Assembleia Legislativa do Estado do Paraná

ALEP

Técnico Legislativo - Legislativo

NV-010JN-24-ALEP-TECNICO-LEG-ADMIN
Cód.: 7908428807283

SUMÁRIO

RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO........85

RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO

LÓGICA

PROPOSIÇÕES

Proposições Lógicas Simples

Vamos começar nosso estudo falando sobre o que é uma proposição lógica. Observe a frase a seguir:

Ex.: Paula vai à praia.

Para saber se temos ou não uma proposição, precisamos de três requisitos fundamentais:

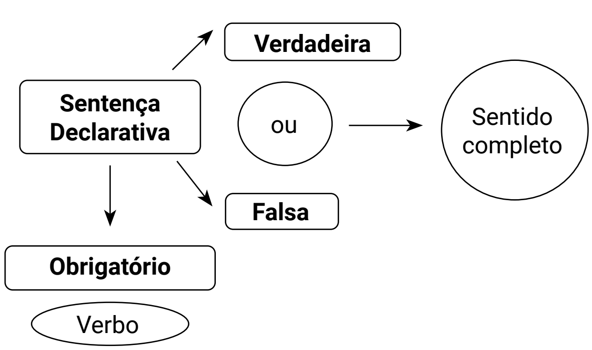
- **Ser uma oração**: ou seja, são frases com verbos;
- **Oração declarativa:** a frase precisa estar apresentando uma situação, um fato;
- **Pode ser classificada como verdadeira ou falsa**: ou seja, podemos atribuir o valor lógico verdadeiro ou o valor lógico falso para a declaração.

Tendo isso em vista, podemos afirmar claramente que a frase "Paula vai à praia" é uma proposição lógica, pois temos a presença de um verbo (ir), uma informação completa (temos o sujeito claro na oração) e podemos afirmar se é verdadeira ou falsa.

> **Importante!**
>
> Proposição Lógica é uma **oração declarativa que admite apenas um valor lógico**: V ou F.

Ou então podemos também esquematizar o que é uma proposição lógica assim:

Chama-se proposição toda sentença declarativa que pode ser valorada ou só como verdadeira ou só como falsa. A presença do **verbo** é obrigatória juntamente com o **sentido completo** (caráter informativo).



Toda proposição pode ser representada simbolicamente pelas letras do alfabeto. Veja no exemplo:

- **p:** Sabino é um pintor esperto*;*
- **r:** Kate é uma mulher alta.

Na situação temos duas proposições sendo representadas pelas letras p e r.

Agora que já sabemos o que são proposições lógicas, fica tranquilo distinguir o que **não são proposições**. Isto é fundamental, pois várias questões de prova perguntam exatamente isso — são apresentadas algumas frases e você precisa identificar qual delas não é uma proposição. Vejamos os casos em que mais aparecem:

- **Perguntas:** são as orações interrogativas.
  Exemplo: Que horas vamos ao cinema?
  Essa pergunta não pode ser classificada como verdadeira ou falsa;
- **Exclamações:** são frases exclamativas.
  Exemplo: Que lindo cabelo!
  Essa exclamação não pode ser valorada, pois apresentam percepções subjetivas;
- **Ordens:** são orações com verbo no imperativo.
  Exemplo: Pegue o livro e vá estudar.

Uma ordem não pode ser classificada como verdadeira ou falsa. Muito cuidado com esse tipo de oração, pois pode ser facilmente confundida com uma proposição lógica.

Não são proposições: **perguntas, exclamações e ordens.**

Temos um outro caso menos cobrado em provas, mas que também não é proposição lógica: o **paradoxo**. Para ficar mais claro, veja o exemplo a seguir:

Ex.: Esta frase é uma mentira.

Quando atribuímos um valor de verdade para a frase, então, na verdade, ele mentiu, uma vez que a própria frase já diz isso, e se atribuirmos o valor falso, então a frase é verdade, pois ela diz ser uma mentira e já sabemos que isso é falso.

Perceba que sempre que valoramos a frase ela nos resulta um valor contrário, ou seja, estamos diante de uma frase que é contraditória em si mesma. Isso é a definição de um paradoxo.

Proposições Compostas

Temos proposições compostas quando há duas ou mais proposições simples ligadas por meio dos conectivos lógicos. Veja os exemplos:

- Sabino corre e Marcos compra leite;
- O gato é azul ou o pato é preto;
- Se Carlinhos pegar a bola, então o jogo vai acabar.

Cada conectivo tem sua representação simbólica e sua nomenclatura. Veja a relação de conectivos:

CONECTIVOS	NOMENCLATURA	SIMBOLOGIA
e	Conjunção	^
ou	Disjunção	v
ou...ou	Disjunção Exclusiva	v
se...então	Condicional	→
se e somente se	Bicondicional	↔

Exemplos:

- Na linguagem natural:

  - O macaco bebe leite **e** o gato come banana;
  - Maria é bailarina **ou** Juliano é atleta;
  - **Ou** o elefante corre rápido **ou** a raposa é lenta;
  - **Se** estudar, **então** vai passar;
  - Bino vai ao cinema **se e somente se** ele receber dinheiro.

- Na linguagem simbólica:

  - p ^ q;
  - p v q;
  - p $\underline{v}$ q;
  - p → q;
  - p ⟷ q.

Agora que conhecemos os conectivos lógicos, vamos ver algumas **camuflagens** dos operadores lógicos que podem aparecer na prova. Veja:

- **Conectivos "e" usando "mas":**
  Exemplo: Jurema é atriz, **mas** Pedro é cantor;
- **Conectivo "ou...ou" usando "...ou..., mas não ambos":**
  Exemplo: Baiano é corredor **ou** ele é nadador, **mas não ambos;**
- **Conectivo "Se então" usando "Desde que, Caso, Basta, Quem, Todos, Qualquer, Toda vez que":**
  Exemplos: **Desde que** faça sol, Pedrinho vai à praia;
  Caso você estude, irá passar no concurso;
  Basta Ana comer massas, e engordará;
  Quem joga bola é rápido;
  Todos os médicos sabem operar;
  Qualquer criança anda de bicicleta;
  Toda vez que chove, não vou à praia.

É importante saber que na condicional a primeira proposição é o **termo antecedente** e a segunda é o **termo consequente**.

P → Q

P = antecedente

Q = consequente

CONECTIVOS

Os conectivos lógicos (ou operadores lógicos, como também podem ser chamados) servem para ligar duas ou mais proposições simples e formar, assim, proposições compostas.

Temos cinco operadores lógicos no total e cada um tem sua nomenclatura e representação simbólica. Veja a tabela a seguir:

Tabela de Conectivos

CONECTIVO	NOMENCLATURA	SÍMBOLO	LEITURA
e	Conjunção	^	p **e** q
ou	Disjunção	v	p **ou** q
ou...ou	Disjunção exclusiva	$\underline{v}$	**Ou** p **ou** q
se...,então	Condicional (implicação)	→	**Se** p, **então** q
se e somente se	Bicondicional (bi-implicação)	⟷	p **se e somente se** q

- **Conjunção (conectivo "e")**: sua representação simbólica é ^. Exemplo:

  - Na linguagem natural: O macaco bebe leite **e** o gato come banana;
  - Na linguagem simbólica: p ^ q.

- **Disjunção Inclusiva (conectivo "ou")**: sua representação simbólica é v. Exemplo:

  - Na linguagem natural: Maria é bailarina ou Juliano é atleta;
  - Na linguagem simbólica: p v q.

- **Disjunção Exclusiva (conectivo "ou...ou")**: sua representação simbólica é: $\underline{v}$. Exemplo:

  - Na linguagem natural: **Ou** o elefante corre rápido **ou** a raposa é lenta;
  - Na linguagem simbólica: p $\underline{v}$ q.

- **Condicional (conectivos "se, então")**: Sua representação simbólica é →. Exemplo:

  - Na linguagem natural: **Se** estudar, **então** vai passar;
  - Na linguagem simbólica: p → q.

- **Bicondicional (conectivo "se e somente se")**: Sua representação simbólica é ⟷. Exemplo:

  - Na linguagem natural: Bino vai ao cinema **se e somente se** ele receber dinheiro;
  - Na linguagem simbólica: p⟷q.

- **Negação:** uma proposição quando negada, recebe valores lógicos opostos dos valores lógicos da proposição original. O símbolo que iremos utilizar é ¬p ou ~p. Exemplos:

  - p: O gato é amarelo;
  - ~p: O gato não é amarelo;
  - q: Raciocínio Lógico é difícil;
  - ~q: É falso que raciocínio lógico é difícil;
  - r: Maria chegou tarde em casa ontem;
  - ~r: Não é verdade que Maria chegou tarde em casa ontem.

Dica

A negação, além da forma convencional, pode ser escrita com as expressões a seguir:
É falso que... / Não é verdade que...

Agora que já fomos apresentados aos conectivos lógicos, vamos ver algumas "camuflagens" dos operadores lógicos que podem aparecer na prova. Veja:

- **Conectivo "e" usando "mas"**
  - Exemplo: Jurema é atriz, **mas** Pedro é cantor;
- **Conectivo "ou...ou" usando "...ou..., mas não ambos"**
  - Exemplo: Baiano é corredor **ou** ele é nadador, **mas não ambos;**
- **Conectivo "Se então" usando "Desde que, Caso, Basta, Quem, Todos, Qualquer, Toda vez que"**
  - Exemplos:

Desde que faça sol, Pedrinho vai à praia;
Caso você estude, irá passar no concurso;
Basta Ana comer massas, e engordará;
Quem joga bola é rápido;
Todos os médicos sabem operar;
Qualquer criança anda de bicicleta;
Toda vez que chove, não vou à praia.

Dica: na condicional, a 1ª proposição é o **termo antecedente** e a 2ª é o **termo consequente**.
P → Q1
P = antecedente
Q = consequente

EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

EQUIVALÊNCIA LÓGICA NOTÁVEL

Afirma-se que uma proposição P é logicamente equivalente ou equivalente a uma proposição Q se as tabelas verdade dessas duas proposições são iguais. E o que isso significa? Ora, duas proposições são equivalentes quando elas dizem exatamente a mesma coisa; quando elas têm o mesmo significado; quando uma pode ser substituída pela outra. Para indicar que são equivalentes, usaremos a seguinte notação:

$$P \Leftrightarrow Q$$

Distribuição (Equivalência pela Distributiva)

- $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

P	Q	R	Q ∨ R	P ∧ (Q ∨ R)	P ∧ Q	P ∧ R	(P ∧ Q) ∨ (P ∧ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

- $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

P	Q	R	Q ∧ R	P ∨ (Q ∧ R)	P ∨ Q	P ∨ R	(P ∨ Q) ∧ (P ∨ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Associação (Equivalência pela Associativa)

- $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$

P	Q	R	Q ∧ R	P ∧ (Q ∧ R)	P ∧ Q	P ∧ R	(P ∧ Q) ∧ (P ∧ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

- $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee (p \vee r)$

P	Q	R	Q ∨ R	P ∨ (Q ∨ R)	P ∨ Q	P ∨ R	(P ∨ Q) ∨ (P ∨ R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F

Idempotência

- $p \Leftrightarrow (p \wedge p)$

P	P	P ∧ P
V	V	V
F	F	F

ADMINISTRAÇÃO GERAL E PÚBLICA

- $p \Leftrightarrow (p \vee p)$

P	P	P ∨ P
V	V	V
F	F	F

Pela Exportação-Importação

- $[(p \wedge q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

P	Q	R	P ∧ Q	(P ∧ Q) → R	Q → R	P → (Q → R)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V

Proposições Associadas a uma Condicional (se, então)

Podemos dizer que as três proposições condicionais que contêm p e q são associadas a $p \rightarrow q$. Veja a seguir:

- Proposições **recíprocas**: $p \rightarrow q$: $q \rightarrow p$;
- Proposição **contrária**: $p \rightarrow q$: $\sim p \rightarrow \sim q$;

P	Q	~P	~Q	P → Q	Q → P	~P → ~Q	~Q → ~P
V	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	F
V	F	V	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V

- Proposição **contrapositiva**: $p \rightarrow q$: $\sim q \rightarrow \sim p$.

Vale ressaltar que, olhando para a tabela, a condicional $p \rightarrow q$ e a sua recíproca $q \rightarrow p$ ou a sua contrária $\sim p \rightarrow \sim q$ **não** são equivalentes.

Implicação Material

Na lógica proposicional, temos uma regra de substituição que diz que é válido que uma sentença condicional seja substituída por uma disjunção em que o antecedente é negado; essa é a implicação material.

A regra determina que P implica Q é logicamente equivalente a não ~P ou Q e pode substituir o outro em provas lógicas: $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$, onde "⇔" é um símbolo que representa "pode ser substituído em uma prova com."

Ou seja, sempre que uma instância de "$P \rightarrow Q$" é exibida em uma linha de uma prova, ela pode ser substituída por «$\sim P \vee Q$".

Exemplo: Se ele é um tigre P, então ele pode correr Q.

Assim, ele não é um tigre ~P ou ele pode correr Q.

Se for descoberto que o tigre não podia correr, escrito simbolicamente como P v ~Q, ambas as sentenças são falsas, mas caso contrário, elas são ambas verdadeiras.

Transposição

A transposição é uma regra de substituição válida para "$P \rightarrow Q$" em que é permitido trocar o antecedente P pelo consequente Q de um enunciado condicional em uma prova lógica se eles estão ambos negados. É a inferência verdadeira de "A implica B", a verdade do "não B implica não A", e vice-versa. É a regra que:

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$$

Em que "⇔" é um símbolo que representa "pode ser substituído em uma prova com."

Ou seja, sempre que uma instância de "$P \rightarrow Q$" é exibida em uma linha de uma prova, ela pode ser substituída por $\sim Q \rightarrow \sim P$ ".

Exemplo: Se ele é um tigre P, então ele pode correr Q.

Assim, se ele não pode correr ~Q, então ele não é um tigre ~P.

EQUIVALÊNCIA CONDICIONAL

Agora vamos tratar de duas equivalências importantes desse conectivo que tem a maior incidência nas provas de concursos. A primeira delas ensina como transformar uma proposição composta pelo "se...então" em outra proposição composta pelo "se... então". A outra ensina como transformar uma proposição composta pelo "se...então" em uma composta pelo conectivo "ou" (e vice-versa). Vamos lá!

Contrapositiva

Para fazermos essa equivalência, devemos inverter as proposições e depois negar todas as proposições.

Inverte e nega tudo mantendo o se então.

Exemplo: $A \rightarrow B \Leftrightarrow \sim B \rightarrow \sim A$

Se Marcos estuda, **então** ele passa. ⇔ **Se** Marcos **não** passa, **então** ele **não** estuda.

Estas duas proposições são equivalentes. Percebeu o processo de construção da segunda a partir da primeira? Você deve inverter a ordem das proposições e negar ambas.

- **"se...então" vira "ou"**

Essa equivalência é feita negando a primeira proposição, trocando o conectivo "se...então" pelo conectivo "ou", repetindo a segunda proposição.

Nega ou repete.

Exemplo:

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \sim A \vee B.$$

Se o urso é ovíparo, **então** o macaco voa. ⇔ O urso **não** é ovíparo **ou** o macaco voa.

Observe a tabela a seguir e veja que os resultados são iguais, ou seja, equivalentes:

A	B	~A	~B	A → B	~B → ~A	~A V B
V	V	F	F	**V**	**V**	**V**
V	F	F	V	**F**	**F**	**F**
F	V	V	F	**V**	**V**	**V**
F	F	V	V	**V**	**V**	**V**

EQUIVALÊNCIA BICONDICIONAL

Geralmente aprendemos somente a equivalência básica desse conectivo (a comutação), mas precisamos ficar atentos para os casos especiais. O conectivo "se e somente se" tem mais duas equivalências lógicas quando interpretamos de maneira mais minuciosa o seu significado e sua tabela verdade. A seguir veremos esses detalhes que estão aparecendo cada vez mais nas provas. Vamos lá!

Comutação

Exemplo: A ↔ B ⇔ B ↔ A
O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ Hoje não choverá **se e somente se** o céu ficar azul.

- **Com o conectivo "e" e "se...então"**

Para fazer essa equivalência, vamos interpretar o conectivo ***"se e somente se"***. Na sua nomenclatura temos uma **bicondicional**; o que isso significa exatamente? Significa que temos duas condicionais (se... então).

Pensando nisso, podemos dizer então que temos **uma condicional indo e uma condicional voltando**; repare que a simbologia (↔) é composta por duas setas. Agora vamos traduzir isso tudo com um exemplo.

Exemplo: A ↔ B ⇔ (A → B) ^ (B → A)
O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ **Se** o céu ficará azul, **então hoje** não vai chover **e se** hoje não vai chover, **então** o céu ficará azul.

- **Com o conectivo "ou" e "tabela verdade"**

Já para entendermos essa equivalência, precisamos lembrar dos casos na tabela verdade do conectivo **"se e somente se"** quando temos resultados verdadeiros, ou seja, quando os **valores lógicos são iguais**. Sabendo disso, podemos dizer, então, que o conectivo **"se e somente se"** terá resultado **verdadeiro** quando as **proposições forem todas verdadeiras** ou quando **forem todas falsas** (vale lembrar que a negação de "V" será "F"). Logo, veja o exemplo de como ficará essa equivalência:

Exemplo: A ↔ B ⇔ (A ^ B) v (~A ^ ~B)
O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ O céu ficará azul **e** hoje não vai chover **ou** o céu não ficará azul **e** hoje vai chover.

Agora observe a tabela verdade envolvendo todas as equivalências da Bicondicional:

A	B	~A	~B	A ↔ B	B ↔ A	(A→B) ∧ (B→A)	(A ^ B) V (~A ^ ~B)
V	V	F	F	**V**	**V**	**V**	**V**
V	F	F	V	**F**	**F**	**F**	**F**
F	V	V	F	**F**	**F**	**F**	**F**
F	F	V	V	**V**	**V**	**V**	**V**

COMUTAÇÃO

Leis Comutativas

- **Conjunção "e":**
  - Exemplo: A ^ B ⇔ B ^ A
  - Joana é magra **e** Maria é baixa. ⇔ Maria é baixa **e** Joana é magra.

A	B	A ^ B	B ^ A
V	V	**V**	**V**
V	F	**F**	**F**
F	V	**F**	**F**
F	F	**F**	**F**

- **Disjunção Inclusiva "ou":**
  - Exemplo: A v B ⇔ B v A
  - João anda de barco **ou** Sabrina vai à praia. ⇔ Sabrina vai à praia **ou** João anda de barco.

- **Disjunção Exclusiva "ou...ou":**
  - Exemplo: A $\underline{v}$ B ⇔ B $\underline{v}$ A
  - **Ou** Romeu compra uma moto **ou** ele vende o carro. ⇔ **Ou** Romeu vende o carro **ou** ele compra uma moto.

A	B	A ⊻ B	B ⊻ A
V	V	**F**	**F**
V	F	**V**	**V**
F	V	**V**	**V**
F	F	**F**	**F**

- **Bicondicional "se e somente se"**
  - Exemplo: A ↔ B ⇔ B A
  - O céu ficará azul **se e somente se** hoje não chover. ⇔ Hoje não choverá **se e somente se** o céu ficar azul.

A	B	A ↔ B	B ↔ A
V	V	**V**	**V**
V	F	**F**	**F**
F	V	**F**	**F**
F	F	**V**	**V**

- **Condicional "Se então":** é o único conectivo lógico que não aceita a propriedade de comutação, pois o seu antecedente não pode ser o consequente e vice-versa.

$$A \to B \neq B \to A$$

Agora vamos treinar o que aprendemos na teoria com exercícios comentados de diversas bancas. Vamos lá!

1. **(VUNESP – 2020)** Considere a seguinte afirmação: Se Marcos está prestando esse concurso, então ele é formado no Curso de Serviço Social.
Assinale a alternativa que contém uma afirmação equivalente para a afirmação apresentada.

a) Marcos está prestando esse concurso se, e somente se, ele é formado no Curso de Serviço Social.
b) Se Marcos é formado no Curso de Serviço Social, então ele está prestando esse concurso.
c) Marcos está prestando esse concurso e ele é formado no Curso de Serviço Social.
d) Se Marcos não é formado no Curso de Serviço Social, então ele não está prestando esse concurso.
e) Marcos não é formado no Curso de Serviço Social e ele está prestando esse concurso.

Veja que não temos a presença do "ou" nas alternativas e isso facilita, pois usamos a "contrapositiva". Basta inverter e negar, mantendo o mesmo conectivo:
Se Marcos não é formado no Curso de Serviço Social, então ele não está prestando esse concurso.
Resposta: Letra D.

2. **(CEBRASPE-CESPE – 2020)** No argumento seguinte, as proposições P1, P2, P3 e P4 são as premissas, e C é a conclusão.

P1: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado.".
P2: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.".
P3: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".
P4: "Se os beneficiários dos serviços prestados pelo setor Alfa são mal atendidos, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.".
C: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.".

Considerando esse argumento, julgue o item seguinte.
A proposição P3 é equivalente à proposição "Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado.".

( ) CERTO ( ) ERRADO

Proposição: P3: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".
Equivalência:
(Inverte e nega tudo mantendo "se então")
"Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado."
Resposta: Certo.

3. **(CEBRASPE-CESPE – 2020)** Considerando a proposição P: "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito", julgue o item a seguir.
A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz".

( ) CERTO ( ) ERRADO

Proposição: P → Q
Equivalência: ~Q → ~P
Logo, "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito"
"Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz". Resposta: Certo.

4. **(CEBRASPE-CESPE – 2019)** Assinale a opção que apresenta a proposição lógica que é equivalente à seguinte proposição:
"Se Carlos foi aprovado no concurso, então Carlos possui o ensino médio completo."

a) "Carlos não foi aprovado no concurso ou Carlos possui o ensino médio completo."
b) "Se Carlos não foi aprovado no concurso, então Carlos não possui o ensino médio completo."
c) "Carlos possuir o ensino médio completo é condição suficiente para que ele seja aprovado no concurso"
d) "Carlos ser aprovado no concurso é condição necessária para que ele tenha o ensino médio completo."
e) "Carlos possui o ensino médio completo e não foi aprovado no concurso."

Precisamos fazer a equivalência do conectivo "se então". Portanto, para resolver, basta trocar o conectivo "se então" por "ou" e depois negar a primeira proposição e manter a segunda proposição. Veja:
"Se Carlos foi aprovado no concurso, então Carlos possui o ensino médio completo."
"Carlos não foi aprovado no concurso ou Carlos possui o ensino médio completo." Resposta: Letra A.

5. **(CEBRASPE-CESPE – 2019)** Acerca da lógica sentencial, julgue o item que segue.
Se P, Q, R e S forem proposições simples, então as proposições $P \vee R \to Q \wedge S$ e $(\sim Q) \vee (\sim S) \to (\sim P) \wedge (\sim R)$ serão equivalentes.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Trata-se da equivalência contrapositiva da condicional.
$P \vee R \to Q \wedge S$
1º: inverte as proposições, mantendo a condicional
$Q \wedge S \to P \vee R$
2º: nega tudo.
- Negação do $Q \wedge S = \sim Q \vee \sim S$ (Negação do $\wedge$ troca pelo $\vee$ e nega tudo)

- Negação do PvR = ~P ʌ ~R (Negação do v troca pelo ʌ e nega tudo) Logo, (~Q) v (~S) → (~P) ʌ (~R). Resposta: Certo.

QUANTIFICADORES

Lógica de 1ª ordem é igual a Quantificadores Lógicos, então, toda vez que você vir esse tema no edital, terá que saber três coisas fundamentais sobre os quantificadores:

- Negação;
- Equivalência; e
- Representação por diagramas.

Quantificadores Lógicos ou Proposições Categóricas são elementos que especificam a extensão da validade de um predicado sobre um conjunto de constantes individuais, ou seja, são palavras ou expressões que indicam que houve **quantificação.** São exemplos de quantificadores as expressões: "existe", "algum", "todo", "pelo menos um" e "nenhum".

CLASSIFICAÇÃO DAS PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

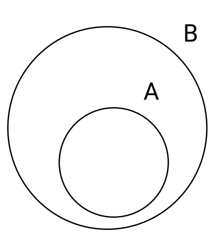
Estes quantificadores podem ser classificados em dois tipos:

- **Quantificador Universal:** "todo" e "nenhum";
- **Quantificador Existencial (particulares):** "pelo menos um", "existe um" e o "algum".

QUANTIFICADOR UNIVERSAL "TODO" (AFIRMATIVO)

Exemplos:
Todo A é B;
Todo homem joga bola.

Perceba que temos dois conjuntos envolvidos no exemplo, o do homem e o de jogar bola. Vale lembrar que "Todo A é B" significa que todo elemento de A também é elemento de B. Logo, podemos representar com o diagrama:



O conjunto A dentro do conjunto B

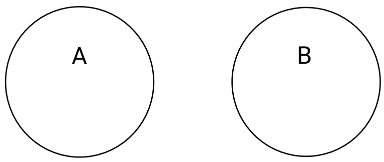
Quando "Todo A é B" é verdadeira, os valores lógicos das outras proposições categóricas, interpretando os diagramas, serão os seguintes:

- Nenhum A é B: É falsa;
- Algum A é B: É verdadeira;
- Algum A não é B: é falsa.

QUANTIFICADOR UNIVERSAL "NENHUM" (NEGATIVO)

Exemplos:
Nenhum A é B;
Nenhum homem joga bola.

Perceba que temos dois conjuntos envolvidos no exemplo, o do homem e o de jogar bola. Vale lembrar que "Nenhum A é B" significa que A e B não tem elementos em comum, logo, temos apenas uma representação com diagrama:



Não há intersecção entre o conjunto A e o conjunto B

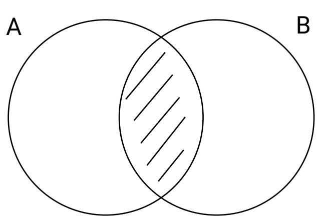
Quando "Nenhum A é B" é verdadeira, os valores lógicos das outras proposições categóricas, interpretando o diagrama, serão os seguintes:

- Todo A é B: É falsa;
- Algum A é B: É falsa;
- Algum A não é B: é verdadeira.

QUANTIFICADOR PARTICULAR (AFIRMATIVO): "ALGUM" / "PELO MENOS UM" / "EXISTE"

Exemplo:
Algum A é B;
Algum homem joga bola.

Perceba que temos dois conjuntos envolvidos no exemplo, o do homem e o de jogar bola. Vale lembrar que "Algum A é B" significa que o conjunto A tem pelo menos um elemento em comum com o conjunto B, ou seja, há intersecção entre os círculos A e B. Logo, podemos fazer representação com diagrama:



Os dois conjuntos possuem uma parte em comum

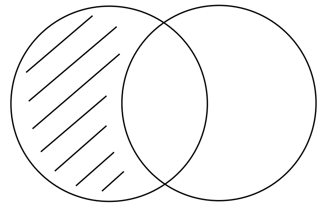
Veja que a representação de A e B possui intersecção. Então, quando "Algum A é B" é verdadeira, os valores lógicos das outras proposições categóricas, interpretando o diagrama, serão os seguintes:

- Todo A é B: É indeterminado;
- Nenhum A é B: É falsa;
- Algum A não é B: É indeterminado.

QUANTIFICADOR PARTICULAR (NEGATIVO): "ALGUM" / "PELO MENOS UM" / "EXISTE" + A PARTÍCULA "NÃO"

Exemplo:
Algum A não é B;
Algum homem não joga bola.

Perceba que temos dois conjuntos envolvidos no exemplo, o do homem e o de jogar bola. Vale lembrar que “Algum A não é B” significa que o conjunto A tem pelo menos um elemento que não pertence ao conjunto B. Logo, podemos fazer representação com diagramas:



Os dois conjuntos possuem uma parte em comum, mas não há contato de alguns elementos de A com B

Veja que nas representações o conjunto A tem pelo menos um elemento que não pertence ao conjunto B. Então, quando “Algum A não é B” é verdadeira, os valores lógicos das outras proposições categóricas, interpretando o diagrama, serão os seguintes:

- Todo A é B: É falsa;
- Nenhum A é B: É indeterminada;
- Algum A não é B: É indeterminado.

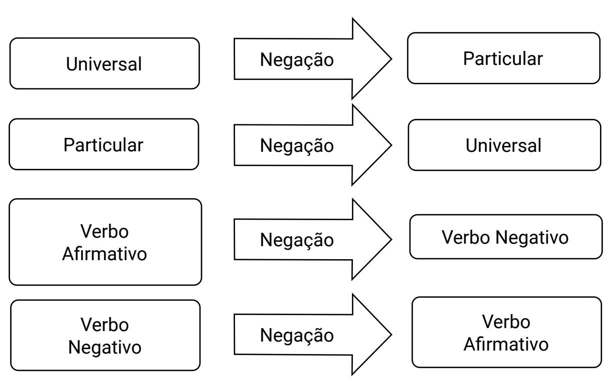
NEGAÇÃO DOS QUANTIFICADORES LÓGICOS OU PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

Você vai aprender de uma vez por todas como negar proposições quantificadas, ou seja, proposições que utilizam expressões como “todo”, “algum” e “nenhum”. Podemos, então, dizer que negar uma proposição significa trocar o seu valor lógico. Em outras palavras, a negação de uma proposição verdadeira é uma proposição falsa; a negação de uma proposição falsa é uma proposição verdadeira.

Tudo que você precisa para negar uma proposição quantificada é saber como **classificá-la**, então, veja alguns exemplos:

QUANTIFICADOR	CLASSIFICAÇÃO	EXEMPLO
Todo	Universal Afirmativo	**Todo** homem joga bola
Nenhum	Universal Negativo	**Nenhum** homem joga bola
Algum	Particular Afirmativo	**Algum** homem joga bola
Algum + Não	Particular Negativo	**Algum** homem **não** joga bola

Sabendo disso, é muito simples negar proposições quantificadas.



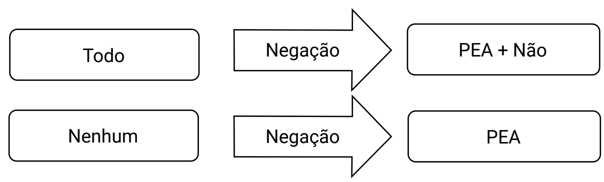
- Se o quantificador utilizado for **universal**, a negação utilizará um quantificador **particular**;
- Se o quantificador utilizado for **particular**, a negação utilizará um quantificador **universal**;
- Se o **verbo for afirmativo**, a negação utilizará um **verbo negativo**;
- Se o **verbo for negativo**, a negação utilizará um **verbo afirmativo**.

Esquematizando tudo:

QUANTIFICADOR	NEGAÇÃO	EXEMPLO
Universal afirmativa “**todo**”	Particular negativa “**algum + não**”	**p: Todo** homem joga bola **~p: Algum** homem **não** joga bola

QUANTIFICADOR	NEGAÇÃO	EXEMPLO
Universal negativa **"nenhum"**	Particular afirmativa **"algum"**	**p: Nenhum** homem joga bola **~p: Algum** homem joga bola
Particular afirmativa **"algum"**	Universal negativa **"nenhum"**	**p: Algum** homem joga bola **~p: Nenhum** homem joga bola
Particular negativa **"algum + não"**	Universal afirmativa **"todo"**	**p: Algum** homem **não** joga bola **~p: Todo** homem joga bola

Olhando para as iniciais de cada quantificador lógico particular (**P**elo menos / **E**xiste / **A**lgum), podemos escrever o lembrete abaixo para negação:



PREDICADOS

Um predicado é uma expressão que contém variáveis e que se torna uma proposição quando valores específicos são atribuídos às variáveis.

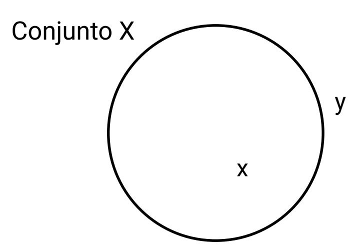
Tomemos como exemplo: P(x) pode ser um predicado que significa "x é um número par".

Assim, quando atribuímos uma variável de predicado a um valor específico, o predicado se torna uma proposição comum. Pensando no predicado anterior, se atribuirmos o valor 2 para a variável x, temos que a proposição P(2) é verdadeira.

DIAGRAMAS: CONJUNTOS E SUAS OPERAÇÕES

Conjunto é uma reunião de elementos ou pessoas que possuem a mesma característica, por exemplo, numa festa pode haver o conjunto de pessoas que só bebem cerveja ou o conjunto daquelas que só gostam de músicas eletrônicas.

Representamos um conjunto da seguinte forma:



Podemos afirmar que no interior do círculo há todos os elementos que pertencem (compõem) ao conjunto X, já na parte externa do círculo estão todos os elementos que não fazem parte de X, ou seja, "y" não pertence ao conjunto X.

No gráfico acima podemos dizer que o elemento "x" pertence ao conjunto X e o elemento "y" não pertence.

Matematicamente, usamos o símbolo $\in$ para indicar essa relação de pertinência. Isto é: $\mathbf{x \in X}$**,** já o elemento "y" não pertence ao conjunto X, onde usamos o símbolo $\notin$ para essa relação de não pertinência. Matematicamente:

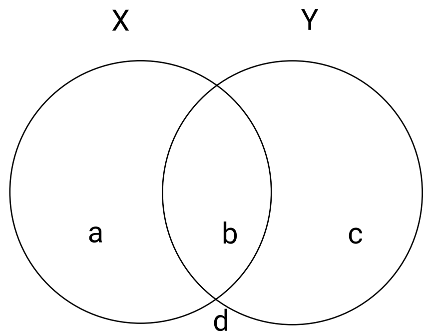
$$\mathbf{y \notin X.}$$

Complemento de um Conjunto

O complemento de X é o conjunto formado por todos os elementos do Universo e o elemento "y" faz parte dele, claro que com exceção daqueles que estão presentes em X. Representamos o complemento ou complementar pelo **símbolo** $\mathbf{X^c}$**.** Podemos afirmar que "y" não pertence à X, mas pertence ao conjunto complementar de X: matematicamente: $\mathbf{y \in X^c}$**.**

Interpretando Regiões e Conhecendo a Interseção e União de Conjuntos

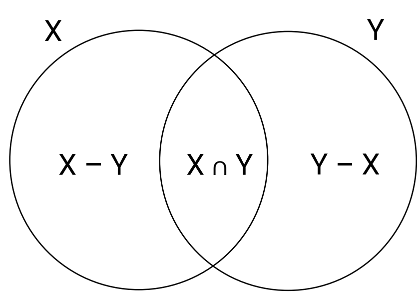
Uma outra situação é quando temos dois conjuntos (X e Y), podemos representar da seguinte forma, no geral:



Interpretando os conjuntos anterior temos:

- O elemento "a" pertence apenas ao conjunto X, pois ele está numa região que não tem contato com o conjunto Y;
- O elemento "c" faz parte somente ao conjunto Y;
- O elemento "b" pertence aos dois conjuntos, ou seja, faz parte da **interseção entre os conjuntos X e Y**. A representação simbólica é feita por **X ∩ Y**. Como o elemento "b" faz parte dessa região, temos:
  - **b Є (X ∩ Y)** – o elemento "b" pertence à interseção dos conjuntos X e Y;
- O elemento "d" não faz parte de nenhum dos dois conjuntos. Logo, podemos dizer que "d" não pertence à União entre os conjuntos X e Y. A união é a junção das regiões dos dois conjuntos e é representada **simbolicamente por X ∪ Y.** Assim, **d ∉ (X ∪ Y)** – o elemento "d" não pertence à união entre os conjuntos X e Y.

Vamos analisar uma outra situação:



Nesta representação, podemos interpretar a **região X – Y** (diferença de conjuntos) como sendo a região formada pelos elementos de X que não fazem parte do conjunto Y. Veja o exemplo:

X = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
Y = {5, 6, 7, 9, 10}

X – Y = basta tirar de X os elementos que estão nele e também em Y, ou seja, **X – Y** = **{2, 3, 4, 8}**

Já no caso da região **Y – X**, temos:

X = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
Y = {5, 6, 7, 9, 10}
Y – X = {9, 10}

Podemos falar, também, da região de interseção dos conjuntos **X ∩ Y.**

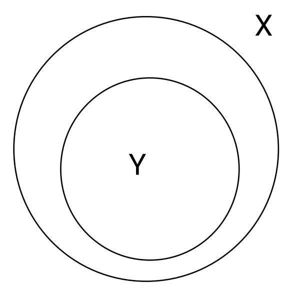
X = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
Y = {5, 6, 7, 9, 10}
X ∩ Y = {5, 6, 7}

E por fim, vamos identificar a **união entre os conjuntos X e Y**. Observe que vamos juntar todos os elementos dos dois conjuntos, mas **sem repetir** os elementos presentes na interseção. Veja:

X = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
Y = {5, 6, 7, 9, 10}
X ∪ Y = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Relação de "Contém"/"Não Contém" e "Está Contido"/"Não Está Contido" entre Conjuntos

Em algumas situações, a intersecção entre os conjuntos X e Y pode ser todo o conjunto Y, por exemplo. Isso acontece quando todos os elementos de B são também elementos de A. Veja isso no gráfico a seguir:



Perceba que realmente **X ∩ Y = Y.** Quando temos a situação acima, podemos dizer que o conjunto Y está contido no conjunto X, representado **matematicamente por Y ⊂ X.** Ou podemos dizer, ainda, que o conjunto X contém o conjunto Y, representado **matematicamente por X ⊃ Y**.

> **Importante!**
>
> Entenda a diferença:
>
> - Falamos que um **elemento pertence ou não pertence** a um **conjunto**;
> - Falamos que um **conjunto está contido ou não está contido** em outro **conjunto**.

Representação de Conjunto usando Chaves

Geralmente usamos letras maiúsculas para representar os nomes de conjuntos e minúsculas para representar elementos. Ex.: A = {4, 6, 7, 9}; B = {a, b, c, d} etc. Ainda podemos utilizar notações matemáticas para representar os conjuntos. Veja o exemplo a seguir:

A = {∀ x Є Z | x ≥ **0}**

Podemos entender e fazer a leitura do conjunto anterior da seguinte maneira: o conjunto A é composto por **todo** x pertencente ao conjunto dos números inteiros, **tal que** x é maior ou igual a zero.

Agora, veja um outro exemplo:

B = {∃ x Є Z | x > **5}**