Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IBGE

Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas

CNU - Bloco 8 - Nível Intermediário

NV-017JN-24-CNU-BLOCO-8-IBGE-TECNICO

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

SUMÁRIO

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

MATEMÁTICA

CONJUNTOS NUMÉRICOS: NATURAIS, INTEIROS, RACIONAIS E REAIS

NÚMEROS NATURAIS

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra N, e podemos escrever os seus elementos entre chaves: N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, ...}.

Os três pontos, conhecidos como reticências, indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de "contagem natural". Utiliza-se o símbolo N* para designar os números naturais positivos (excluindo o zero). Veja: N* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...}.

Dica!

O símbolo do conjunto dos números naturais é a letra N, e podemos ter ainda o símbolo N*, que representa os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero.

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- **Sucessor:** é o próximo número natural.
  - **Exemplo:** o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. Ou seja, o sucessor do número "n" é o número "n + 1";
- **Antecessor:** é o número natural anterior.
  - **Exemplo:** o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. Ou seja, o antecessor do número "n" é o número "n – 1";
- **Números consecutivos:** são números em sequência;
  - **Exemplo:** 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim, (n – 1, n e n + 1) são números consecutivos;
- **Números naturais pares**: são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso, o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares;
- **Números naturais ímpares:** ao serem divididos por 2, deixam o resto 1;
- **Todos os números que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são ímpares.**

Também é importante lembrar que:

- A soma ou subtração de dois números pares tem resultado par:

  12 + 8 = 20 | 12 – 8 = 4;

- A soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par:

  13 + 7 = 20 | 13 – 7 = 6;

- A soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar:

  14 + 5 = 19 | 14 – 5 = 9;

- A multiplicação de números pares tem resultado par:

  $8 \cdot 6 = 48$;

- A multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:

  $3 \cdot 7 = 21$;

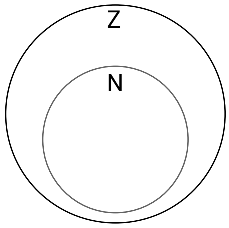
- A multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:

  $4 \cdot 5 = 20$.

NÚMEROS INTEIROS

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja: Z = {..., –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}.

O símbolo desse conjunto é a letra Z. Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Sendo assim, podemos representar por meio de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros, ou ainda que N é um subconjunto de Z. Observe:



Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- **Números inteiros não negativos:** {4, 5, 6...}. Veja que são os números naturais;
- **Números inteiros não positivos:** {... –3, –2, –1, 0}. Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- **Números inteiros negativos**: {... –3, –2, –1}. O zero não faz parte;
- **Números inteiros positivos**: {5, 6, 7...}. Novamente, o zero não faz parte.

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Operações com Números Inteiros

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números, são elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é: 20 + 5 = 25.

Veja mais alguns exemplos:

- **Adição de 15 e 3:** 15 + 3 = 18;
- **Adição de 55 e 30:** 55 + 30 = 85.

- **Principais Propriedades da Operação de Adição**

  - **Propriedade comutativa:** a ordem dos números não altera a soma —> 115 + 35 é igual a 35 + 115;
  - **Propriedade associativa:** quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles primeiramente, e depois somar o outro. Independentemente da ordem vamos obter o mesmo resultado —> 2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10;
  - **Elemento neutro:** o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo —> 27 + 0 = 27; 55 + 0 = 55;
  - **Propriedade do fechamento**: a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro. Exemplo: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 (8 + 2 = 10).

Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir de um deles o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando 13: 20 – 7 = 13.

Veja mais alguns exemplos:

- **Subtrair 5 de 16:** 16 – 5 = 11;
- **10 subtraído de 30:** 30 – 10 = 20.

- **Principais Propriedades da Operação de Subtração**

  - **Elemento neutro:** o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado → 13 – 0 = 13;
  - **Propriedade do fechamento:** a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro → 33 – 10 = 23.

Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja: a multiplicação 20 · 3 é igual à soma do número 20 três vezes (20 + 20 + 20), ou à soma do número 3 vinte vezes (3 + 3 + 3 + ... + 3).

Algo que é muito importante, e que você deve lembrar sempre, são as regras de sinais na multiplicação de números.

SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
–	–	+
+	–	–
–	+	–

Atenção:

- A multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo: 51 · 2 = 102; (–33) · (–3) = 99;
- A multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo: 25 · (–4) = –100; (–15) · 5 = –75.

- **Principais Propriedades da Operação de Multiplicação**

  - **Propriedade comutativa:** A · B é igual a B · A, ou seja, a ordem não altera o resultado —> 8 · 5 = 5 · 8 = 40;
  - **Propriedade associativa:** (A · B) · C é igual a (C · B) · A, que é igual a (A · C) · B —> (3 · 4) · 2 = 3 · (4 · 2) = (3 · 2) · 4 = 24;
  - **Elemento neutro:** a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, esse número permanecerá inalterado —> 15 · 1 = 15;
  - **Propriedade do fechamento:** a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro —> 9 · 5 = 45;
  - **Propriedade distributiva:** essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica: A · (B + C) = (A · B) + (A · C), ou seja, 3 · (5+7) = 3 · (12) = 36.

    Usando a propriedade: 3 · (5 + 7) = 3 · 5 + 3 · 7 = 15 + 21 = 36.

Divisão

Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.

Exemplo: temos 50 balas e queremos dividir entre 10 pessoas, isto é, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos 10 · 5 = 50. Ou, ainda, podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja, 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 50.

Algo que é muito importante, e que você deve lembrar sempre, são as regras de sinais na divisão de números.

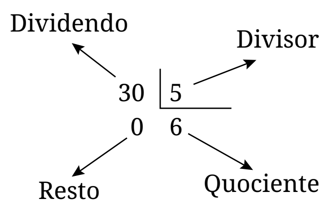
SINAIS NA DIVISÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
–	–	+
+	–	–
–	+	–

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Atenção:

- A divisão de números de mesmo sinal tem resultado positivo: 60 ÷ 3 = 20; (–45) ÷ (–15) = 3;
- A divisão de números de sinais diferentes tem resultado negativo: 25 ÷ (–5) = –5; (–120) ÷ 5 = –24

Esquematizando:



Dividendo = Divisor · Quociente + Resto
30 = 5 · 6 + 0

- **Principais Propriedades da Operação de Divisão**

  - **Elemento neutro:** a unidade (1) é o elemento neutro da divisão, pois, ao dividir qualquer número por 1, o resultado será o próprio número —> 15 ÷ 1 = 15.

> **DICA!**
> A divisão não possui propriedade do fechamento, diferenciando-se das demais operações com números inteiros. A divisão não possui essa propriedade, uma vez que ao dividir números inteiros podemos obter resultados fracionários ou decimais: 2 ÷ 10 = 0,2 (não pertence ao conjunto dos números inteiros).

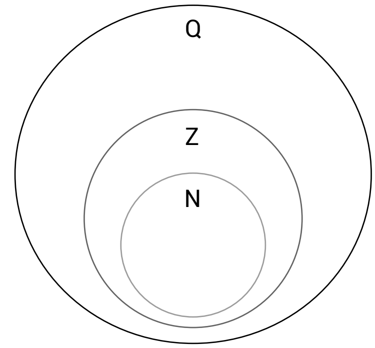
NÚMEROS RACIONAIS

São aqueles que podem ser escritos na forma da divisão (fração) de dois números inteiros. Ou seja, escritos na forma $\frac{A}{B}$ (A dividido por B), onde A e B são números inteiros.

Exemplos: $\frac{7}{4}$ e $\frac{-15}{9}$ são racionais. Veja, também, que os números 87, 321 e 1221 são racionais, pois são divididos pelo número 1.

Atenção: qualquer número natural é também inteiro e todo número inteiro é também racional.

O símbolo desse conjunto é a letra Q e podemos representar por meio de diagramas a relação entre os conjuntos naturais, inteiros e racionais, veja:



Representação Fracionária e Decimal

Há 3 tipos de números no conjunto dos números racionais:

- **Frações:** $\frac{8}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{11}$ etc.;
- **Números decimais com finitas casas:** 1,75;
- **Dízimas periódicas:** 0,33333...

Operações e Propriedades dos Números Racionais

As operações de adição e subtração de números racionais seguem a mesma lógica das operações com números inteiros. Veja:

15,25 + 5,15 = 20,4

$$\begin{array}{r} 15{,}25 \\ +05{,}15 \\ \hline 20{,}40 \end{array}$$

57,3 – 0,12 = 57,18

$$\begin{array}{r} 57{,}30 \\ +00{,}12 \\ \hline 57{,}18 \end{array}$$

- **Multiplicação de números decimais:** aplicamos o mesmo procedimento da multiplicação comum, contudo, precisamos ficar atentos à colocação da vírgula.

4,6 · 1,70 = 6,9020 ou 6,902

$$\begin{array}{rl} 4{,}06 & \rightarrow \text{2 casas decimais} \\ \text{x } 1{,}70 & \rightarrow \text{2 casas decimais} \\ \hline 000 & \\ 2842 & \\ +406 & \\ \hline 6{,}9020 & \rightarrow \text{4 casas decimais} \end{array}$$

- **Divisão de números decimais:** devemos multiplicar ambos os números (divisor e dividendo) por uma potência de 10 (10, 100, 1000, 10000 etc.), de modo a retirar todas as casas decimais presentes. Após isso, é só efetuar a operação normalmente.

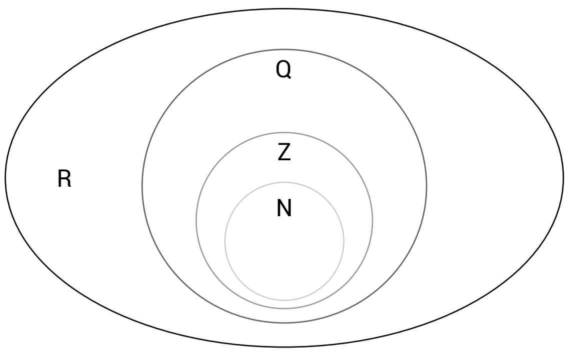
5,7 ÷ 1,3
5,7 · 100 = 570
1,3 · 100 = 130
570 ÷ 130 = 4,38

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

NÚMEROS REAIS

É o conjunto que envolve todos os outros conjuntos, ou seja, aqui encontramos os números naturais, inteiros e racionais, envolvidos de uma única maneira. Dentro dos números reais, podemos envolver todos os outros números dentro das operações matemáticas, sejam elas de adição, subtração, multiplicação ou divisão.

O símbolo desse conjunto é a letra R e podemos representar por meio de diagramas a relação entre os conjuntos naturais, inteiros, racionais e reais. Veja:



Operações e Propriedades dos Números Reais

As operações adição, subtração, multiplicação e divisão ocorrem com os números reais tal como ocorre com os números racionais.

NÚMEROS PRIMOS

Um **número natural** é definido como primo se tiver exatamente dois divisores: o número 1 e ele mesmo. Contudo, temos que, por definição, os números 0 e 1 não são números primos. Lembre-se de que o 2 é o único número par que também é primo!

> **IMPORTANTE!**
>
> Não há consenso sobre haver ou não números primos negativos. Contudo, para seu conhecimento, o conceito de primalidade para números inteiros é diferente. O número p precisa ser divisível por 1, –1, p e –p, isto é, precisa ser dividido por 1, –1, por ele mesmo e pelo seu inverso.

Para identificar um número primo, é necessário analisar seus divisores. Para isso, vamos estudar um pouco mais a fundo múltiplos e divisores de um número.

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Sejam dois números naturais x e y, temos que x é múltiplo de y quando existe um número natural z tal que $x = y \cdot z$.

Dessa maneira, temos que 30 é múltiplo de 3, uma vez que $3 \cdot z = 30$, onde $z = 10$. De mesma forma, 30 é múltiplo de 10, uma vez que $10 \cdot z = 30$, onde $z = 3$.

Vamos calcular alguns dos múltiplos de 2 multiplicando o 2 por todos os números naturais de 0 a 10.

$2 \cdot 0 = 0$
$2 \cdot 1 = 2$
$2 \cdot 2 = 4$
$2 \cdot 3 = 6$
$2 \cdot 4 = 8$
$2 \cdot 5 = 10$
$2 \cdot 6 = 12$
$2 \cdot 7 = 14$
$2 \cdot 8 = 16$
$2 \cdot 9 = 18$
$2 \cdot 10 = 20$

Assim, temos que o conjunto N dos múltiplos de 2 é N = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20...}.

Lembre-se de que o conjunto dos múltiplos é **infinito**!

Sejam dois números naturais ***x*** e ***y***, temos que ***x*** é divisor de ***y*** quando existe um número natural z tal que $z = \frac{y}{x}$ de maneira que **não haja resto na divisão**.

Dessa maneira, temos que **5 é divisor de 300,** uma vez que $300 \div 5 = z$, tal que $z = 60$.

Para encontrarmos os divisores de um número, verificamos se o resultado da divisão é inteiro. Vejamos os divisores de 30:

$30 \div 30 = 1$
$30 \div 15 = 2$
$30 \div 10 = 3$
$30 \div 5 = 6$
$30 \div 2 = 15$
$30 \div 1 = 30$

Temos, então, que o conjunto D dos divisores de 30 é dado por D = {1, 2, 3, 6, 15 e 30}.

Perceba que, ao contrário do conjunto dos múltiplos, o conjunto dos divisores é **finito**!

POTÊNCIAS E RAÍZES

A matemática nasceu das necessidades humanas de controle de sistemas de ordem social, como o número de indivíduos nos rebanhos, as operações financeiras antigas envolvendo trocas, a tentativa de entender os processos astronômicos, entre outros.

As operações simples nasceram da contagem nos dedos, por exemplo. A poderosa matemática que hoje conduz aos estudos das previsões do tempo, do lançamento de foguetes ao espaço, da física quântica e da relatividade, teve origem nas contas feitas nos dedos! Logo, ela é derivada de raciocínios simples que, somados, levam à complexidade.

Nesse sentido, vamos seguir um raciocínio simples para que você entenda a potenciação, de onde ela nasceu e, depois, sua operação inversa, a radiciação.

Depois de um tempo usando os números, já em notações escritas, deve-se ter percebido que a multiplicação é a soma de fatores iguais. Veja:

$$3 + 3 + 3 + 3 = 4 \text{ vezes o } 3 = 4 \cdot 3 = 12.$$

Importante! Muitas vezes, vemos nos livros didáticos um erro de notação matemática. O símbolo do produto ou multiplicação pode ser x (que pode ser confundido com a letra x num texto), * ou · . No entanto, não pode ser *, em cima na linha, nem . embaixo. O asterisco e o

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

ponto devem estar no meio da linha. Um ponto na parte debaixo pode ser confundido com a notação de decimal, por exemplo, 3.2 é um decimal e $3 \cdot 2$ é 6.

Mesmo um número $x \in \mathbb{R}$ pode ser multiplicado considerando sua parte fracionária ou decimal:

$$2.142857 + 2.142857 = 2 \text{ vezes o } 2.142857 = 2 \cdot 2.142857 = 4.285714.$$

Usando o mesmo raciocínio, a potenciação nasceu da multiplicação de fatores iguais:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ multiplicado 4 vezes por ele mesmo.}$$

Uma das principais evoluções que ocorreram na matemática foi o desenvolvimento das notações, uma espécie de alfabeto modificado para que seja mais fácil a comunicação; essa linguagem matemática usa símbolos vários, alguns mais complexos, com significados também complexos, mas não é o caso da linguagem utilizada no ensino médio.

A notação para $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ = 2 multiplicado 4 vezes por ele mesmo = 2^4.

Cada número recebe um nome para que possamos nos comunicar sobre esse tema, a potenciação.

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{Base}}}{2}^{4 \,\rightarrow\, \text{Expoente}}$$

O expoente recebe, também, o nome de potência; assim, dizemos que a base 2 está elevada a 4ª potência ou ao expoente 4.

Para entendermos que os expoentes podem fazer parte de qualquer conjunto de número (aqui, vamos até o conjunto dos números $\mathbb{R}$), precisamos compreender um pouco mais sobre a multiplicação. Baseados na soma que gerou a multiplicação, podemos fazer uma multiplicação um pouco mais complexa do que aquela do exemplo acima usando os fatores de soma. Vejamos:

$35 \cdot 10{,}5 = 367{,}5$ é feito usando um algoritmo de multiplicação aprendido cedo na escola:

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 10{,}5 \\ \hline 175 \\ +\ 00 \\ 35 \\ \hline 367{,}5 \end{array}$$

Aqui vemos a soma intrínseca na multiplicação; o uso desse algoritmo é feito multiplicando cada número do 10.5 por 35. Com o aumento de uma casa decimal, o resultado do produto avança uma casa para a esquerda, por isso, o 0 está debaixo do 7 e o 5, debaixo do 3. Feita a soma, conta-se o número de casas decimais, nesse caso, uma, e coloca-se no resultado da soma a vírgula ou ponto após o mesmo número de casas contadas nos produtos.

Um dos principais problemas no ensino de matemática é a escassez de informações fornecidas aos estudantes sobre o uso correto do sistema decimal. É de bom alvitre que o estudante procure conhecer melhor os algoritmos derivados das operações matemáticas básicas em função dos conhecimentos do sistema decimal.

Em função do que explicamos, podemos fazer aquela conta mentalmente, veja: separamos a casa decimal, 0,5 e fazemos a multiplicação de 35 por 10, que dá 350, e somamos a multiplicação de 0,5 vezes 35, que, na verdade, é a metade de 35, i.e., 17,5.

Agora ficou fácil, somamos 350 a 17,5 e temos 367,5.

Baseados nesse raciocínio, podemos, também, usá-lo na potenciação, vejamos um caso como exemplo:

$2^{3.5}$ = considerando a composição de fatores,temos, $2^1 \cdot 2^1 \cdot 2^1 \cdot 2^{0.5} = 2^3 \cdot 2^{0.5}$

Voltamos, então para a soma, i.e., $2^3 \cdot 2^{0.5} = 2^{3+0.5} = 2^{3.5}$. Aqui, acrescentamos uma propriedade natural da potenciação, os expoentes de mesma base podem ser somados; veremos mais sobre isso à frente.

Nossa intenção não é dar a resposta dessa potência, mas mostrar que raciocinar sobre potência associa as bases soma e produto e mostra que a potência pertence ao conjunto $\mathbb{R}$.

Pertencer a $\mathbb{R}$ significa que temos potências que pertencem aos conjuntos dos números naturais ($\mathbb{N}$), aos inteiros ($\mathbb{Z}$), aos racionais, aos irracionais. Vamos estudar cada caso, tanto de potenciação quanto de radiciação em tópicos à frente.

Em termos de radiciação, considere o raciocínio. O número $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ (leia as equações devagar e traduzindo para a língua portuguesa, nesse caso, oito é igual a três vezes 2 que é igual 2 elevado ao expoente 3), que significa dizer que a raiz cúbica de 8 é um número que, ao ser multiplicado 3 vezes por si mesmo, é igual a 8; nesse caso, o número deve pertencer ao conjunto dos reais e ser positivo como condição necessária para usar essa notação. A representação em linguagem matemática desse raciocínio é $\sqrt[3]{8} = 2$.

Assim como na representação matemática da potenciação, cada número recebe um nome na estrutura da radiciação:

$$\text{Índice} \leftarrow \sqrt[3]{\underset{\substack{\downarrow \\ \text{Base}}}{8}}$$

Em geral nos problemas sobre radiciação, podemos usar o conceito de fatoração.

IMPORTANTE!

A fatoração é a decomposição de um produto por seus componentes básicos. Uma vez que os números primos são por definição divisíveis apenas por 1 e por si mesmos, fatorar um número qualquer é decompô-lo no produto entre os números primos pelos quais ele é divisível.

Para a raiz cúbica de 216 $(\sqrt[3]{216})$, veja a fatoração em números primos:

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Dizemos que 216 fatorado é 216 = 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 3 = ($2^3 \cdot 3^3$) = $(2 \cdot 3)^3$, fazendo a substituição $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{(2.3)^3}$ = 2 · 3 = 6. Observe que a multiplicação de bases diferentes com o mesmo expoente é a multiplicação das bases, entre parênteses, elevada ao expoente igual.

Podemos ter casos vários casos dentro dos conjuntos de números com algumas restrições que serão mostradas à frente. Aqui, queremos que entenda as ideias e os raciocínios. Vamos analisar o caso de um número cuja raiz enésima com índice de valor n (veja o que é índice na figura de raiz cúbica de 8, acima) de um número qualquer não apresenta valor inteiro ou racional.

Considere $\sqrt{18}$ (nos casos em que o índice é omitido, n = 2). Fatorando, temos:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Então, temos, neste caso $\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt{2}$. Veja que o 3 foi retirado da raiz quadrada por estar elevado ao quadrado, e o 2 permaneceu. Essa simplificação é considerada elegante entre os matemáticos.

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO COM EXPOENTES NATURAIS

Consideremos uma potência cuja base é $a \in \mathbb{R}$ e o expoente é p > 0 e $p \in \mathbb{N}$ (lembre-se de traduzir calmamente para o português a linguagem matemática). Neste caso, o valor da potência é o número b ∈ R, cujo raiz de índice *p* é o valor *a*.

$$a^n = b \leftrightarrow \sqrt[n]{b} = a$$

Esta afirmação é a base tanto da potenciação quanto da radiciação com números inteiros e mostra o porquê dessas duas operações serem inversas uma da outra.

Quando tratamos de expoentes naturais, estamos analisando as bases para essas operações, também, com os expoentes inteiros, racionais e reais.

Algumas considerações são necessárias, nem sempre entendidas de modo intuitivo. Considere a afirmação $a^0 = 1$, a qual vale para qualquer que seja o valor de a . Podemos interpretar essa igualdade como sendo multiplicado por si mesmo de *a* 0 vezes e, como *a* é alguma coisa, não pode ser nada, e, em termos matemáticos, esse ente é necessário para que outras operações provadas possam ser definidas, então $a^0 = 1$.

Numa outra análise com exemplos, estudemos as potências $(-2)^2$, $(-2)^3$ e -2^2:

$$(-2)^2 = 1 \cdot (-2) \cdot (-2) = 4$$
$$(-2)^3 = 1 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$
$$-2^2 = (-1) \cdot 2 \cdot 2 = -4$$

Os resultados dessas potências podem ser utilizados como base para qualquer outra potência de expoente natural (lembre o que é base, expoente, índice e radicando).

Qualquer que seja o valor de a , se ele estiver elevado por um número par, resultará em $b > 0 \cdot (\sqrt[n]{b} = a)$, pois, pelo princípio da multiplicação dos números, multiplicar dois números positivos ou dois números negativos resulta sempre em um número positivo.

Caso a < 0, se ele for elevado a um expoente ímpar, o princípio anterior determina que b < 0, pois a multiplicação de números de sinais opostos resulta em um número negativo ($a^n = b$).

Por fim, podemos considerar a importância de se utilizar corretamente a notação apropriada, pois $(-2)^2$ indica que (–2) está sendo multiplicado por si mesmo 2 vezes, porém -2^2 indica que está sendo multiplicado por si mesmo 2 vezes e o resultado multiplicado por (–1).

Para a radiciação, as conclusões anteriores permitem analisar dois casos distintos.

Se b > 0, para qualquer que seja o valor de *n*, a > 0, que é uma propriedade básica da radiciação.

Vejamos isso com calma. A operação $\sqrt{4} = -2$ é uma afirmação incorreta, apesar de $(-2)^2 = 4$, pois não existe um número **real** que multiplicado por ele mesmo gere –2.

Aproveitemos para melhorar a relação entre potenciação e radiciação e explicar o que dissemos acima. Temos que $\sqrt[n]{b^m} = b^{\frac{m}{n}}$, e que um expoente elevado a um outro expoente pode ser multiplicado, i.e., $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$. Veja que essa relação pode ser entendida diretamente, pois multiplicando *m* vezes *n*, termos *n* · *m*.

Agora podemos explicar o motivo de $\sqrt{4} = -2$ não poder existir dentro dos conceitos matemáticos. Então, teremos:

$$\sqrt[2]{41} = -2 \Rightarrow 4^{\frac{1}{2}} = -2 \Rightarrow (2^2)^{\frac{1}{2}} = -2 \Rightarrow (2)^{2 \cdot \frac{1}{2}} = -2 \Rightarrow (2)^1 = -2\nexists$$

Como solução para essa equação, pois nenhum número real –2 pode ser igual ao seu positivo, a não ser que seja afirmado que esse número é um módulo, i.e., independente da posição na reta dos números reais, o que interessa é sempre a distância do número em relação ao início dos eixos. O número 5 está 5 unidades à direita da origem da reta dos reais e o número –5 está 5 unidades à esquerda da origem da reta dos reais; então, como o que interessa é a distância, os sinais não fazem sentido e representamos o 5 como modulo de 5, i.e., |-5|.

Por outro lado, então, mostrando novamente a importância da notação, temos que $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$ e não $\sqrt{(-5)^2} = -5$.

Para o caso de base negativa com expoentes também negativos ímpares, i.e., b < 0, $a \in \mathbb{R}$ apenas se *n* for ímpar resultando em a < 0, por exemplo,

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{-2^3} = -2^{\frac{3}{3}} = -2^1 = -2$$

Entretanto, isso não gerará um resultado dentro dos números reais se *n* for par. Faça o teste!

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO COM EXPOENTES INTEIROS

Lembre-se de que o conjunto dos números inteiros possui os números negativos, o que não ocorre com o conjunto dos números naturais, então, os principais comentários aqui serão sobre os expoentes negativos.

Pela definição da radiciação, um índice *n* não pode assumir valores negativos ou racionais; entretanto, a mesma restrição não se aplica ao expoente de uma potência.

Pela noção de potência como o produto de um número vezes si mesmo *n* vezes, a ideia de $n < 0$ não apresenta sentido lógico em uma primeira análise; porém, se considerarmos que o sinal do expoente diz respeito ao valor da base da potência, a situação se altera.

Veja o caso de 2^{-1}. Ele representa o inverso da potência 2^1, portanto:

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

> **IMPORTANTE!**
>
> O inverso de um número qualquer $a \in \mathbb{R}$ é um número qualquer $b \in \mathbb{R}$ que torne a igualdade $a \cdot b = 1$ verdadeira. Logo $b = \frac{1}{a}$.

Considerando agora uma potência de base *a* e expoente $n < 0$, i.e., $a^{-n} = \frac{1}{a^{n'}}$ para demonstrar uma relação mais detalhada, podemos mostrar que corretamente temos $a^{-n} = \frac{1^n}{a^n} = \frac{1}{a^n}$.

Essa definição é importante na resolução de problemas em equações exponenciais. Veja o exemplo:

$$2^2 \cdot 2^{-1} \cdot 3 \;\; \frac{2^2 \cdot 3}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2} = 2 \cdot 3 = 6$$

Uma observação importante é que, pela definição acima, o número 0^n é um símbolo sem significado, uma vez que o inverso de 0 não existe para o conjunto dos números reais.

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO COM EXPOENTES RACIONAIS

Os números racionais são aqueles que possuem casas decimais finitas ou infinitas com repetição dos números.

A potenciação com expoentes racionais abre precedente para uma interpretação mais detalhada da ideia da radiciação. Já vimos isso anteriormente, mas agora falaremos novamente.

Tomemos $\sqrt{16} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2} = \sqrt{(2 \cdot 2)^2} = 2 \cdot 2 = 2^2$. É possível perceber que, se $2^4 = 4^2 = 16 \Leftrightarrow \sqrt[4]{16} = \sqrt{4} = 2$, melhorando para o uso dos números racionais mais diretamente,

$$\sqrt[4]{16} = (16)^{\frac{1}{4}} = (2^4)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{4}{4}} = 2.$$

Agora tomemos $\sqrt{2}$, sendo que $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2 = \sqrt{4}$, por substituição $\sqrt{2} = \sqrt{\sqrt{4}}$. Para descobrirmos como calcular isso, apenas devemos nos perguntar quantas *n* vezes devemos multiplicar $\sqrt{2}$ por si mesmo para que o resultado seja 4, tal que $\sqrt[n]{b} = \sqrt{2}$. Se a resposta for *n*=4, ela está correta. Vejamos,

$$\sqrt{\sqrt{4}} = \left(\sqrt{4}\right)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{4}} = (2^2)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}.$$

Acompanhe as operações acima com calma e atenção.

Como raciocinar dessa maneira está longe da praticabilidade em uma prova, vamos resumir isso afirmando que qualquer radiciação de radicando *b* e índice *n* pode ser escrita como uma potência de base *b* e expoente $\frac{1}{n}$.

Voltemos ao primeiro exemplo:

$$\sqrt{16} = 16^{\frac{1}{2}} = (2^4)^{\frac{1}{2}}$$

Podemos ler esse último termo como 2^4 multiplicado a si mesmo $\frac{1}{2}$ vez, isso pode ser transcrito como:

$$2^{4 \cdot \frac{1}{2}} = 2^2$$

Já no segundo caso, teríamos:

$$\sqrt{\sqrt{4}} = \sqrt{4^{\frac{1}{2}}} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{4}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{2^2} = 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$$

Com essas comparações estabelecidas, podemos definir uma potência de expoentes racionais mais claramente.

Para uma base $b \in \mathbb{R}$, um expoente $m \in \mathbb{Z}$ um índice $n \in \mathbb{N}$ e $n \neq 0$, uma potência de expoentes racionais é definida como $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m}$, com $\frac{m}{n} \in \mathbf{Q}$, como já mostrado acima.

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO COM EXPOENTES REAIS

Por fim, ao tratarmos de potências cujos expoentes pertencem ao conjunto dos números reais, estamos nos referindo aos casos em que o expoente $m \in \mathbb{Q}$ v (ou) $m \in \mathbb{I}$. Sendo Q o símbolo dos números racionais e $\mathbb{I}$ dos irracionais.

Os casos em que $m \in \mathbb{I}$ dificilmente são pedidos no ensino médio, apesar de existirem, e são calculados a partir de aproximações utilizando expoentes racionais. Por exemplo, o número π com casas decimais infinitas e não repetitivas é usado para calcular rotas de navegações interplanetárias, a NASA usa o número π com 15 casas decimais.

No caso de um expoente irracional α e uma base real *a*, temos então que, para quaisquer dois expoentes racionais *r e s* tais que $r < \alpha < s$, é verdadeiro $a^r < a^\alpha < a^s$.

Como consequências das noções de potências de expoentes naturais e expoentes negativos: 0^α é um símbolo sem significado para $\alpha < 0$, assim como a^α para $a < 0$, uma vez que **números irracionais não podem ser classificados como par ou ímpar.**

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Baseados nos conceitos e definições anteriores, podemos agora listar as propriedades das operações envolvendo potências e raízes de números naturais. Essas afirmações são válidas para quaisquer números $a \wedge (e), b \in \mathbb{R}$, $p \wedge q \in \mathbb{R}$ e $n \wedge m \in \mathbb{N}$:

- $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$

$$2^3 \cdot 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

- $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

$$\frac{2^3}{2^2} = 2^3 \cdot 2^{-2} = 2^{3+(-2)} = 2^1$$

- $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$

$$(2 \cdot 3)^2 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

- $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$

$$(2^2)^2 = (2^2) \cdot (2^2) = 2^{2+2} = 2^{2 \cdot 2} = 2^4 = 16$$

Dica

Atente-se à interpretação de notações! Apesar de a^{p^q} e $(a^p)^q$ possuírem notações similares, o primeiro caso representa que o expoente p está elevado ao expoente q, enquanto o segundo indica que a potência de a^p está elevada ao expoente q.

- $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n \cdot m]{a^{p \cdot m}}$

$$\sqrt[4]{26} = \sqrt[2.2]{2^{3.2}} = 2^{\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

$$\sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3} = (2 \cdot 3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$

- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

- $(\sqrt[n]{a})^p = (\sqrt[n]{a^p})$

$$\left(\sqrt{2}\right)^4 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt{2^4} = 4$$

- $\cdot \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

$$\sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt{2^{\frac{1}{2}}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$$

A aplicação dos princípios anteriores facilita na hora de resolução de cálculos envolvendo números grandes ou expressões extensas. O primeiro caso permite que operações envolvendo multiplicação ou divisão sejam feitas utilizando valores menores, enquanto o segundo reduz expressões para formas mais inteligíveis e fáceis de analisar.

Agora, em termos de cálculo da raiz quadrada e outras raízes, você receberá algoritmos que poderão diminuir em muito o tempo dos seus cálculos em provas.

Uma dica para cálculo muito aproximado de raiz quadrada a partir do uso de cálculo diferencial adaptada para o ensino médio:

$$\sqrt{x} \simeq \sqrt{w} \pm \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\text{(w) raiz exata de um número natural } \mathbb{N} \text{ mais próximo de } x}}$$

Por exemplo:

$$\sqrt{10} \simeq \sqrt{9} \pm \frac{1}{2 \cdot \sqrt{9}} \simeq 3 + \frac{1}{2 \cdot 3} = 3 + \frac{1}{6} = 3 + 1.66667 =$$
$$= 3.166667$$

Foi usada a soma, pois 10 está mais próximo da raiz exata de 9 do que da raiz exata de 16. Lembre-se que essa fórmula é aproximada para você fazer uma prova objetiva, não uma prova discursiva, mas, se você quiser usá-la, justifique.

Veja que a $\sqrt{10}$, usando uma calculadora, é 3.162277; portanto, a fórmula gerou uma boa aproximação e mais fácil de executar do que o algoritmo de cálculo de raiz quadrada.

Para calcular qualquer raiz (isso quase não é usado no ensino médio), a não ser para raízes exatas, podemos usar uma aproximação também derivada do cálculo:

$$\sqrt[n]{x} = \frac{x + (n-1) \cdot y^n}{n \cdot y^{n-1}}$$

Por exemplo, para a raiz $\sqrt[3]{11}$, fazemos:

$$\sqrt[3]{11} = \frac{11 + (3-1) \cdot 2^3}{3 \cdot 2^{3-1}} = \frac{11 + (2)(2^3)}{3 \cdot 4} = \frac{11 + 2 \cdot 8}{12} =$$
$$\frac{11 + 16}{12} = \frac{27}{12} = 2.25$$

O valor exato é 2.2239, portanto, uma boa aproximação novamente.

SISTEMAS DE UNIDADES DE MEDIDAS

Foram várias as unidades de medidas usadas ao longo do tempo desde a antiguidade. Não há muito tempo, o número de sapatos no Brasil era medido através do tamanho de feijões colocados um do lado do outro em sua maior extensão. Isso ocorria na zona rural, onde, para comprar sapatos na cidade, uma pessoa fazia as compras para os outros, essa foi a origem do número/tamanho dos sapatos no Brasil, mas em outros países, os valores são outros.

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

Os pés, antebraço, braço de governantes eram as medidas usadas nos países europeus. Devido a essa diversidade, a França convocou seus melhores cientistas para gerar um sistema métrico que pudesse servir de base para relações internas e internacionais.

A França, no final do século XVIII, ofereceu ao mundo o Sistema Métrico Decimal ou Sistema Internacional de Unidades (SI) com valores objetivos para as várias grandezas de comprimento, massa, tempo, principalmente, e seus múltiplos e submúltiplos.

COMPRIMENTO

A **medida de comprimento** padrão do SI é o metro (m), cujos múltiplos são quilômetro (km), hectômetro (hm), decâmetro (dam), e os submúltiplos são decímetro (dm), centímetro (cm) e milímetro (mm). Existem mais múltiplos e submúltiplos que não são tão importantes nessa fase de sua formação, o que não o impede de pesquisá-los.

As relações dos valores dos múltiplos e submúltiplos do metro são mostrados na tabela abaixo.

MÚLTIPLOS			METRO	SUBMÚLTIPLOS		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1.000m	100m	10m	1 m	0,1m	0,01m	0,001 m

Dica

Para transformar **m** em **km**, pense que o km é 1.000 vezes maior que o m, logo o valor final de m deverá ser um número 1.000 vezes menor que o valor inicial dado, i.e, se o desejo é transformar 10 m em km, a relação usada será 10/1.000 = 0,01. **Não faz sentido o m ser maior que o km!**

MASSA

No SI as unidades de **medidas de massa** são derivadas do grama. Os múltiplos seguem a mesma nomenclatura e símbolos, i.e., *k_* para mil vezes maior que o grama, *h_* para 100 vezes maior, *da_* para 10 vezes maior, logo, os submúltiplos são dez vezes menores para cada medida a direita, i.e., *d_* 10 ou 0,1 vezes o valor do grama, *c_* 100 ou 0,01 vezes o valor do grama e, *m_* 1000 ou 0,001 vezes o valor do grama. Esse raciocínio serve para todos os casos.

De fato, em termos gerais, as transformações seguem o modelo acima de cálculo, dos múltiplos para os submúltiplos multiplica-se, para cada medida *à* direita, o valor 10, e dos submúltiplos para os múltiplos, divide-se cada medida à esquerda pelo valor 10. Veja que esse algoritmo serve para todos os tipos de medidas com capacidade de **expoente 1**, e está representado na figura a seguir.

10x	10x	10x	10x	10x	10x	
K_	h_	da_	x_	d_	c_	m_
÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	

ÁREA

As **medidas de área** são diretamente derivadas do metro (m), assim como as de volume que serão estudadas a seguir. O ponto central é a medida m^2 e seus múltiplos e submúltiplo são o km^2, o hm^2, o dam^2 e os submúltiplos do m^2 *são o dm^2*, o cm^2 e o mm^2. As conversões de medidas elevadas ao expoente 2 (ao quadrado) são feitas via múltiplos de 10^2 (100), veja a figura:

100x	100x	100x	100x	100x	100x	
K_	h_	da_	x_	d_	c_	m_
÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	

VOLUME

A **medida de capacidade** mais usada é o litro (ℓ ou L, deve ser representado em l cursivo ou com L maiúsculo). Apesar de as medidas de capacidade derivadas do ℓ serem vastamente usadas, as medidas de capacidade no SI são os valores tridimensionais das medidas de comprimento derivadas do m^3, que formam o conjunto das **medidas de volume**. Nesse caso, estudaremos as duas medidas e suas transformações, i.e., as medidas derivadas do litro e derivadas do m3.

A partir do ℓ, tem-se os múltiplos: quilolitro (kℓ), hectolitro (hℓ) e o decalitro (daℓ); e os submúltiplos: decilitro (dℓ), centilitro (cℓ) e o mililitro (mℓ).

Um litro equivale a 0,001 m^3, essa é uma relação que você deve ter em mente para fazer as transformações entre ℓ e m^3 e, também, para os múltiplos e submúltiplos de ambos.

MÚLTIPLOS			LITRO	SUBMÚLTIPLOS		
kℓ	h ℓ	da ℓ	ℓ	d ℓ	c ℓ	m ℓ
1.000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1 ℓ	0,1ℓ	0,01ℓ	0,001ℓ	0,0001ℓ	0,00001ℓ	0,000001ℓ

A tabela de conversão de expoentes cúbicos requer que a conversão seja feita usando 10^3 (1.000). Veja a tabela a seguir.

10^3x	10^3x	10^3x	10^3x	10^3x	10^3x	
K_	h_	da_	x_	d_	c_	m_
$\div 10^3$	$\div 10^3$	$\div 10^3$	$\div 10^3$	$\div 10^3$	$\div 10^3$	

TEMPO

Medindo intervalos de tempo, temos como mais conhecidos hora, minuto e segundo. Veja como se faz a relação nessa unidade:

- Para transformar de uma unidade maior para uma unidade menor, multiplica-se por 60: 1 hora = 60 minutos. Ou seja, $4\ h = 4 \cdot 60 = 240$ minutos;
- Para transformar de uma unidade menor para uma unidade maior, divide-se por 60: 20 minutos = $\frac{20}{60} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ da hora.

MATEMÁTICA

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.

RAZÃO E PROPORÇÃO

A razão entre duas grandezas é igual à divisão entre elas. Veja:

$$\frac{2}{5}$$

Ou podemos representar por 2 ÷ 5 (lê-se 2 está para 5).

Já a proporção é a igualdade entre razões. Veja:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

Ou podemos representar por 2 ÷ 3 = 4 ÷ 6 (lê-se 2 está para 3 assim como 4 está para 6).

Os problemas mais comuns que envolvem razão e proporção é quando se aplica uma **variável** qualquer dentro da proporcionalidade e se deseja saber o valor dela. Veja o exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{6} \text{ ou } 2 \div 3 = x \div 6$$

Para resolvermos esse tipo de problema devemos usar a Propriedade Fundamental da razão e proporção: **produto dos meios pelos extremos**.

Meio: 3 e x;

Extremos: 2 e 6.

Logo, devemos fazer a multiplicação entre eles numa igualdade. Observe:

$$3 \cdot X = 2 . 6$$

$$3X = 12$$

$$X = 12 \div 3$$

$$X = 4$$

Lembre-se de que a maioria dos problemas envolvendo esse tema são resolvidos utilizando essa propriedade fundamental. Porém, algumas questões acabam sendo um pouco mais complexas e pode ser útil conhecer algumas propriedades para facilitar. Vamos a elas!

Propriedade das Proporções

- **Somas Externas**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Vamos entender um pouco melhor resolvendo uma questão-exemplo:

Suponha que uma fábrica vai distribuir um prêmio de R$ 10.000 para seus dois empregados (Carlos e Diego). Esse prêmio vai ser dividido de forma proporcional ao tempo de serviço deles na fábrica. Carlos está há 3 anos na fábrica e Diego está há 2 anos. Quanto cada um vai receber?

Resolução:

Primeiro, devemos montar a proporção. Sejam C a quantia que Carlos vai receber e D a quantia que Diego vai receber, temos:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2}$$

Utilizando a propriedade das somas externas:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2} = \frac{C+D}{3+2}$$

Perceba que C + D = 10.000 (as partes somadas), então podemos substituir na proporção:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2} = \frac{C+D}{3+2} = \frac{10.000}{5} = 2.000$$

Aqui cabe uma observação importante!

Esse valor 2.000, que chamamos de “Constante de Proporcionalidade”, é que nos mostra o valor real das partes dentro da proporção. Veja:

$$\frac{C}{3} = 2.000$$

$$C = 2.000 \cdot 3$$

$$C = 6.000 \text{ (esse é o valor de Carlos)}$$

$$\frac{D}{2} = 2.000$$

$$D = 2.000 \cdot 2$$

$$D = 4.000 \text{ (esse é o valor de Diego)}$$

Assim, Carlos vai receber R$6.000 e Diego vai receber R$ 4.000.

- **Somas Internas**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

É possível, ainda, trocar o numerador pelo denominador ao efetuar essa soma interna, desde que o mesmo procedimento seja feito do outro lado da proporção.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

Vejamos um exemplo:

$$\frac{x}{14 - x} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{x + 14 - x}{x} = \frac{2+5}{2}$$

$$\frac{14}{x} = \frac{7}{2}$$

$$7 \cdot x = 2 \cdot 14$$

$$x = \frac{14 \cdot 2}{7} = 4$$

Portanto, encontramos que x = 4.

Amostra grátis da apostila CNU. Para adquirir o material completo, acesse www.novaconcursos.com.br.