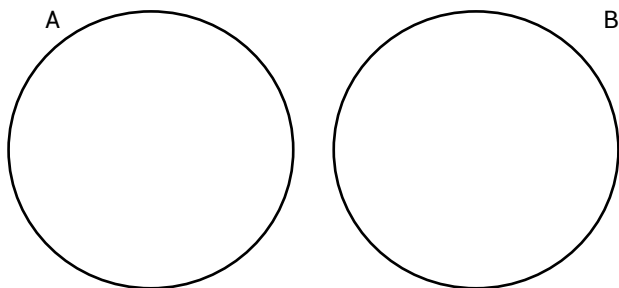
Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cap B$ (A interseção com B) são aqueles que pertencem a A e a B simultaneamente.

É desta maneira que representamos por diagramas a relação de conjunção lógica $A \cap B$.

Dica

Existe uma diferença entre **conjuntos disjuntos** (intersecção vazia) e **conjuntos intersecantes** (intersecção não vazia).

Acima, por diagramas, representamos dois conjuntos A e B intersecantes. Veja na figura abaixo como devemos representar **conjuntos disjuntos**.

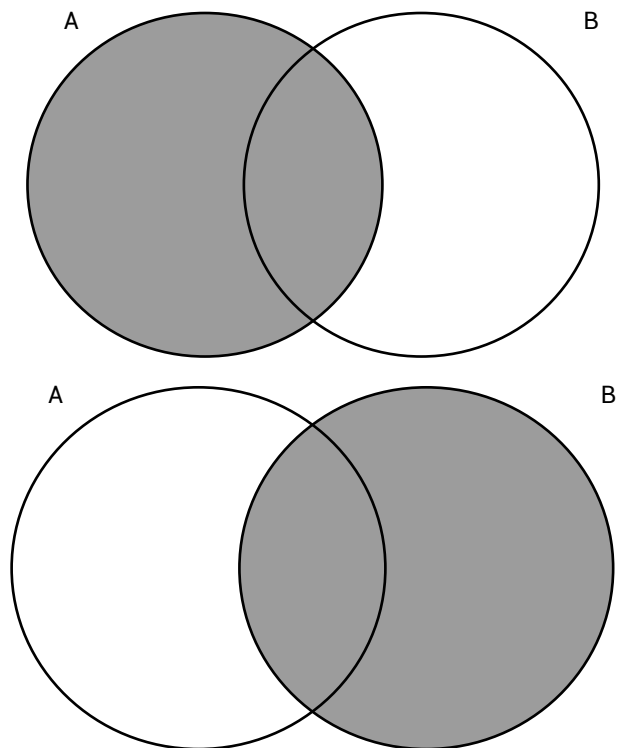


Conjuntos A e B disjuntos

Apresentadas as operações de união e intersecção entre dois ou mais conjuntos (isso mesmo, você poderia expandir o que aprendemos nestes dois últimos tópicos para 3 ou 4 conjuntos por exemplo), um princípio é de extrema importância para não contabilizarmos a mais a quantidade de elementos de um conjunto qualquer.

Trata-se do **princípio da inclusão-exclusão**, cuja notação (mais rigorosa e carregada de símbolos) é a seguinte: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (lê-se: o número de elementos do conjunto A união com B é dado pelo número de elementos de A, somado com o número de elementos de B, menos o número de elementos de A intersecção com B).

Observe as seguintes passagens a seguir para constatar a veracidade do princípio:



Intersecção em relação ao Princípio da Inclusão-Exclusão

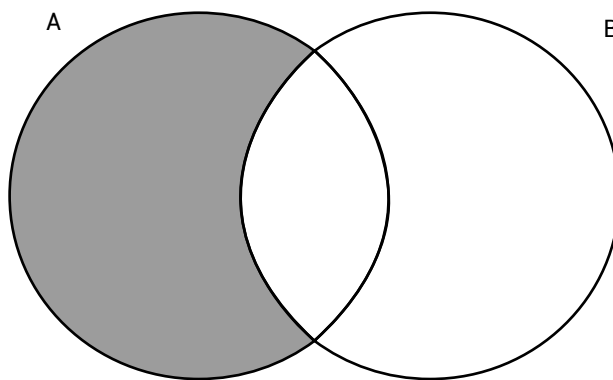
Observe acima que ao representarmos na figura (à esquerda) o conjunto A, automaticamente a intersecção de A com B ($A \cap B$) foi adicionada, pois ela está contida em A ($(A \cap B) \subset A$). O mesmo ocorre em relação ao conjunto B: automaticamente a intersecção de A com B ($A \cap B$) foi adicionada (figura à direita), pois ela está contida em B ($(A \cap B) \subset B$). Portanto temos que **eliminar a intersecção uma vez** (correspondente ao termo $n(A \cap B)$ no **princípio da inclusão-exclusão**), para que esta contagem não seja excedida.

Diferença

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença** entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Lê-se: os elementos do conjunto A diferença com B são representados por x, tal que x pertence a A e x não pertence a B).

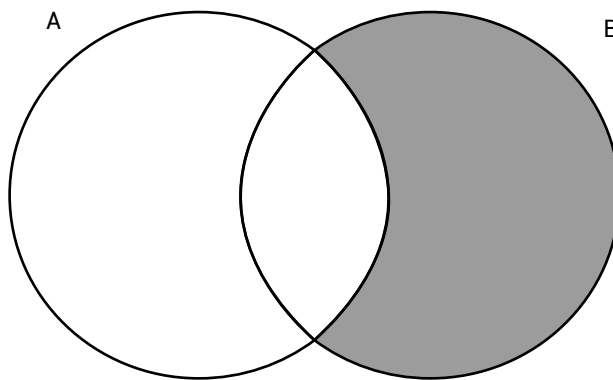
Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto A diferença com B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A - B$ (A diferença com B) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto A.

Da mesma maneira podemos definir o conjunto $B - A$ (B diferença com A) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto B (veja figura a seguir).



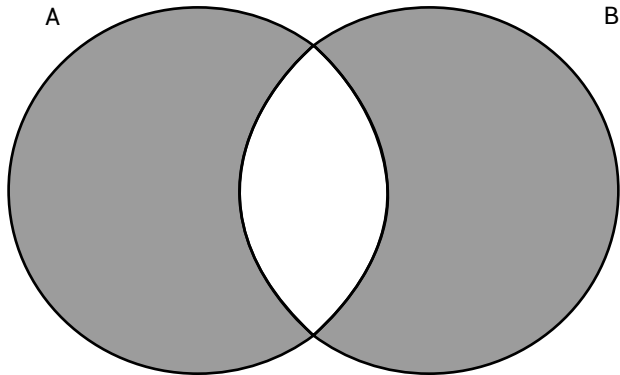
Conjunto B diferença com A

Diferença Simétrica de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença simétrica** de A com B o conjunto formado pelos elementos que pertencem exclusivamente a A ou a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$. Lê-se: os elementos do conjunto A diferença simétrica com B são representados pela diferença entre o conjunto A união com B e A intersecção com B, ou, ainda, esse mesmo conjunto pode ser representado pela união entre a diferença de A com B e de B com A.

Por **diagramas** poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:



Conjunto Diferença Simétrica de A com B

COMPLEMENTAR DE B EM RELAÇÃO A A

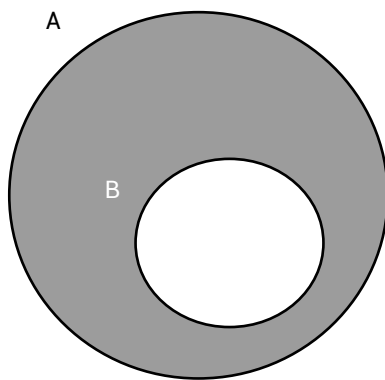
Complementar

Dados dois conjuntos A e B, tais que $B \subset A$, chama-se **complementar** de B em relação a A o conjunto $A - B$, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $C_A^B = A - B$. Lê-se: complementar de B em relação a A, equivale à A diferença com B.

O complementar de B em relação a A também pode ser representado por: \bar{B} ou B^c .

Por **diagramas** poderíamos representar essa situação da seguinte maneira:



Conjunto Complementar de B em relação a A

IMPORTANTE!

O conjunto $C_A^B = \bar{B} = B^c$ só será diferente do conjunto vazio (\emptyset) se for respeitada a restrição de que B é complementar a A, isto é, que B pertence a A e está contido em tal.

PROPRIEDADES E OBSERVAÇÕES

A Ordem Não Interfere

Observe o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Se trocarmos a ordem dos elementos deste conjunto, como por exemplo $\{3, 1, 4, 2\}$, este conjunto continua recebendo o nome de A, pois apresenta os mesmos elementos (mesmo estando estes em ordem distinta daquela apresentada inicialmente). Portanto, variações do conjunto A (outras possíveis são: $\{1, 3, 4, 2\}$, $\{4, 3, 1, 2\}$, $\{2, 3, 4, 1\}$ etc.) no que tange a ordem dos elementos não interferem em sua nomenclatura.

A Repetição Não Interfere

Observe o mesmo conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Se repetirmos os elementos deste conjunto, como por exemplo $\{2, 2, 3, 4, 4, 1, 1, 1\}$, este conjunto continua recebendo o nome de A, pois apresenta os mesmos elementos (mesmo estando repetidos).

Cabe destacar que, neste caso, a quantidade de elementos continua sendo a mesma, ou seja, 4 elementos pertencem ao conjunto A. Portanto, as variações do conjunto A (outras possíveis são: $\{1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4\}$, $\{1, 2, 3, 3, 3, 4\}$, $\{4, 4, 2, 2, 3, 1, 4\}$ etc.), no que tange à repetição dos elementos, não interferem em sua nomenclatura.

O Conjunto Vazio Está Contido em Qualquer Conjunto

Representamos essa situação da seguinte maneira: $\emptyset \subset A$. Apesar de parecer insignificante em um primeiro momento, esta propriedade é **extremamente importante** para a simplificação de demonstrações de teoremas. Sem ela, diversas situações envolvendo conjuntos teriam suas “comprovações” apresentadas de uma maneira muito mais extenuante (cansativa).

Todo Conjunto Está Contido em Si Mesmo

Representamos esta situação da seguinte maneira: $A \subset A$. Também aparentemente insignificante, esta propriedade tem seu “lugar de destaque” no contexto da Teoria de Conjuntos e é extremamente útil no que se refere à simplificação de demonstrações de Teoremas. Ela também recebe o nome de Propriedade Reflexiva.

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS E INTEIROS: OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Números Naturais

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra N, e podemos escrever os seus elementos entre chaves: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \dots\}$.

Os três pontos, conhecidos como reticências, indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de “contagem natural”. Utiliza-se o símbolo N^* para designar os números naturais positivos (excluindo o zero). Veja: $N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$.

IMPORTANTE!

O símbolo do conjunto dos números naturais é a letra N , e podemos ter, ainda, o símbolo N^* , que representa os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero.

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- **Sucessor:** é o próximo número natural.
 - **Exemplo:** o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. Ou seja, o sucessor do número “ n ” é o número “ $n + 1$ ”.
- **Antecessor:** é o número natural anterior.
 - **Exemplo:** o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. Ou seja, o antecessor do número “ n ” é o número “ $n - 1$ ”;
- **Números consecutivos:** são números em sequência.
 - **Exemplo:** 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim, ($n - 1$, n e $n + 1$) são números consecutivos;
- **Números naturais pares:** são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso, o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares;
- **Números naturais ímpares:** ao serem divididos por 2, deixam o resto 1;
- **Todos** os números que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são **ímpares**.

Também é importante lembrar que:

- a soma ou subtração de dois números pares tem resultado par:

$$12 + 8 = 20 \quad | \quad 12 - 8 = 4$$

- a soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par:

$$13 + 7 = 20 \quad | \quad 13 - 7 = 6$$

- a soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar:

$$14 + 5 = 19 \quad | \quad 14 - 5 = 9$$

- a multiplicação de números pares tem resultado par:

$$8 \cdot 6 = 48$$

- a multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:

$$3 \cdot 7 = 21$$

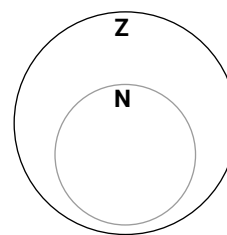
- a multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:

$$4 \cdot 5 = 20$$

Números Inteiros

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja: $Z = \{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$.

O símbolo desse conjunto é a letra Z . Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Sendo assim, podemos representar por meio de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros, ou, ainda, que N é um subconjunto de Z . Observe:



Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- Números inteiros não negativos: $\{4, 5, 6, \dots\}$. Veja que são os números naturais;
- Números inteiros não positivos: $\{\dots, -3, -2, -1, 0\}$. Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- Números inteiros negativos: $\{\dots, -3, -2, -1\}$. O zero não faz parte;
- Números inteiros positivos: $\{5, 6, 7, \dots\}$. Novamente, o zero não faz parte.

Operações com Números Inteiros

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é: $20 + 5 = 25$.

Veja mais alguns exemplos:

- Adição de 15 e 3: $15 + 3 = 18$;
- Adição de 55 e 30: $55 + 30 = 85$.

- **Principais Propriedades da Operação de Adição**

- **Propriedade comutativa:** a ordem dos números não altera a soma $\rightarrow 115 + 35$ é igual a $35 + 115$;
- **Propriedade associativa:** quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles primeiramente, e, depois, somar o outro. Independentemente da ordem, vamos obter o mesmo resultado $\rightarrow 2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10$;

- **Elemento neutro:** o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo $\rightarrow 27 + 0 = 27$; $55 + 0 = 55$;
- **Propriedade do fechamento:** a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro. Exemplo: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 ($8 + 2 = 10$).

Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir de um deles o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando 13: $20 - 7 = 13$.

Veja mais alguns exemplos:

- Subtrair 5 de 16: $16 - 5 = 11$;
- 10 subtraído de 30: $30 - 10 = 20$.
- **Principais Propriedades da Operação de Subtração**
 - **Elemento neutro:** o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado $\rightarrow 13 - 0 = 13$;
 - **Propriedade do fechamento:** a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro $\rightarrow 33 - 10 = 23$.

Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja: a multiplicação $20 \cdot 3$ é igual à soma do número 20 três vezes ($20 + 20 + 20$), ou à soma do número 3 vinte vezes ($3 + 3 + 3 + \dots + 3$).

Algo que é muito importante e que deve ser sempre lembrado são as regras de sinais na multiplicação de números.

SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Atenção:

- a multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo: $51 \cdot 2 = 102$; $(-33) \cdot (-3) = 99$;
- a multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo: $25 \cdot (-4) = -100$; $(-15) \cdot 5 = -75$.
- **Principais Propriedades da Operação de Multiplicação**
 - **Propriedade comutativa:** $A \cdot B$ é igual a $B \cdot A$, ou seja, a ordem não altera o resultado $\rightarrow 8 \cdot 5 = 5 \cdot 8 = 40$;
 - **Propriedade associativa:** $(A \cdot B) \cdot C$ é igual a $(C \cdot B) \cdot A$, que é igual a $(A \cdot C) \cdot B \rightarrow (3 \cdot 4) \cdot 2 = 3 \cdot (4 \cdot 2) = (3 \cdot 2) \cdot 4 = 24$;

- **Elemento neutro:** a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, esse número permanecerá inalterado $\rightarrow 15 \cdot 1 = 15$;
- **Propriedade do fechamento:** a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro $\rightarrow 9 \cdot 5 = 45$;
- **Propriedade distributiva:** essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica: $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$, ou seja, $3 \cdot (5 + 7) = 3 \cdot (12) = 36$.

Usando a propriedade: $3 \cdot (5 + 7) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 15 + 21 = 36$.

Divisão

Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.

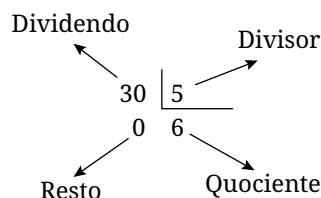
Exemplo: temos 50 balas e queremos dividir entre 10 pessoas, isto é, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso, teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos $10 \cdot 5 = 50$. Ou, ainda, podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja, $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 50$.

Algo que é muito importante e que deve ser lembrado são as regras de sinais na divisão de números, que é a mesma regra de sinais para a multiplicação de números.

SINAIS NA DIVISÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Atenção:

Esquematizando:



$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} \cdot \text{Quociente} + \text{Resto}$$

$$30 = 5 \cdot 6 + 0$$

● Principais Propriedades da Operação de Divisão

- **Elemento neutro:** a unidade (1) é o elemento neutro da divisão, pois, ao dividir qualquer número por 1, o resultado será o próprio número $\rightarrow 15 \div 1 = 15$.

SE LIGA!

A divisão não possui propriedade do fechamento, diferenciando-se das demais operações com números inteiros. A divisão não possui essa propriedade, uma vez que, ao dividir números inteiros, podemos obter resultados fracionários ou decimais: $2 \div 10 = 0,2$ (não pertence ao conjunto dos números inteiros).

NÚMEROS PRIMOS

Um **número natural** é definido como primo se tiver exatamente dois divisores: o número 1 e ele mesmo. Contudo, temos que, por definição, os números 0 e 1 não são números primos. Lembre-se de que o 2 é o único número par que também é primo!

IMPORTANTE!

Não há consenso sobre haver ou não números primos negativos. Contudo, para seu conhecimento, o conceito de primalidade para números inteiros é diferente. O número p precisa ser divisível por 1, -1 , p e $-p$, isto é, precisa ser dividido por 1, -1 , por ele mesmo e pelo seu inverso.

Para identificar um número primo, é necessário analisar seus divisores. Para isso, vamos estudar um pouco mais a fundo múltiplos e divisores de um número.

FATORAÇÃO, NÚMERO DE DIVISORES E MÁXIMO DIVISOR COMUM

O Máximo Divisor Comum de dois ou mais números é o maior número que é divisor comum de todos os números dados.

Exemplo: encontrar o MDC entre 18 e 24.

- Divisores naturais de 18: $D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$;
- Divisores naturais de 24: $D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

Pode-se escrever, agora, os divisores comuns a 18 e 24: $D(18) \cap D(24) = \{1, 2, 3, 6\}$.

Observando os divisores comuns, podemos identificar o maior divisor comum dos números 18 e 24, ou seja: $MDC(18,24) = 6$.

Outra técnica para o cálculo do MDC é a **decomposição em fatores primos**. Para obter o MDC de dois ou mais números por este processo, decompõe-se cada número dado em fatores primos.

O MDC é o produto dos fatores comuns obtidos, cada um deles elevado ao seu menor expoente.

Vamos, então, achar o MDC entre 300 e 504.

300	2	504	2
150	2	252	2
75	3	126	2
25	5	63	3
5	5	21	3
1		7	7
		1	

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \quad 504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

Veja que o 2 e o 3 se repetem em ambas as fatorações, então pegaremos eles com seus menores expoentes para calcular o MDC, ou seja, 2^2 e 3.

$$MDC(300, 504) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

O Mínimo Múltiplo Comum de dois ou mais números é o menor número positivo que é múltiplo comum de todos os números dados.

Exemplo: encontrar o MMC entre 8 e 6.

- Múltiplos positivos de 6: $M(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, \dots\}$;
- Múltiplos positivos de 8: $M(8) = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, \dots\}$.

Podem-se escrever, agora, os múltiplos positivos comuns: $M(6) \cap M(8) = \{24, 48, 72, \dots\}$

Observando os múltiplos comuns, pode-se identificar o Mínimo Múltiplo Comum dos números 6 e 8, ou seja: $MMC(6,8) = 24$.

Temos outra técnica para o cálculo do MMC, que é a **decomposição isolada em fatores primos**. Para obter o MMC de dois ou mais números por este processo, é necessário decompor cada número dado em fatores primos.

O MMC é o produto dos fatores comuns e não comuns, cada um deles elevado ao seu maior expoente.

Vamos, então, achar o MMC entre 18 e 120.

18	2	120	2
9	3	60	3
3	3	30	3
1		15	3
		5	5
		1	

$$18 = 2 \cdot 3^2 \quad 120 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

Vamos, agora, multiplicar os fatores comuns e não comuns elevados ao seu maior expoente:

$$MMC(18,120) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$$

CONJUNTO DOS NÚMEROS

Os conjuntos numéricos reúnem diversos conjuntos cujos elementos são números. Eles são formados pelos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.

O ramo da matemática que estuda os conjuntos numéricos é a teoria dos conjuntos.

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

O conjunto dos números naturais é representado por N . Ele reúne os números que usamos para contar (incluindo o zero) e é infinito.

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

O conjunto dos números inteiros é representado por Z . Ele reúne todos os elementos dos números naturais (N) e seus opostos. Assim, conclui-se que N é um subconjunto de Z ($N \subset Z$).

Subconjuntos dos Números Inteiros

- $Z^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ou $Z^* = Z - \{0\}$: conjunto dos números inteiros não nulos, ou seja, sem o zero;
- $Z_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$: conjunto dos números inteiros e não negativos. Note que $Z_+ = N$;
- $Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$: conjunto dos números inteiros positivos e não nulos;
- $Z_- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$: conjunto dos números inteiros não positivos;
- $Z^{*-} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$: conjunto dos números inteiros negativos e não nulos.

REPRESENTAÇÃO NA RETA NUMÉRICA, MÓDULO, SIMÉTRICO E OPOSTO, REPRESENTAÇÃO DECIMAL, OPERAÇÕES COM INTERVALOS REAIS

A representação de números na reta numérica é uma forma visual de entender a relação entre diferentes valores. Cada ponto na reta corresponde a um número real, e a distância entre dois pontos reflete a diferença entre seus valores.

Módulo (ou Valor Absoluto)

O módulo de um número real é a sua distância até o zero na reta numérica, sempre considerada positiva. Matematicamente, o módulo de um número (x) é denotado por ($|x|$). Por exemplo, ($|3| = 3$) e ($|-3| = 3$).

Simétrico e Oposto:

O simétrico (ou oposto) de um número (x) é o número ($-x$), que está na mesma distância de zero na reta numérica, mas no lado oposto. Por exemplo, o simétrico de 3 é -3.

Representação Decimal:

A representação decimal de um número real é a forma de expressá-lo na base 10. Números podem ser inteiros, como 5, ou decimais, como 5.75.

Operações com Intervalos Reais:

Intervalos reais são conjuntos de números reais entre dois valores, que podem ser limitados ou ilimitados. As operações com intervalos incluem união, interseção e diferença. Vejamos um exemplo:

Considere os intervalos ($A = [1, 5)$) e ($B = (3, 8]$). A união de (A) e (B) é o intervalo ($[1, 8]$), e a interseção é ($(3, 5)$).

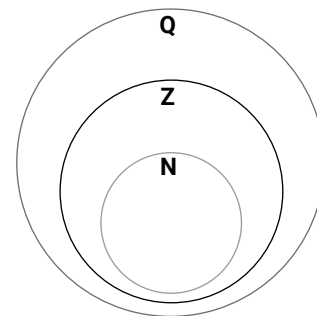
CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS: OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

São aqueles que podem ser escritos na forma da divisão (fração) de dois números inteiros. Ou seja, escritos na forma $\frac{A}{B}$ (A dividido por B), em que A e B são números inteiros.

Exemplos: $\frac{7}{4}$ e $-\frac{15}{9}$ são racionais. Veja, também, que os números 87, 321 e 1221 são racionais, pois são divididos pelo número 1.

Atenção! Qualquer número natural é também inteiro e todo número inteiro é também racional.

O símbolo desse conjunto é a letra Q e podemos representar por meio de diagramas a relação entre os conjuntos naturais, inteiros e racionais. Veja:



Representação Fracionária e Decimal

Há três tipos de números no conjunto dos números racionais:

- **Frações:** $\frac{8}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{11}$ etc.;
- **Números decimais com finitas casas:** 1,75;
- **Dízimas periódicas:** 0,33333...

Operações e Propriedades dos Números Racionais

As operações de adição e subtração de números racionais seguem a mesma lógica das operações com números inteiros. Veja:

$$15,25 + 5,15 = 20,4$$

$$\begin{array}{r} 15,25 \\ +05,15 \\ \hline 20,40 \end{array}$$