

ESA, EsPCEx E EPCAR

Para os cargos de Curso de Formação e Cadete

SUMÁRIO

PORTUGUÊS	27
■ LEITURA - INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DE TEXTOS	27
INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS PRESENTES EM UM TEXTO E O RESPECTIVO RELACIONAMENTO COM O UNIVERSO EM QUE O TEXTO FOI PRODUZIDO	27
■ FONÉTICA	29
ORTOGRAFIA - CORRETA ESCRITA DAS PALAVRAS DA LÍNGUA PORTUGUESA	29
ACENTUAÇÃO GRÁFICA	30
PARTIÇÃO SILÁBICA	30
■ PONTUAÇÃO	31
■ MORFOLOGIA	33
ESTRUTURA DAS PALAVRAS E FORMAÇÃO DAS PALAVRAS: SUFIXOS E PREFIXOS	33
RADICAIS GREGOS E LATINOS	35
ORIGENS DAS PALAVRAS DA LÍNGUA PORTUGUESA	36
■ CLASSIFICAÇÃO E FLEXÃO DAS PALAVRAS	37
SUBSTANTIVO	37
ARTIGO	39
ADJETIVO	39
NUMERAL	41
PRONOME	41
Sintaxe de Colocação	41
VERBO	45
Emprego dos Modos e dos Tempos Verbais, Emprego do Infinitivo Verbal	45
ADVÉRBIO	50
PREPOSIÇÃO	53
CONJUNÇÃO	55
INTERJEIÇÃO	56
CONECTIVOS E FORMAS VARIANTES	57
■ NOÇÕES DE VERSIFICAÇÃO	57

ESTRUTURA DO VERSO E TIPOS DE VERSO	57
Estrofação	57
RIMA	58
POEMAS DE FORMA FIXA.....	58
■ SEMÂNTICA - ESTILÍSTICA - SIGNIFICAÇÃO DAS PALAVRAS.....	59
VARIEDADES LINGUÍSTICAS	59
SINONÍMIA E ANTONÍMIA, HIPONÍMIA E HIPERONÍMIA, POLISSEMIA, AMBIGUIDADE	60
DENOTAÇÃO E CONOTAÇÃO	62
FIGURAS DE LINGUAGEM	62
FUNÇÕES DA LINGUAGEM.....	65
VÍCIOS DA LINGUAGEM	66
■ SINTAXE - ANÁLISE SINTÁTICA.....	67
TERMOS ESSENCIAIS DA ORAÇÃO.....	68
TERMOS INTEGRANTES DA ORAÇÃO.....	70
TERMOS ACESSÓRIOS DA ORAÇÃO	71
PERÍODO COMPOSTO	73
Estudo Complementar do Período Composto	73
ORAÇÕES COORDENADAS	73
ORAÇÕES PRINCIPAIS E ORAÇÕES SUBORDINADAS	74
Orações Subordinadas Substantivas.....	74
Orações Subordinadas Adjetivas	74
Orações Subordinadas Adverbiais	74
ORAÇÕES REDUZIDAS	75
SINTAXE DE CONCORDÂNCIA.....	76
SINTAXE DE REGÊNCIA (VERBAL E NOMINAL).....	80
EMPREGO DO VERBO HAVER	81
■ TEORIA DA LINGUAGEM E SEMÂNTICA - HISTÓRIA DA LÍNGUA PORTUGUESA.....	82
LINGUAGEM, LÍNGUA, DISCURSO E ESTILO.....	82
■ LÍNGUA E ARTE LITERÁRIA.....	82



INTRODUÇÃO À LITERATURA, À ARTE LITERÁRIA, OS GÊNEROS LITERÁRIOS E A EVOLUÇÃO DA ARTE LITERÁRIA EM PORTUGAL E NO BRASIL	82
Literatura Brasileira - Contexto Histórico.....	82
CARACTERÍSTICAS, PRINCIPAIS AUTORES E OBRAS DO QUINHENTISMO	83
BARROCO	83
ARCADISMO	84
ROMANTISMO	85
REALISMO	86
NATURALISMO	86
IMPRESSIONISMO	87
PARNASIANISMO	87
SIMBOLISMO	88
PRÉ-MODERNISMO	88
MOVIMENTOS DE VANGUARDA EUROPEIA NO BRASIL; MODERNISMO BRASILEIRO – PROSA E POESIA (1ª, 2ª E 3ª GERAÇÕES)	89
MODERNISMO	90
TENDÊNCIAS DA LITERATURA BRASILEIRA CONTEMPORÂNEA	91
GÊNEROS LITERÁRIOS	93
Linguagem Poética	94
TROVADORISMO	95
HUMANISMO	95
CLASSICISMO	95
PROSA E POESIA	96
■ GÊNERO TEXTUAL	96
■ TEXTUALIDADE E ESTILO	101
COESÃO E COERÊNCIA TEXTUAL	101
Mecanismos de Coesão.....	101
TIPOS DE DISCURSO	106
INTERTEXTUALIDADE	107
NÃO CONTRADIÇÃO	110
PARALELISMOS SINTÁTICOS E SEMÂNTICOS	110

CONTINUIDADE E PROGRESSÃO TEXTUAL	111
TEXTO E CONTEXTO	112
■ O TEXTO NARRATIVO - ELEMENTOS DA NARRATIVA.....	112
O ENREDO, O TEMPO E O ESPAÇO.....	112
A TÉCNICA DA DESCRIÇÃO	114
O NARRADOR.....	115
O TEXTO ARGUMENTATIVO	116
O TEMA.....	117
A IMPESSOALIDADE.....	117
A CARTA ARGUMENTATIVA	118
A CRÔNICA ARGUMENTATIVA	119
A ARGUMENTAÇÃO E A PERSUASÃO	119
O TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO	119
A CONSISTÊNCIA DOS ARGUMENTOS	120
A CONTRA-ARGUMENTAÇÃO	120
O PARÁGRAFO	121
A INFORMATIVIDADE E O SENSO COMUM.....	121
FORMAS DE DESENVOLVIMENTO DO TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO: A INTRODUÇÃO E A CONCLUSÃO	121
■ ALTERAÇÕES INTRODUZIDAS NA ORTOGRAFIA DA LÍNGUA PORTUGUESA PELO ACORDO ORTOGRÁFICO DA LÍNGUA PORTUGUESA	124
ASSINADO EM LISBOA, EM 16 DE DEZEMBRO DE 1990, POR PORTUGAL, BRASIL, ANGOLA, SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE, CABO VERDE, GUINÉ-BISSAU, MOÇAMBIQUE E, POSTERIORMENTE, POR TIMOR LESTE.....	124
Aprovado no Brasil pelo Decreto nº 6.583, de 29 de Setembro de 2008, e Alterado pelo Decreto nº 7.875, de 27 de Dezembro de 2012	124
REDAÇÃO DISCURSIVA.....	133
■ INTRODUÇÃO À REDAÇÃO DISCURSIVA.....	133
MATEMÁTICA.....	155
■ NOÇÕES DE CONJUNTOS	155
REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS	155

SUBCONJUNTOS	156
OPERAÇÕES.....	157
União	157
Interseção	157
Diferença.....	158
Complementar	158
CONJUNTO UNIVERSO.....	159
CONJUNTO VAZIO.....	159
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS: OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	159
CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS	159
CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS	160
NÚMEROS PRIMOS.....	162
NÚMERO DE DIVISORES.....	162
MÁXIMO DIVISOR COMUM.....	163
MÍNIMO MÚLTIPLO.....	163
CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS	163
CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS	165
POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO.....	167
CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS	170
Operações.....	171
Módulo	172
Conjugado de Um Número Complexo	172
Extração de Raízes e Fórmulas de Moivre	172
Representação no Plano de Argand-Gauss.....	174
■ RAZÕES, PORCENTAGENS E NOÇÕES BÁSICAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA	176
RAZÕES E PROPORÇÕES.....	176
NÚMEROS E GRANDEZAS PROPORCIONAIS	177
REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA	178
PORCENTAGENS	180
JUROS SIMPLES.....	180
■ CONTAGEM.....	183
FATORIAL, DEFINIÇÃO E OPERAÇÕES.....	183

ARRANJOS	184
COMBINAÇÕES	184
PERMUTAÇÕES	184
PRINCÍPIOS MULTIPLICATIVO E ADITIVO DA CONTAGEM.....	185
■ PROBABILIDADE	186
EXPERIMENTO ALEATÓRIO, EXPERIMENTO AMOSTRAL, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO	186
PROBABILIDADE EM ESPAÇOS AMOSTRAIS EQUIPROVÁVEIS	186
PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS	187
PROBABILIDADE CONDICIONAL	187
PROPRIEDADE DAS PROBABILIDADES	188
PROBABILIDADE DE DOIS EVENTOS SUCESSIVOS E EXPERIMENTOS BINOMIAIS	189
BINÔMIO DE NEWTON.....	190
Desenvolvimento, Coeficientes Binomiais e Termo Geral.....	190
■ NOÇÕES DE ESTATÍSTICA BÁSICA.....	192
TABELAS	192
REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS: BARRAS, COLUNAS, SETORES, LINHAS E PICTOGRAMAS	193
MÉDIA ARITMÉTICA SIMPLES E PONDERADA	194
■ SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E PROGRESSÕES.....	196
SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS	196
PROGRESSÕES ARITMÉTICAS.....	196
Termo Geral	196
Soma dos Termos e Propriedades	197
PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS FINITAS E INFINITAS	197
Soma dos Termos e Propriedades	197
Termo Geral	197
■ FUNÇÕES	199
CONCEITO DE FUNÇÃO	199
DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO	199
FUNÇÕES, INJETORAS, SOBREJETORA, BIJETORA.....	200
FUNÇÕES PARES E ÍMPARES.....	200
FUNÇÕES PERIÓDICAS E FUNÇÕES COMPOSTAS	201

FUNÇÃO CONSTANTE, FUNÇÃO CRESCENTE, FUNÇÃO DECRESCENTE.....	201
FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA SENTENÇA	201
FUNÇÃO INVERSA	202
FUNÇÕES $Y=K/X$, $Y=RAIZ$ QUADRADA DE X E SEUS GRÁFICOS	202
TRANSLAÇÃO, REFLEXÃO DE FUNÇÕES	203
FUNÇÃO LINEAR OU FUNÇÃO AFIM	204
Gráficos, Domínio, Imagem e Características.....	204
Variações de Sinal.....	205
Inequação Produto e Inequação Quociente.....	205
FUNÇÃO QUADRÁTICA.....	207
Gráficos, Domínio, Imagem e Características.....	207
Máximos e Mínimos.....	207
Variações de Sinal.....	208
Inequação	209
FUNÇÃO MODULAR.....	210
Definição, Gráfico, Domínio e Imagem da Função Modular.....	210
Equações Modulares.....	211
Inequações Modulares.....	211
FUNÇÃO EXPONENCIAL.....	211
Gráficos, Domínio, Imagem e Características da Função Exponencial.....	211
Equações e Inequações Exponenciais	212
FUNÇÃO LOGARÍTMICA.....	213
Definição de Logaritmo e Propriedades Operatórias	213
Logaritmos Decimais	213
Gráficos, Domínio, Imagem e Características da Função Logarítmica	214
Equações e Inequações Logarítmicas	214
EQUAÇÕES DE 1º GRAU	216
Resolução de Equação de 1º Grau	216
Inequações de 1º Grau.....	216
EQUAÇÕES DE 2º GRAU	216
Resolução de Equação de 2º Grau	216
EQUAÇÕES IRRACIONAIS	217
EQUAÇÕES BIQUADRADAS.....	218

■ CÁLCULO ALGÉBRICO	220
FATORAÇÃO	220
OPERAÇÕES COM EXPRESSÕES ALGÉBRICAS	220
PRODUTOS NOTÁVEIS	220
FRAÇÕES ALGÉBRICAS.....	220
■ GEOMETRIA PLANA	221
ÂNGULO.....	221
Definição, Elementos e Propriedades.....	221
PARALELISMO	224
PERPENDICULARIDADE	224
POLÍGONOS	225
POLÍGONOS REGULARES.....	226
CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS.....	227
Ângulos na Circunferência.....	227
PERÍMETRO E ÁREA	229
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS	231
PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO.....	232
TRIÂNGULOS RETÂNGULOS.....	233
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	233
RELAÇÕES MÉTRICAS EM UM TRIÂNGULO QUALQUER.....	233
TEOREMA DE PITÁGORAS	234
CONGRUÊNCIA DE FIGURAS PLANAS	234
FEIXE DE RETAS PARALELAS E TRANSVERSAIS.....	235
TEOREMA DE TALES.....	236
TEOREMA DAS BISSETRIZES INTERNAS E EXTERNAS DE UM TRIÂNGULO.....	236
QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS	237
FÓRMULA DE HERON	238
RAZÃO ENTRE ÁREAS.....	238
LUGARES GEOMÉTRICOS	239
LINHA POLIGONAL.....	241

TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS ELEMENTARES	241
Translação, Rotação e Simetria.....	241
■ GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA.....	244
PONTO	244
O Plano Cartesiano.....	244
Distância Entre Dois Pontos	244
Ponto Médio de Segmento e Condição de Alinhamento de Três Pontos.....	244
RETA	244
Equações Geral E Reduzida	244
Interseção de Retas.....	245
Paralelismo e Perpendicularidade.....	245
Ângulo Entre Duas Retas	246
Distância Entre Ponto e Retas e Distância Entre Duas Retas.....	246
Bissetrizes do Ângulo Entre Duas Retas.....	246
Área de um Triângulo e Inequações do Primeiro Grau Com Duas Variáveis	247
CIRCUNFERÊNCIA	248
Equações Geral e Reduzida	248
Posições Relativas Entre Ponto e Circunferência.....	248
Reta e Circunferência e Duas Circunferências.....	249
Problemas de Tangência	250
Equações e Inequações do Segundo Grau Com Duas Variáveis.....	252
ELIPSE	253
Definição	253
Equação	253
Posições Relativas Entre Ponto e Elipse.....	254
Posições Relativas Entre Reta e Elipse.....	254
HIPÉRBOLE.....	255
Definição	255
Equação da Hipérbole	255
Posições Relativas Entre Ponto e Hipérbole.....	256
Posições Relativas Entre Reta e Hipérbole	256
Equações das Assíntotas da Hipérbole	257
PARÁBOLA	258
Definição	258
Equação	258
Posições Relativas Entre Ponto E Parábola.....	258

Posições Relativas Entre Reta E Parábola	258
RECONHECIMENTO DE CÔNICAS A PARTIR DE SUA EQUAÇÃO GERAL	259
■ GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA.....	262
PRISMAS	262
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos	262
PIRÂMIDE.....	263
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos	263
CILINDRO.....	264
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos	264
CONE.....	266
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos	266
ESFERA.....	267
Elementos, Seção da Esfera, Área, Volumes e Partes da Esfera.....	267
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO DE SÓLIDOS.....	268
■ GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO.....	270
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS	270
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DOIS PLANOS.....	271
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E PLANO	271
PERPENDICULARIDADE ENTRE DUAS RETAS, ENTRE DOIS PLANOS E ENTRE RETA E PLANO	271
PROJEÇÃO ORTOGONAL	272
■ TRIGONOMETRIA.....	272
ARCOS NOTÁVEIS.....	272
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO (RETÂNGULO E QUALQUER).....	274
Razões Trigonométricas	274
LEI DOS SENOS E LEI DOS COSSENOS	275
Lei dos Senos	275
Lei dos Cossenos	276
UNIDADES DE MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS: O GRAU E O RADIANO	277
CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO	277
REDUÇÃO AO 1° QUADRANTE	278

TRANSFORMAÇÕES.....	279
IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS.....	280
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS	282
FÓRMULAS DE ADIÇÃO DE ARCOS	284
Arcos Duplos	284
Arco Metade.....	285
TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO	286
SISTEMAS DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	286
RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS.....	289
■ MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES.....	295
OPERAÇÕES COM MATRIZES	296
Adição	296
Multiplicação por Escalar	297
Transposição	297
Produto	297
MATRIZ INVERSA	297
DETERMINANTE DE UMA MATRIZ.....	298
Definição e Propriedades.....	298
■ POLINÔMIOS	305
FUNÇÃO POLINOMIAL	305
IDENTIDADE DE UM POLINÔMIO.....	305
Polinômio Identicamente Nulo	305
GRAU DE UM POLINÔMIO	306
OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS.....	306
Adição de Polinômios	306
Subtração de Polinômios.....	306
Multiplicação de Polinômios	307
VALOR NUMÉRICO DE UM POLINÔMIO - RAIZ DE UM POLINÔMIO	307
DIVISÃO DE POLINÔMIOS.....	307
TEOREMA DO RESTO	307
TEOREMA DE D'ALEMBERT.....	308
DISPOSITIVO DE BRIOT-RUFFINI.....	308

FATORAÇÃO E MULTIPLICIDADE DE RAÍZES E PRODUTOS NOTÁVEIS	308
MÁXIMO DIVISOR COMUM DE POLINÔMIOS.....	309
EQUAÇÕES POLINOMIAIS	309
TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA - TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO.....	309
RAÍZES IMAGINÁRIAS	310
RAÍZES RACIONAIS.....	310
RELAÇÕES DE GIRARD - RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTES E RAÍZES.....	310
TEOREMA DE BOLZANO	312
INGLÊS	319
■ COMPREENSÃO E INTERPRETAÇÃO DE TEXTOS	319
■ SUBSTANTIVOS (NOUNS).....	324
GÊNERO	326
NÚMERO.....	327
CONTÁVEIS E INCONTÁVEIS (CONTÁVEIS E INCONTÁVEIS).....	329
Número dos Substantivos Contáveis no Singular e no Plural	329
CASO GENITIVO/POSSESSIVO COM O GENITIVO SAXÃO 'S E COM A PREPOSIÇÃO OF	330
■ PRONOMES (PRONOUNS).....	331
PRONOMES PESSOAIS	331
PRONOMES OBLÍQUO	332
PRONOMES E ADJETIVOS POSSESSIVOS	332
PRONOMES REFLEXIVOS	333
PRONOMES E ADJETIVOS DEMONSTRATIVOS.....	333
PRONOMES INDEFINIDOS	334
PRONOMES E ADJETIVOS INTERROGATIVOS (QUESTION WORDS).....	335
QUANTIFICADORES.....	335
■ ADJETIVOS (ADJECTIVES)	337
GRAUS COMPARATIVO E SUPERLATIVO	339
■ ARTIGOS (ARTICLES)	342
ARTIGO DEFINIDO THE.....	343

ARTIGO INDEFINIDO A/AN.....	344
■ ADVÉRBIOS (ADVERBS)	345
FORMAS E USOS, POSIÇÃO DOS ADVÉRBIOS E GRAUS DO ADVÉRBIO	345
■ VERBOS (VERBS).....	348
VERBOS NO TEMPO PRESENTE SIMPLES (SIMPLE PRESENT).....	348
VERBOS NO PRESENTE CONTÍNUO (PRESENT CONTINUOUS).....	351
VERBOS NO PASSADO SIMPLES (PAST SIMPLE).....	352
VERBOS NO PASSADO CONTÍNUO (PAST CONTINUOUS)	354
VERBOS NO FUTURO IMEDIATO (FUTURE WITH GOING TO) E VERBOS NO FUTURO COM SHALL/WILL (SIMPLE FUTURE)	355
VERBOS NO PRESENTE PERFEITO (PRESENT PERFECT)	356
VERBOS MODAIS CAN, COULD, MUST, MAY, MIGHT, WOULD, SHOULD E OUGHT TO	357
VERBOS NO MODO IMPERATIVO (IMPERATIVE).....	358
FORMAS DO INFINITIVO E GERÚNDIO (INFINTIVE AND GERUND).....	358
■ VERBOS FRASAIS (PHRASAL VERBS).....	359
■ QUESTION TAG E RESPOSTAS CURTAS.....	359
■ PREPOSIÇÕES (PREPOSITIONS)	364
PREPOSIÇÕES DE TEMPO, LUGAR, MOVIMENTO E FORMAS DE TRANSPORTE	365
■ CONJUNÇÕES	369
HISTÓRIA	377
■ HISTÓRIA DO BRASIL - BRASIL COLÔNIA.....	377
OS POVOS INDÍGENAS BRASILEIROS	377
O Brasil Antes da Chegada dos Europeus.....	377
As Principais Nações Indígenas do Brasil Antes da Chegada dos Portugueses	377
■ PERÍODO PRÉ-COLONIAL.....	378
EXPEDIÇÕES DE RECONHECIMENTO E GUARDA COSTA.....	379
ECONOMIA DO PAU-BRASIL.....	379
EXPEDIÇÃO COLONIZADORA DE MARTIM AFONSO DE SOUZA.....	379
■ PERÍODO COLONIAL - ADMINISTRAÇÃO, ECONOMIA E SOCIEDADE COLONIAL.....	379

A ORGANIZAÇÃO ADMINISTRATIVA COLONIAL PORTUGUESA NO BRASIL - CAPITANIAS HEREDITÁRIAS; O GOVERNO GERAL E ÓRGÃOS ADMINISTRATIVOS; AS CÂMARAS MUNICIPAIS	379
A ECONOMIA E SOCIEDADE AÇUCAREIRA.....	380
ESCRavidÃO AFRICANA	381
A ECONOMIA E SOCIEDADE MINERADORA	382
ECONOMIAS COMPLEMENTARES	382
■ CONSOLIDAÇÃO TERRITORIAL.....	382
ENTRADAS E BANDEIRAS.....	382
INVASÕES ESTRANGEIRAS - INVASÕES FRANCESAS; A INVASÃO HOLANDESA; A INSURREIÇÃO PERNAMBUCANA: A LUTA CONTRA O INVASOR E A GÊNESE DO EXÉRCITO BRASILEIRO	382
AS QUESTÕES DE LIMITES ENTRE PORTUGAL E ESPANHA E A FORMAÇÃO DAS ATUAIS FRONTEIRAS DO BRASIL: TRATADOS DE MADRI, EL PARDO, SANTO ILDEFONSO E BADAJOZ	383
■ AS REBELIÕES NATIVISTAS	384
CARACTERÍSTICAS, A CRISE DO SISTEMA COLONIAL PORTUGUÊS, PRINCIPAIS REBELIÕES NATIVISTAS	384
Revolta de Beckman.....	384
Guerra dos Emboabas.....	384
Guerra dos Mascates	384
A Revolta de Vila Rica	384
■ MOVIMENTOS PRÓ-INDEPENDÊNCIA NO BRASIL	384
CARACTERIZAÇÃO, INFLUÊNCIA ILUMINISTA E CRISE ECONÔMICA	384
PRINCIPAIS MOVIMENTOS PRÓ-INDEPENDÊNCIA: INCONFIDÊNCIA MINEIRA E CONJURAÇÃO BAIANA.....	385
■ BRASIL IMPÉRIO	386
O PERÍODO JOANINO	386
A Transferência da Corte Portuguesa para o Brasil, o Governo de D. João VI no Brasil: Política Interna e Externa e a Revolução do Porto e Partida da Família Real	386
■ A INDEPENDÊNCIA DO BRASIL	386
FATORES QUE LEVARAM À INDEPENDÊNCIA DO BRASIL	386
O GRITO DO IPIRANGA.....	387
■ O PRIMEIRO REINADO	387
PANORAMA POLÍTICO-PARTIDÁRIO; A CONSTITUIÇÃO DE 1824; PANORAMA INTERNO: AUTORITARISMO DO IMPERADOR, CRISE ECONÔMICA.....	387

PANORAMA EXTERNO: A GUERRA DA CISPLATINA; A GUERRA DE INDEPENDÊNCIA; A ABDICAÇÃO DE D. PEDRO I	387
■ PERÍODO REGENCIAL	388
A REGÊNCIA DE D PEDRO PANORAMA POLÍTICO-PARTIDÁRIO CONFLITUOSO: RESTAURADORES, LIBERAIS MODERADOS E REPUBLICANOS	388
A REGÊNCIA TRINA PROVISÓRIA	388
A REGÊNCIA TRINA PERMANENTE.....	388
O ATO ADICIONAL DE 1834	388
AS REGÊNCIAS UNAS	388
AS REVOLTAS REGENCIAIS: CABANAGEM, BALAIADA, MALÊS, SABINADA E FARROUPILHA.....	388
A AÇÃO PACIFICADORA DE CAXIAS: BALAIADA, FARROUPILHA E REVOLTAS LIBERAIS DE 1842.....	388
■ O SEGUNDO REINADO	389
ANTECIPAÇÃO DA MAIORIDADE DE D. PEDRO II	389
PANORAMA POLÍTICO-PARTIDÁRIO DO II IMPÉRIO: CONSERVADORES E LIBERAIS; RIVALIDADES INICIAIS; AS REVOLTAS LIBERAIS DE 1842; CONCILIAÇÃO; O PARLAMENTARISMO BRASILEIRO	389
A ECONOMIA E SOCIEDADE CAFEIIRAS.....	389
A BREVE ERA MAUÁ.....	389
POLÍTICA EXTERNA: CAMPANHA CONTRA ORIBE E ROSAS; A QUESTÃO CHRISTIE; A CAMPANHA CONTRA AGUIRRE; A GUERRA DA TRÍPLICE ALIANÇA; O COMANDO VITORIOSO DE CAXIAS NA GUERRA DA TRÍPLICE ALIANÇA	389
A IMIGRAÇÃO EUROPEIA.....	390
A ABOLIÇÃO DA ESCRAVATURA.....	390
A CRISE DO IMPÉRIO: QUESTÃO RELIGIOSA; REPUBLICANISMO; QUESTÃO MILITAR; POSITIVISMO; A PROCLAMAÇÃO DA REPÚBLICA	391
■ BRASIL REPÚBLICA	391
A REPÚBLICA VELHA	391
A República da Espada: Os Governos de Deodoro e de Floriano Peixoto	391
GUERRAS DE CANUDOS (1896 - 1898) E CONTESTADO (1912 - 1916)	392
AS REVOLTAS DA ARMADA	393
O TENENTISMO, AS REVOLTAS DE 1922 - 1924 E A “COLUNA PRESTES”	393
A REVOLUÇÃO FEDERALISTA.....	394
A REPÚBLICA OLIGÁRQUICA: CARACTERIZAÇÃO: “CORONELISMO”, “VOTO DE CABRESTO”, POLÍTICA DO “CAFÉ COM LEITE”, POLÍTICA DE VALORIZAÇÃO DO CAFÉ, “POLÍTICA DOS GOVERNADORES”; A CONSTITUIÇÃO DE 1891.....	394

ALGUMAS REVOLTAS SOCIAIS DA REPÚBLICA VELHA.....	395
Revolta da Chibata	395
Revolta da Vacina.....	395
O Fenômeno do Cangaço.....	395
A RUPTURA OLIGÁRQUICA E A REVOLUÇÃO DE 1930.....	396
■ A ERA VARGAS	396
O GOVERNO PROVISÓRIO; A REVOLUÇÃO CONSTITUCIONALISTA DE 1932; GOVERNO CONSTITUCIONAL DE VARGAS; A CONSTITUIÇÃO DE 1934 E A CLT; RADICALIZAÇÃO IDEOLÓGICA: COMUNISTAS VERSUS INTEGRALISTAS; A INTENTONA COMUNISTA DE 1935; A REVOLTA INTEGRALISTA DE 1938.....	396
O ESTADO NOVO (1937 - 1945); A SAÍDA DE VARGAS DO PODER	397
O BRASIL NA II GUERRA MUNDIAL: FATORES QUE LEVARAM O BRASIL A PARTICIPAR DO CONFLITO; A CAMPANHA DA FEB.....	397
■ A REPÚBLICA BRASILEIRA ENTRE 1945 E 1985	399
GOVERNO DUTRA	399
SEGUNDO GOVERNO VARGAS	399
GOVERNO JK.....	400
GOVERNO JÂNIO	400
GOVERNO “JANGO”	401
GOVERNO CASTELLO BRANCO.....	402
GOVERNO COSTA E SILVA	403
GOVERNO MÉDICI.....	403
GOVERNO GEISEL.....	403
GOVERNO FIGUEIREDO	403
■ A NOVA REPÚBLICA (DE 1985 ATÉ OS DIAS ATUAIS)	404
O GOVERNO SARNEY; CRISE E HIPERINFLAÇÃO DA DÉCADA DE 80; OS PLANOS CRUZADO, BRESSER E VERÃO - CARACTERIZAÇÃO E RAZÕES DO INSUCESSO	404
A CONSTITUIÇÃO DE 1988	404
O GOVERNO COLLOR; O PLANO COLLOR; O IMPEACHMENT DE COLLOR; O GOVERNO ITAMAR FRANCO.....	404
O PLANO REAL; OS GOVERNOS DE FERNANDO HENRIQUE CARDOSO ATÉ OS DIAS ATUAIS	405
■ HISTÓRIA GERAL	407
A SOCIEDADE FEUDAL (SÉCULOS V AO XV).....	407
O RENASCIMENTO COMERCIAL E URBANO	408

OS ESTADOS NACIONAIS EUROPEUS DA IDADE MODERNA, O ABSOLUTISMO E O MERCANTILISMO	409
A EXPANSÃO MARÍTIMA EUROPEIA	410
O RENASCIMENTO CULTURAL, O HUMANISMO E AS REFORMAS RELIGIOSAS	410
A MONTAGEM DA COLONIZAÇÃO EUROPEIA NA AMÉRICA OS SISTEMAS COLONIAIS ESPANHOL, FRANCÊS, INGLÊS E DOS PAÍSES BAIXOS	411
O ILUMINISMO E O DESPOTISMO ESCLARECIDO.....	413
AS REVOLUÇÕES INGLESAS (SÉCULO XVII) E A REVOLUÇÃO INDUSTRIAL (SÉCULOS XVIII A XX)	413
A INDEPENDÊNCIA DOS ESTADOS UNIDOS DA AMÉRICA.....	415
A REVOLUÇÃO FRANCESA E A RESTAURAÇÃO (O CONGRESSO DE VIENA E A SANTA ALIANÇA)	416
O PENSAMENTO E A IDEOLOGIA NO SÉCULO XIX	417
O Socialismo Utópico e o Socialismo Científico.....	417
O Cartismo	417
A Doutrina Social da Igreja	417
O Liberalismo.....	418
O Anarquismo	418
O Evolucionismo e o Positivismo	418
O MUNDO NA ÉPOCA DA PRIMEIRA GUERRA MUNDIAL	419
O Imperialismo e os Antecedentes da Primeira Guerra Mundial.....	419
A Primeira Guerra Mundial.....	419
Consequências da Primeira Guerra Mundial	420
Conflitos Brasileiros Durante a República Velha	420
O MUNDO NA ÉPOCA DA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL.....	421
O Período Entre-Guerras	421
Franquismo	422
A Segunda Guerra Mundial	422
O MUNDO NA GUERRA FRIA	424
A Reconstrução da Europa e do Japão e o Surgimento do Mundo Bipolar	424
Os Conflitos da Guerra Fria – A Guerra da Coreia (1950–1953)	424
A Guerra do Vietnã (1961–1975).....	425
Os Conflitos Árabes–Israelenses Entre 1948 E 1974.....	425
A Descolonização da África e da Ásia.....	426
O MUNDO NO FINAL DO SÉCULO XX E INÍCIO DO SÉCULO XXI	426
Declínio e Queda do Socialismo nos Países Europeus (Alemanha, Polônia, Hungria, Ex-Tchecoslováquia, Romênia, Bulgária, Albânia, Ex-Iugoslávia) e na Ex-União Soviética	426

Os Conflitos do Século XX – A Guerra das Malvinas (1982; A Guerra Irã–Iraque (1980–1989); A Guerra do Afeganistão (1979–1989); A Guerra Civil no Afeganistão (1989–2001); A Guerra do Golfo (1991); A Guerra na África (1977–1988); A Guerra Civil na Somália (1991); O 11 de Setembro de 2001; A Nova Guerra no Afeganistão427

AS CRISES E A RECESSÃO EM ESCALA MUNDIAL NAS PRIMEIRAS DÉCADAS DO SÉCULO XXI.....429

A ASCENSÃO DO NEOLIBERALISMO430

A CRISE DO SISTEMA SOCIALISTA.....431

O RENASCIMENTO DOS MOVIMENTOS NACIONALISTAS.....432

A GLOBALIZAÇÃO DIANTE DA SITUAÇÃO ATUAL.....433

GEOGRAFIA..... 441

■ GEOGRAFIA DO BRASIL 441

O ESPAÇO NATURAL, RECURSOS ESTRATÉGICOS E IMPACTOS AMBIENTAIS.....441

Características Gerais do Território Brasileiro: Posição Geográfica441

Limites e Fusos Horários441

Estrutura Geológica, Geomorfologia: Origem, Formas.....442

Classificações do Relevo443

Tipos de Solos Brasileiros444

A Atmosfera e os Climas: Fenômenos Climáticos445

Os Climas no Brasil447

Biomass, Hotspots e Biodiversidade: Distribuição da Vegetação448

Características Gerais dos Domínios Morfoclimáticos450

Recursos Hídricos: Bacias Hidrográficas454

Aquíferos.....457

Hidrovias.....457

Degradação Ambiental.....457

O Aproveitamento Econômico dos Recursos Naturais e as Atividades Econômicas458

Os Recursos Minerais458

Fontes de Energia, Matriz Energética Brasileira e Meio Ambiente458

O Setor Mineral e os Grandes Projetos de Mineração460

O ESPAÇO ECONÔMICO460

A Formação do Território Nacional: Ciclos Econômicos e a Expansão do Território460

Da Cafeicultura ao Brasil Urbano Industrial462

Integração Territorial.....464

A Industrialização Pós-Segunda Guerra Mundial: Modelo de Substituição das Importações, Abertura para Investimentos Estrangeiros463

Dinâmica Espacial da Indústria463

Polos Industriais.....463

A Indústria nas Diferentes Regiões Brasileiras e a Reestruturação Produtiva.....	463
Agricultura Brasileira: Dinâmicas Territoriais da Economia Rural	464
A Modernização da Agricultura	465
Êxodo Rural	466
Agronegócio e a Produção Agropecuária Brasileira.....	466
Comércio: Globalização e Economia Nacional	467
Comércio Exterior	468
Integração Regional (Mercosul e Principais Parceiros Econômicos)	468
Eixos de Circulação e Custos de Deslocamento	469
O ESPAÇO POLÍTICO	471
Formação Territorial - Território, Fronteiras, Faixa de Fronteiras.....	471
Mar Territorial	471
ZEE.....	471
Estrutura Político-Administrativa, Estados, Municípios, Distrito Federal e Territórios Federais.....	472
A Divisão Regional, Segundo o IBGE, e os Complexos Regionais e Políticas Públicas	474
O ESPAÇO HUMANO.....	478
Demografia: Transição Demográfica	478
Crescimento Populacional.....	478
Estrutura Etária, Política Demográfica	479
Mobilidade Espacial (Migrações Internas e Externas)	479
Mercado de Trabalho: Estrutura Ocupacional	481
Desenvolvimento Humano: os Indicadores Socioeconômicos	482
Regiões Metropolitanas	482
Regiões Integradas de Desenvolvimento (RIDE), Espaço Urbano e Problemas Urbanos.....	483
■ GEOGRAFIA GERAL.....	483
LOCALIZANDO-SE NO ESPAÇO	483
Orientação e Localização: Coordenadas Geográficas e Fusos Horários e Cartografia	483
A Cartografia e as Visões de Mundo, as Várias Formas de Representação da Superfície Terrestre, Projeções Cartográficas, Escalas e Convenções Cartográficas.....	486
■ O ESPAÇO NATURAL E A QUESTÃO DA BIODIVERSIDADE.....	493
ESTRUTURA E DINÂMICA DA TERRA.....	493
Evolução Geológica, Deriva Continental	493
Placas Tectônicas, Dinâmica da Crosta Terrestre.....	494
Tectonismo, Vulcanismo, Intemperismo.....	495
Tipos de Rochas e Solos.....	495
Formas de Relevo e Recursos Minerais	496

AS SUPERFÍCIES LÍQUIDAS	496
Oceanos e Mares, Hidrografia	496
Correntes Marinhas – Tipos e Influência sobre o Clima e a Atividade Econômica.....	497
Utilização dos Recursos Hídricos e Situações Hidroconflitivas.....	498
A DINÂMICA DA ATMOSFERA	498
Camadas e suas Características	498
Composição e Principais Anomalias: El Niño, La Niña	499
Buraco na Camada de Ozônio e Aquecimento Global.....	499
Elementos e Fatores do Clima e os Tipos Climáticos	500
Os Domínios Naturais: Distribuição da Vegetação e Características Gerais das Grandes Paisagens Naturais	501
Impactos Ambientais: Poluição Atmosférica, Erosão, Assoreamento, Poluição dos Recursos Hídricos	505
■ O ESPAÇO POLÍTICO E ECONÔMICO	507
INDÚSTRIA.....	507
O Processo de Industrialização.....	507
Primeira, Segunda e Terceira Revolução Industrial.....	507
Tipos de Indústria.....	507
A Concentração e a Dispersão Industrial.....	507
Os Conglomerados Transnacionais	507
Os Novos Fatores de Localização Industrial	508
As Fontes de Energia e a Questão Energética	508
IMPACTOS AMBIENTAIS.....	509
Agropecuária: Sistemas Agrícolas	509
Estrutura Agrária, Uso da Terra	510
Agricultura e Meio Ambiente	510
Produção Agropecuária	510
COMÉRCIO MUNDIAL DE ALIMENTOS E A QUESTÃO DA FOME, GLOBALIZAÇÃO E CIRCULAÇÃO	510
Os Fluxos Financeiros.....	510
Transportes.....	510
Os Fluxos de Informação	511
O Meio Tecnocientífico-Informacional.....	511
Comércio Mundial	511
Blocos Econômicos.....	511
Conflitos Étnicos e as Migrações Internacionais	513
A DIVISÃO INTERNACIONAL DO TRABALHO (DIT) E AS TROCAS DESIGUAIS, A NAÇÃO E O TERRITÓRIO, OS ESTADOS TERRITORIAIS E OS ESTADOS NACIONAIS.....	513

A Organização do Estado Nacional e Poder Global.....	513
Nova Ordem Mundial.....	513
Fronteiras Estratégicas	514
■ O ESPAÇO HUMANO	514
DEMOGRAFIA.....	514
Teorias Demográficas	514
Estrutura da População	514
Crescimento Demográfico	515
Transição Demográfica e Migrações	515
URBANIZAÇÃO	516
Processo de Urbanização	516
Espaço Urbano e Problemas Urbanos	516
Principais Indicadores Socioeconômicos.....	516

NOÇÕES DE CONJUNTOS

A **Teoria de Conjuntos** deve ser vista como um dos tópicos mais importantes da Matemática Contemporânea.

É ela que dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à Matemática, como por exemplo: Funções, Probabilidade, Análise Combinatória, Polinômios, Progressões (Aritméticas e Geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por essa Teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

NOÇÕES PRIMITIVAS

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

- Conjunto;
- Elemento;
- Pertinência entre Conjunto e Elemento.

Os **Conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas maiúsculas: *A, B, C* etc.

Alguns exemplos de Conjuntos:

- $M = \{\text{janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro}\}$ é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ é o conjunto dos números primos até 19;
- $N = \{\text{Estados Unidos, Canadá, México}\}$ é o conjunto dos países da América do Norte.

Os **Elementos** referem-se aos objetos inerentes aos Conjuntos. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos Conjuntos apresentados são elementos destes (por exemplo, no conjunto dos números primos, cada número ali destacado representa um elemento desse conjunto).

A **Relação de Pertinência** entre Conjunto e Elemento estabelece a identificação entre eles. Para tanto, utilizamos os símbolos \in (pertence) ou \notin (não pertence).

Nos exemplos citados temos algumas situações para destacar essa relação:

- o mês de abril não pertence ao conjunto M , ou simbolicamente, $\text{Abril} \notin M$;
- o número 11 pertence ao conjunto P , ou simbolicamente, $11 \in P$;
- o Haiti não pertence ao conjunto N , ou simbolicamente, $\text{Haiti} \notin N$.

REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

Existem três maneiras distintas de se apresentar Conjuntos:

- Analítica;
- Sintética;
- Diagrama de Euler-Venn (ou simplesmente Diagrama).

Na representação **Analítica**, destaca-se cada um dos elementos que pertencem a um determinado conjunto. Nos exemplos mencionados (conjuntos M , P e N), todos eles foram representados dessa maneira.

Na representação **Sintética**, devemos destacar uma característica que seja comum a todos os elementos pertencentes a um conjunto qualquer. Nos exemplos citados, essa representação ficaria da seguinte maneira (abaixo, lê-se x/x como “ x é tal que x tem a propriedade”):

- $M = \{x / x \text{ é mês do ano com 31 dias}\}$;
- $P = \{x / x \text{ é número primo}\}$;
- $N = \{x / x \text{ é país da América do Norte}\}$.

Na representação por **Diagramas**, devemos definir uma região (normalmente um círculo) onde devem ser representados todos os elementos pertencentes ao conjunto. Importante não esquecer de nomear esse conjunto.

Observe as situações abaixo (já apresentados anteriormente) que são exemplos dessa representação:

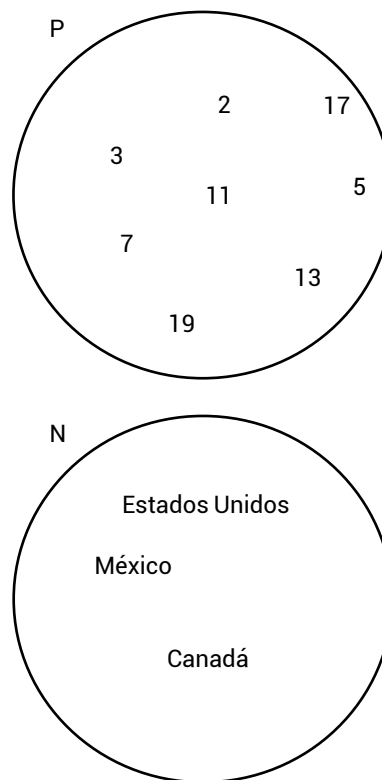


Figura 1. Representação de conjuntos por diagramas

Representação de Conjunto usando Chaves

Geralmente usamos letras maiúsculas para representar os nomes de conjuntos e minúsculas para representar elementos. Ex.: $A = \{4, 6, 7, 9\}$; $B = \{a, b, c, d\}$ etc. Ainda podemos utilizar notações matemáticas para representar os conjuntos. Veja o exemplo a seguir:

$$A = \{\forall x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 0\}$$

Podemos entender e fazer a leitura do conjunto anterior da seguinte maneira: o conjunto A é composto por **todo** x pertencente ao conjunto dos números inteiros, **tal que** x é maior ou igual a zero.

Agora, veja um outro exemplo:

$$B = \{\exists x \in \mathbb{Z} \mid x > 5\}$$

Uma interpretação para o conjunto é: no conjunto B existe x pertencente ao conjunto dos números inteiros, **tal que** x é maior do que 5.

Agora vamos esquematizar todas as simbologias para que você possa gravar mais facilmente e aplicar na hora de resolver as questões. Observe a tabela a seguir:

SÍMBOLO	NOME	EXPLICAÇÃO
{,}	chaves	Ex: $X = \{a,b,c\}$ representa o conjunto X composto por a, b e c
{ } ou \emptyset	conjunto vazio	Significa que o conjunto não tem elementos, é um conjunto vazio
\forall	para todo	Significa "Para todo" ou "Para qualquer que seja"
\in	pertence	Indica relação de pertinência de elementos
\notin	não pertence	Indica relação de não pertinência de elementos
\exists	existe	Indica relação de existência
\nexists	não existe	Indica que não há relação de existência
\subset	está contido	Indica que um conjunto está contido em outro conjunto
$\not\subset$	não está contido	Indica que um conjunto não está contido em outro conjunto
\supset	contém	Indica que determinado conjunto contém outro conjunto
$\not\supset$	não contém	Indica que determinado conjunto não contém outro conjunto
	tal que	Serve para fazer a ligação entre a composição de um conjunto na "representação em chaves"
$A \cup B$	união de conjuntos	Lê-se como "X união Y"

SÍMBOLO	NOME	EXPLICAÇÃO
$A \cap B$	interseção de conjuntos	Lê-se como "X interseção Y"
$A - B$	diferença de conjuntos	Lê-se como "diferença de A com B"
X^c	complementar	Refere-se ao complemento do conjunto X

SUBCONJUNTOS

Um conjunto A é **Subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertence também a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$ (lê-se: A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

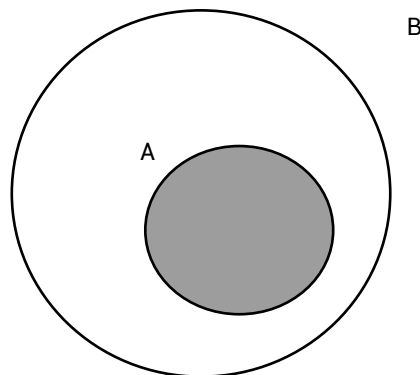


Figura 2. Subconjunto A do conjunto B

Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A (no interior da região verde), automaticamente, pertence também a B.

É desta maneira que representamos por Diagramas a relação de inclusão: $A \subset B$. Concluimos que A é subconjunto de B.

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos –situação na qual vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos \in (pertence) ou \notin (não pertence)–, quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- \subset (está contido) ou;
- $\not\subset$ (não está contido) ou;
- \supset (contém) ou;
- $\not\supset$ (não contém).

Dá-se o nome de **Subconjunto Impróprio** de B à seguinte situação:

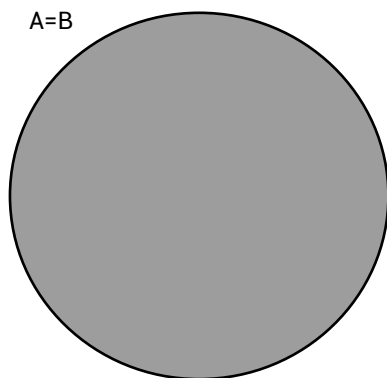


Figura 3. Subconjunto Impróprio de B

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ e } B \subset A)$ (lê-se: *A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A*).

Dois propriedades são bastante importantes e impactam diretamente na compreensão de outros conteúdos que dependem de Teoria de Conjuntos:

- **O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto!** Representamos tal situação da seguinte maneira: $\emptyset \subset A$. Essa propriedade é de extrema relevância para a simplificação de demonstrações de Teoremas. Sem ela, diversas situações envolvendo conjuntos teriam suas “comprovações” apresentadas de uma maneira muito mais extenuante (cansativa)!
- **Todo conjunto está contido em si mesmo!** Representamos essa situação da seguinte maneira: $A \subset A$. Esta propriedade tem lugar de destaque no contexto da Teoria de Conjuntos e é extremamente útil no que se refere à simplificação de demonstrações de Teoremas. Ela também recebe o nome de Propriedade Reflexiva.

OPERAÇÕES

União

Dados dois conjuntos A e B , chama-se **União** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$ (lê-se: os elementos do conjunto *A união com B são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B*).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

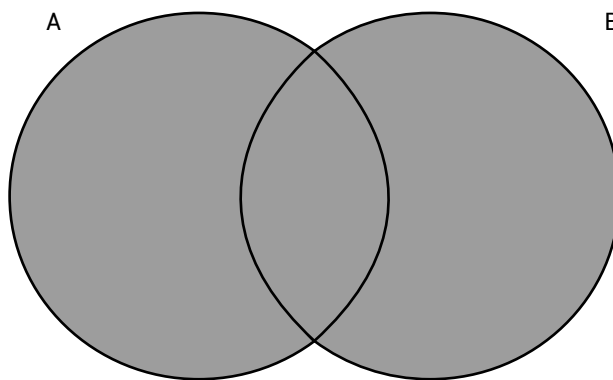


Figura 7. União dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cup B$ (*A união com B*) são aqueles que pertencem exclusivamente a A , unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B , unidos com aqueles que pertencem à interseção (como veremos em seguida).

É dessa maneira que representamos por Diagramas a relação de disjunção lógica $A \cup B$.

Interseção

Dados dois conjuntos A e B , chama-se **Interseção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cap B = \{x / x \in A \text{ e } x \in B\}$ (lê-se: os elementos do conjunto *A interseção com B são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B*).

Por **diagramas**, poderíamos representar essa situação da seguinte maneira:

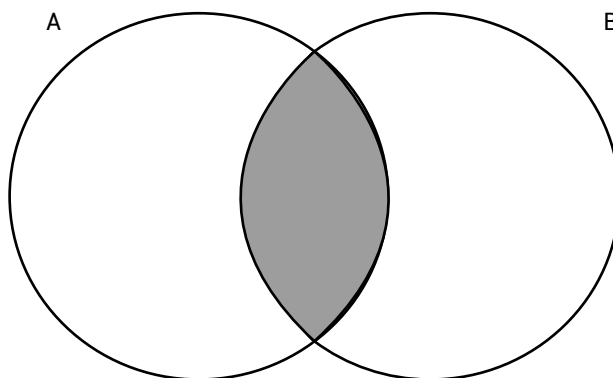


Figura 8. Interseção dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cap B$ (*A interseção com B*) são aqueles que pertencem a A e B simultaneamente.

É dessa maneira que representamos por Diagramas a relação de conjunção lógica $A \cap B$.

Dica

Existe uma diferença entre **Conjuntos Disjuntos** (interseção vazia) e **Conjuntos Intersecantes** (interseção não vazia).

Anteriormente, por diagramas, representamos dois conjuntos A e B Intersecantes. Veja na figura abaixo como devemos representar Conjuntos Disjuntos.

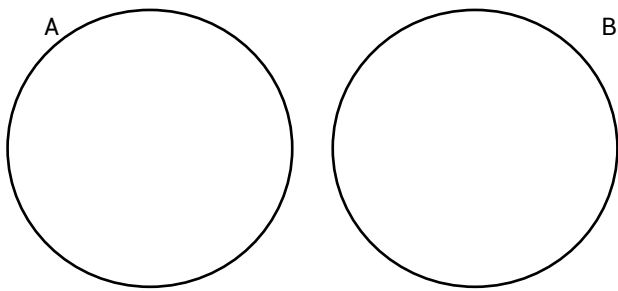


Figura 9. Conjuntos A e B disjuntos

Apresentadas as operações de União e interseção entre dois ou mais conjuntos (isso mesmo! É possível expandir o que aprendemos nestes dois últimos tópicos para 3 ou 4 conjuntos por exemplo) um princípio é de extrema importância para não contabilizarmos a mais a quantidade de elementos de um conjunto qualquer. Trata-se do **Princípio da Inclusão-Exclusão** cuja notação (mais rigorosa e carregada de símbolos) é a seguinte: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (lê-se: o número de elementos do conjunto A união com B é dado pelo número de elementos de A, somado com o número de elementos de B, menos o número de elementos de A interseção com B).

Observe as seguintes passagens para constatar a veracidade do Princípio:

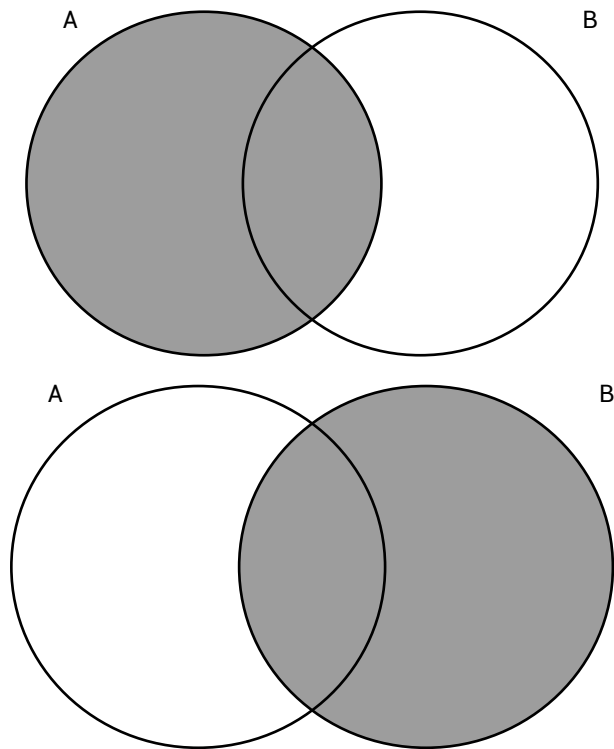


Figura 10. Interseção em relação ao Princípio da Inclusão-Exclusão

Observe que, ao representarmos na figura (à esquerda) o conjunto A, automaticamente a interseção de A com B ($A \cap B$) foi adicionada, pois ela está contida em A ($(A \cap B) \subset A$). O mesmo ocorre em relação ao conjunto B: automaticamente a interseção de A com B ($A \cap B$) foi adicionada (figura à direita), pois ela está contida em B ($(A \cap B) \subset B$). Portanto, **temos que eliminar a interseção uma vez** (correspondente ao termo $n(A \cap B)$ no Princípio da Inclusão-Exclusão), para que a contagem não seja excedida.

Diferença

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Diferença** entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A - B = \{x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$ (lê-se: os elementos do conjunto A diferença com B são representados por x, tal que x pertence a A e x não pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

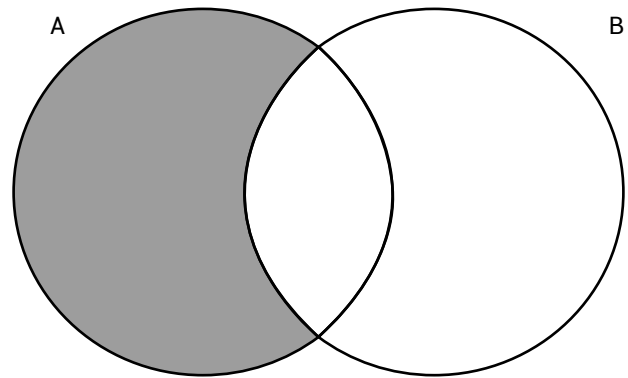


Figura 11. Conjunto A diferença com B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A - B$ (A diferença com B) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto A.

Da mesma maneira podemos definir o conjunto $B - A$ (B diferença com A) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto B (veja figura a seguir).

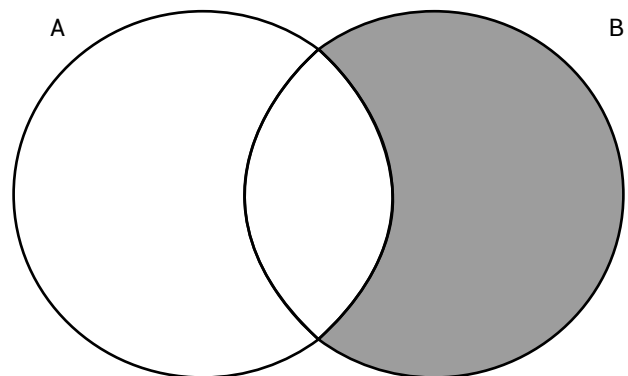


Figura 12. Conjunto B diferença com A

Diferença Simétrica de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Diferença Simétrica** de A com B o conjunto formado pelos elementos que pertencem exclusivamente a A ou a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ (lê-se: os elementos do conjunto A diferença simétrica com B são representados pela diferença entre o conjunto A união com B e a interseção com B, ou ainda, esse mesmo conjunto pode ser representado pela união entre a diferença de A com B e de B com A).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

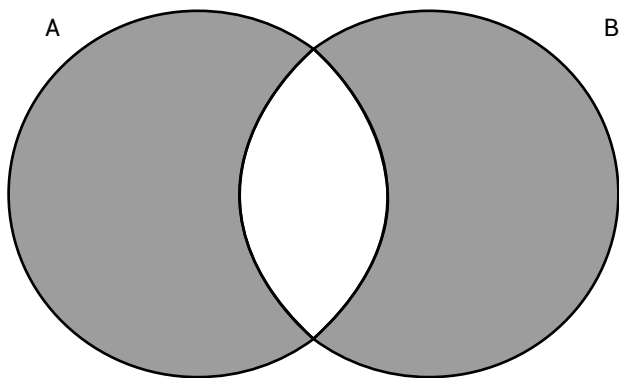


Figura 13. Conjunto Diferença Simétrica de A com B

Complementar

Dados dois conjuntos A e B, tais que $B \subset A$, chama-se **Complementar** de B em relação a A o conjunto $A - B$, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $C_A^B = A - B$ (lê-se: *complementar de B em relação a A, equivale a A diferença com B*).

O complementar de B em relação a A também pode ser representado por: \bar{B} ou B^c .

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

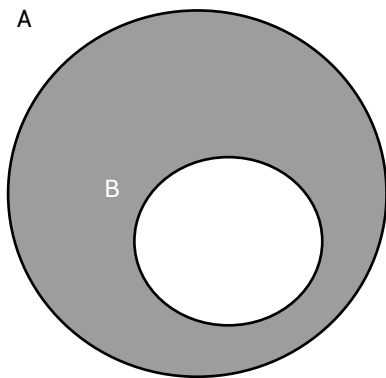


Figura 14. Conjunto Complementar de B em relação a A

Atenção! O conjunto $C_A^B = \bar{B} = B^c$ só será diferente do conjunto vazio (\emptyset) se for respeitada a restrição de que $B \subset A$.

CONJUNTO UNIVERSO

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

Como exemplo de conjunto universo, considere a seguinte situação: se fôssemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do Ensino Médio de uma Escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso Conjunto Universo poderia ser representado pela Turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola em que ele estuda.

Perceba que, nesse caso, dá para escolher mais de um conjunto Universo, isto é, você poderá escolher o Conjunto Universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse e, dentre eles, selecionar aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

CONJUNTO VAZIO

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um Conjunto Vazio é: $\{\}$ ou \emptyset

IMPORTANTE!

É muito comum as pessoas representarem o Conjunto Vazio da seguinte maneira: $\{\emptyset\}$

Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio.

Complicado?

O importante é não cometer esse erro de forma alguma: utilize $\{\}$ ou \emptyset e nunca as duas representações ao mesmo tempo!

São **exemplos** de Conjuntos Vazios:

- conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- número primo irracional;
- Seleção de Futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

CONJUNTO DOS NÚMEROS: OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra N, e podemos escrever os seus elementos entre chaves:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \dots\}$$

As reticências indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de "contagem natural". Por isso, utiliza-se o símbolo N^* para designar os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero. Vejam: $N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

Dica

O símbolo do conjunto dos **números naturais** é a **letra N** e podemos ter ainda, o **símbolo N^*** , que representa os **números naturais positivos**, isto é, **excluindo o zero**.

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- Sucessor: é o próximo número natural.

Exemplo: o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. E o sucessor do número “n” é o número “n+1”.

- Antecessor: é o número natural anterior.

Exemplo: o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. E o antecessor do número “n” é o número “n-1”.

- Números consecutivos: são números em sequência.

Exemplo: 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim, (n-1, n e n+1) são números consecutivos.

- Números naturais pares: são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares.
- Números naturais ímpares: ao serem divididos por 2, deixam resto 1. Todos os números que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são ímpares.

A soma ou subtração de dois números pares tem resultado par.

$$\text{Ex.: } 12 + 8 = 20; 12 - 8 = 4.$$

A soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par.

$$\text{Ex.: } 13 + 7 = 20; 13 - 7 = 6.$$

A soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar.

$$\text{Ex.: } 14 + 5 = 19; 14 - 5 = 9.$$

A multiplicação de números pares tem resultado par.

$$\text{Ex.: } 8 \cdot 6 = 48.$$

A multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:

$$\text{Ex.: } 3 \cdot 7 = 21.$$

A multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:

$$\text{Ex.: } 4 \cdot 5 = 20.$$

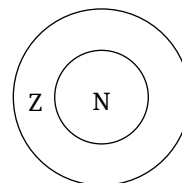
CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Os números inteiros são os números naturais e seus respectivos opostos (negativos). Veja:

$$Z = \{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

O símbolo desse conjunto é a letra Z. Uma coisa importante é saber que todos os números naturais são inteiros, mas nem todos os números inteiros são naturais. Logo, podemos representar através de diagramas e afirmar que o conjunto de números naturais está contido no conjunto de números inteiros ou ainda que N é um subconjunto de Z.

Observe:



Podemos destacar alguns subconjuntos de números. Veja:

- Números inteiros não negativos = {4,5,6...}. Veja que são os números naturais;
- Números inteiros não positivos = {... -3, -2, -1, 0}; Veja que o zero também faz parte deste conjunto, pois ele não é positivo nem negativo;
- Números inteiros negativos = {... -3, -2, -1}. O zero não faz parte;
- Números inteiros positivos = {5, 6, 7...}. Novamente, o zero não faz parte.

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é: $20 + 5 = 25$

Veja mais alguns exemplos:

$$\text{Adição de 15 e 3: } 15 + 3 = 18$$

$$\text{Adição de 55 e 30: } 55 + 30 = 85$$

Principais propriedades da operação de adição:

- Propriedade comutativa: a ordem dos números não altera a soma.

$$\text{Ex.: } 115 + 35 \text{ é igual a } 35 + 115.$$

- Propriedade associativa: quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles, primeiramente, e depois somar o outro, em qualquer ordem, que vamos obter o mesmo resultado.

$$\text{Ex.: } 2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10$$

- Elemento neutro: o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo.

$$\text{Ex.: } 27 + 0 = 27; 55 + 0 = 55.$$

- Propriedade do fechamento: a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro.

Ex.: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 ($8 + 2 = 10$).

Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir, de um deles, o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando 13: $20 - 7 = 13$.

Veja mais alguns exemplos:

$$\text{Subtrair 5 de 16: } 16 - 5 = 11$$

30 subtraído de 10: $30 - 10 = 20$

Principais propriedades da operação de subtração:

- Propriedade comutativa: como a ordem dos números altera o resultado, a subtração de números não possui a propriedade comutativa.

Ex.: $250 - 120 = 130$ e $120 - 250 = -130$.

- Propriedade associativa: não há essa propriedade na subtração.
- Elemento neutro: o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado.

Ex.: $13 - 0 = 13$.

- Propriedade do fechamento: a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro.

Ex.: $33 - 10 = 23$.

Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja:

A multiplicação $20 \cdot 3$ é igual à soma do número 20 três vezes ($20 + 20 + 20$), ou à soma do número 3 vinte vezes ($3 + 3 + 3 + \dots + 3$).

Algo que é muito importante e você deve lembrar sempre são as regras de sinais na multiplicação de números.

SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Lembre-se:

- a multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo.

Ex.: $51 \cdot 2 = 102$; $(-33) \cdot (-3) = 99$

- a multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo.

Ex.: $25 \cdot (-4) = -100$; $(-15) \cdot 5 = -75$

Principais propriedades da operação de multiplicação:

- Propriedade comutativa: $A \cdot B$ é igual a $B \cdot A$, ou seja, a ordem não altera o resultado.

Ex.: $8 \cdot 5 = 5 \cdot 8 = 40$.

- Propriedade associativa: $(A \cdot B) \cdot C$ é igual a $(C \cdot B) \cdot A$, que é igual a $(A \cdot C) \cdot B$.

Ex.: $(3 \cdot 4) \cdot 2 = 3 \cdot (4 \cdot 2) = (3 \cdot 2) \cdot 4 = 24$.

- Elemento neutro: a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, este número permanecerá inalterado.

Ex.: $15 \cdot 1 = 15$.

- Propriedade do fechamento: a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro.

Ex.: $9 \cdot 5 = 45$

- Propriedade distributiva: essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica: $A \cdot (B+C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

Ex.: $3 \cdot (5+7) = 3 \cdot (12) = 36$

Usando a propriedade:

$3 \cdot (5+7) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 15 + 21 = 36$

Divisão

Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.

Ex.: ao dividirmos 50 por 10, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos $10 \cdot 5 = 50$. Ou ainda podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja, $5+5+5+5+5+5+5+5+5+5=50$.

Algo que é muito importante e você deve lembrar sempre são as regras de sinais na divisão de números.

SINAIS NA DIVISÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Dica

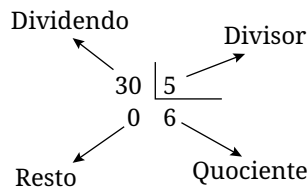
- A divisão de números de mesmo sinal tem resultado positivo.

Ex.: $60 \div 3 = 20$; $(-45) \div (-15) = 3$

- A divisão de números de sinais diferentes tem resultado negativo.

Ex.: $25 \div (-5) = -5$; $(-120) \div 5 = -24$

Esquematizando:



$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} \cdot \text{Quociente} + \text{Resto}$$
$$30 = 5 \cdot 6 + 0$$

Principais propriedades da operação de divisão:

- Propriedade comutativa: a divisão não possui essa propriedade.
- Propriedade associativa: a divisão não possui essa propriedade.
- Elemento neutro: a unidade (1) é o elemento neutro da divisão, pois ao dividir qualquer número por 1, o resultado será o próprio número.

Ex.: $\frac{15}{1} = 15$.

- Propriedade do fechamento: aqui chegamos em uma diferença enorme dentro das operações de números inteiros, pois a divisão não possui essa propriedade, uma vez que ao dividir números inteiros podemos obter resultados fracionários ou decimais.

Ex.: $\frac{7}{10} = 0,2$ (não pertence ao conjunto dos números inteiros).

Exercite seus conhecimentos analisando os itens que seguem.

1. (VUNESP – 2015) Dividindo-se um determinado número por 18, obtém-se quociente n e resto 15. Dividindo-se o mesmo número por 17, obtém-se quociente $(n + 2)$ e resto 1. Desse modo, é correto afirmar que $n(n + 2)$ é igual a

- a) 440.
- b) 420.
- c) 400.
- d) 380.
- e) 340.

$$\begin{aligned} \text{Dividendo} &= 18 \cdot n + 15 \\ \text{Dividendo} &= 17 \cdot (n+2) + 1 \\ 18 \cdot n + 15 &= 17 \cdot (n+2) + 1 \\ 18n + 15 &= 17n + 34 + 1 \\ 18n - 17n &= 35 - 15 \\ n &= 20 \\ \text{Logo, } n \cdot (n+2) &= 20 \cdot (20+2) = 20 \cdot 22 = 440. \text{ Resposta: } \\ &\text{Letra A.} \end{aligned}$$

2. (FGV – 2019) O resultado da operação $2+3 \cdot 4-1$ é

- a) 13.
- b) 15.
- c) 19.
- d) 22.
- e) 23.

Primeiro vamos fazer a multiplicação e depois as demais operações:

$$2 + 3 \cdot 4 - 1 = 2 + 12 - 1 = 13$$

Resposta: Letra A

3. (INSTITUTO AOCP – 2018) O total de números que estão entre o dobro de 140 e o triplo de 100 é igual a

- a) 17.
- b) 19.
- c) 21.
- d) 23.
- e) 25.

$$\text{Dobro de } 140 = 280$$

$$\text{Triplo de } 100 = 300$$

Total de números entre 280 e 300:

$$281 \text{ até } 291 = 10 \text{ números}$$

$$291 \text{ até } 299 = 9 \text{ números}$$

$$10 + 9 = 19 \text{ números.}$$

Resposta: Letra B.

4. (INSTITUTO CONSULPLAN – 2019) Os símbolos das operações que deverão ser inseridos nos quadrados para que o cálculo seja verdadeiro são, respectivamente: $4_3_2_1 = 10$

- a) $+ / \times / +$
- b) $\times / - / \div$
- c) $+ / \div / -$
- d) $\times / + / +$

$$4 \cdot 3 - 2/1 =$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$-2/1 = -2 =$$

$$12 - 2 = 10$$

Resposta: Letra B.

NÚMEROS PRIMOS

Um número natural é definido como primo se tiver exatamente dois divisores: o número 1 e ele mesmo. Já nos inteiros, $p \in \mathbb{Z}$ é um primo se ele tem exatamente quatro divisores: ± 1 e $\pm p$.

Por definição, 0, 1 e -1 não são números primos.

Existem infinitos números primos, como demonstrado por Euclides por volta de 300 a.C. A propriedade de ser um primo é chamada “primalidade”, e a palavra “primo” é utilizada como substantivo ou adjetivo. Como 2 é o único número primo par, o termo “primo ímpar” refere-se a todo primo maior do que dois.

O conceito de número primo é muito importante na teoria dos números. Um dos resultados da teoria dos números é o *Teorema Fundamental da Aritmética*, que afirma que qualquer número natural diferente de 1 pode ser escrito de forma única (desconsiderando a ordem) como um produto de números primos (chamados fatores primos). Esse processo chama-se decomposição em fatores primos (fatoração). É exatamente esse conceito que utilizaremos no MDC e MMC.

Para caráter de memorização, seguem os 100 primeiros números primos positivos. Recomenda-se que se memorize ao menos os 10 primeiros para MDC e MMC:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251,

257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541.

I NÚMERO DE DIVISORES

Diz-se que um número natural “a” é múltiplo de outro natural “b” se existir um número natural “k” tal que:

$$a = k \cdot b$$

Exemplo: 15 é múltiplo de 5, pois $15 = 3 \cdot 5$

Quando $a = k \cdot b$, segue que a é múltiplo de b, mas também a é múltiplo de k, como é o caso do número 35, múltiplo de 5 e de 7, pois: $35 = 7 \cdot 5$.

Quando $a = k \cdot b$, então, a é múltiplo de b; se conhecermos b e queremos obter todos os seus múltiplos, basta fazer k assumir todos os números naturais possíveis.

Como conclusão às assertivas propostas acima, tem-se que:

- um número b é sempre múltiplo dele mesmo $\rightarrow a = 1 \cdot b \leftrightarrow a = b$;
- para obter os múltiplos de dois, isto é, os números da forma $a = k \cdot 2$, k seria substituído por todos os números naturais possíveis.

A definição de divisor está relacionada com a de múltiplo.

Um número natural b é divisor do número natural a, se a é múltiplo de b.

Exemplo: 3 é divisor de 15, pois $15 = 3 \cdot 5$. Logo, 15 é múltiplo de 3 e também de 5.

Dica

Um número natural tem uma quantidade finita de divisores. Por exemplo, o número 6 poderá ter no máximo 6 divisores, pois trabalhando no conjunto dos números naturais, não podemos dividir 6 por um número maior do que ele. Os divisores naturais de 6 são os números 1, 2, 3, 6, o que significa que o número 6 tem 4 divisores.

I MÁXIMO DIVISOR COMUM

Agora que sabemos o que são números primos, múltiplos e divisores, vamos ao MDC. O Máximo Divisor Comum de dois ou mais números é o maior número que é divisor comum de todos os números dados.

Exemplo: Encontrar o MDC entre 18 e 24.

Divisores naturais de 18: $D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$.

Divisores naturais de 24: $D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

Pode-se escrever, agora, os divisores comuns a 18 e 24: $D(18) \cap D(24) = \{1, 2, 3, 6\}$.

Observando os divisores comuns, podemos identificar o maior divisor comum dos números 18 e 24, ou seja: $MDC(18,24) = 6$.

Outra técnica para o cálculo do MDC:

- **Decomposição em Fatores Primos:** para obter o MDC de dois ou mais números por esse processo, procede-se da seguinte maneira:

Decompõe-se cada número dado em fatores primos.

O MDC é o produto dos fatores comuns obtidos, cada um deles elevado ao seu menor expoente.

Exemplo: achar o MDC entre 300 e 504.

300	2	$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
150	2	
75	3	
25	5	
5	5	
1		

504	2	$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$
252	2	
126	2	
63	3	
21	3	
7	7	
1		

$$MDC(300, 504) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

I MÍNIMO MÚLTIPLO

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é o menor número positivo que é múltiplo comum de todos os números dados. Consideremos:

Exemplo: Encontrar o MMC entre 8 e 6.

Múltiplos positivos de 6: $M(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, \dots\}$

Múltiplos positivos de 8: $M(8) = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, \dots\}$

Podem-se escrever, agora, os múltiplos positivos comuns: $M(6) \cap M(8) = \{24, 48, 72, \dots\}$

Observando os múltiplos comuns, pode-se identificar o mínimo múltiplo comum dos números 6 e 8, ou seja: $mmc(6, 8) = 24$.

Outra técnica para o cálculo do MMC:

- **Decomposição isolada em fatores primos:** para obter o MMC de dois ou mais números por esse processo, procedemos da seguinte maneira:

Decompomos cada número dado em fatores primos.

O MMC é o produto dos fatores comuns e não comuns, cada um deles elevado ao seu maior expoente.

Exemplo: Achar o MMC entre 18 e 120.

18	2	$18 = 2 \cdot 3^2$
9	3	
3	3	
1		

120	2	$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
60	2	
30	2	
15	3	
5	5	
1		

$$MMC(18,120) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$$

A seguir, exercite seus conhecimentos analisando os itens que seguem.

1. (FEPESE – 2016) João trabalha 5 dias e folga 1, enquanto Maria trabalha 3 dias e folga 1. Se João e Maria folgam no mesmo dia, então quantos dias, no mínimo, passarão para que eles folguem no mesmo dia novamente?

- a) 8.
- b) 10.
- c) 12.
- d) 15.
- e) 24.

O período em que João trabalha e folga corresponde a 6 dias, enquanto o mesmo período, para Maria corresponde a 4 dias. Assim, o problema consiste em encontrar o MMC entre 6 e 4. Logo, eles folgarão no mesmo dia novamente após 12 dias, pois $\text{MMC}(6, 4) = 12$. Resposta: Letra C.

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

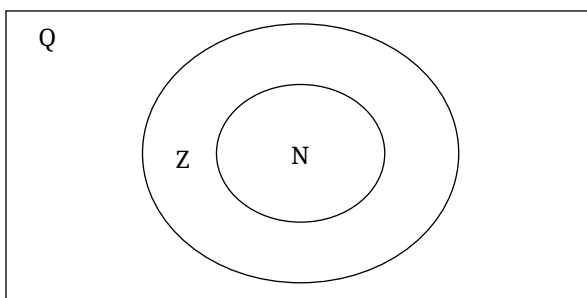
São aqueles que podem ser escritos na forma da divisão (fração) de dois números inteiros. Ou seja, escritos na forma $\frac{A}{B}$ (A dividido por B), onde A e B são números inteiros.

Exemplos: $\frac{7}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são racionais. Veja, também, que os números 87, 321 e 1221 são racionais, pois são divididos pelo número 1.

Dica

Qualquer número natural é também inteiro e todo número inteiro é também racional.

O símbolo desse conjunto é a letra Q e podemos representar por meio de diagramas a relação entre os conjuntos naturais, inteiros e racionais, veja:



Representação Fracionária e Decimal

Há 3 tipos de números no conjunto dos números racionais:

- Frações:

Ex.: $\frac{8}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{11}$ etc.

- Números decimais.

Ex.: 1,75

- Dízimas periódicas.

Ex.: 0,33333...

Operações e Propriedades dos Números Racionais

- Adição de números decimais: segue a mesma lógica da adição comum.

Ex.: $15,25 + 5,15 = 20,4$

- Subtração de números decimais: segue a mesma lógica da subtração comum.

Ex.: $57,3 - 0,12 = 57,18$

- Multiplicação de números decimais: aplicamos o mesmo procedimento da multiplicação comum.

Ex.: $4,6 \cdot 1,75 = 8,05$

- Divisão de números decimais: devemos multiplicar ambos os números (divisor e dividendo) por uma potência de 10 (10, 100, 1000, 10000 etc.) de modo a retirar todas as casas decimais presentes. Após isso, é só efetuar a operação normalmente.

Ex.: $5,7 \div 1,3$

$5,7 \cdot 100 = 570$

$1,3 \cdot 100 = 130$

$570 \div 130 = 4,38$

A seguir, analise alguns exercícios comentados para praticar seus conhecimentos.

1. (FGV – 2010) Julgue as afirmativas a seguir:

- a) 0,555... é um número racional.

() CERTO () ERRADO

Repare que o número 0,555... é uma dízima periódica. Vimos na teoria que as dízimas periódicas são um tipo de número racional. Resposta: Certo.

- b) Todo número inteiro tem antecessor.

() CERTO () ERRADO

Qualquer número inteiro é possível obter o seu antecessor. Basta subtrair 1 unidade. Veja: o antecessor de 35 é o 34. O antecessor de 0 é -1. E o antecessor de -299 é o -300. Resposta: Certo.

2. (FCC – 2018) Os canos de PVC são classificados de acordo com a medida de seu diâmetro em polegadas. Dentre as alternativas, aquela que indica o cano de maior diâmetro é

- a) $\frac{1}{2}$.
- b) $1 \frac{1}{4}$.
- c) $\frac{3}{4}$.
- d) $1 \frac{1}{2}$.
- e) $\frac{5}{8}$.

Vamos deixar todos na forma decimal. Ou seja, vamos dividir o numerador pelo denominador da fração. Veja:

$\frac{5}{8} = 0,625$

$\frac{1}{2} = 0,5$

$1 \frac{1}{4} = 1 + 0,25 = 1,25$

$\frac{3}{4} = 0,75$

$1 \frac{1}{2} = 1 + 0,5 = 1,5$

Logo, o maior diâmetro será $1 \frac{1}{2}$ polegadas, que corresponde a 1,5 polegadas. Resposta: Letra D.