

SUMÁRIO

MATEMÁTICA.....	21
■ NOÇÕES DE CONJUNTOS E DE RACIOCÍNIO LÓGICO	21
REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS	21
SUBCONJUNTOS	21
OPERAÇÕES.....	22
União.....	22
Interseção.....	22
Diferença	23
Complementar	24
CONJUNTO UNIVERSO E CONJUNTO VAZIO	24
NÚMEROS PRIMOS.....	25
FATORAÇÃO	25
NÚMERO DE DIVISORES	25
MÁXIMO DIVISOR COMUM E MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM	25
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS.....	26
CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS	26
Operações Fundamentais	26
CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS	27
Módulo.....	27
Simétrico e Oposto	27
Operações com Intervalos Reais	27
CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS.....	28
Representação na Reta Numérica	28
Representação Decimal.....	28
Operações Fundamentais	29
■ RAZÕES E PROPORÇÕES	29
GRANDEZAS DIRETAMENTE E INDIRETAMENTE PROPORCIONAIS.....	31
■ FUNÇÕES E GRÁFICOS DE FUNÇÕES	32
CONCEITO DE RELAÇÃO	32

CONCEITO DE FUNÇÃO, DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO	33
FUNÇÕES, INJETORAS, SOBREJETORA, BIJETORA.....	34
FUNÇÕES PARES E ÍMPARES.....	34
FUNÇÕES PERIÓDICAS E FUNÇÕES COMPOSTAS	34
ZEROS OU RAIZ DE UMA FUNÇÃO	35
FUNÇÃO CONSTANTE, FUNÇÃO CRESCENTE, FUNÇÃO DECRESCENTE.....	35
FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA SENTENÇA	35
FUNÇÃO INVERSA	36
■ FUNÇÃO LINEAR, FUNÇÃO AFIM	36
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS	36
VARIAÇÕES DE SINAL	37
INEQUAÇÃO PRODUTO E INEQUAÇÃO QUOCIENTE	37
■ FUNÇÃO QUADRÁTICA.....	39
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS	39
VARIAÇÕES DE SINAL	40
MÁXIMOS E MÍNIMOS.....	40
INEQUAÇÃO PRODUTO E INEQUAÇÃO QUOCIENTE	41
■ FUNÇÃO MODULAR	42
DEFINIÇÃO, GRÁFICO, DOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO MODULAR.....	42
EQUAÇÕES MODULARES	43
INEQUAÇÕES MODULARES	43
■ FUNÇÃO EXPONENCIAL.....	43
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO EXPONENCIAL	43
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS.....	44
■ FUNÇÃO LOGARÍTMICA	45
DEFINIÇÃO DE LOGARITMO E PROPRIEDADES OPERATÓRIAS	45
GRÁFICOS, DOMÍNIO, IMAGEM E CARACTERÍSTICAS DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA.....	45
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS	46
LOGARITMOS DECIMAIS	47
■ TRIGONOMETRIA.....	48

TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS	48
ARCOS NOTÁVEIS.....	49
TRIGONOMETRIA EM UM TRIÂNGULO QUALQUER.....	51
LEI DOS SENOS E LEI DOS COSSENOS	51
UNIDADES DE MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS: O GRAU E O RADIANO	53
CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO	54
REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE.....	54
IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS.....	55
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS	56
TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	59
Fórmulas de Adição de Arcos	59
Arcos Duplos	59
Arco Metade	61
Transformação em Produto	61
SISTEMAS DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	62
RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS.....	65
■ CONTAGEM E ANÁLISE COMBINATÓRIA.....	69
FATORIAL, DEFINIÇÃO E OPERAÇÕES	69
PRINCÍPIOS MULTIPLICATIVO E ADITIVO DA CONTAGEM.....	69
ARRANJOS, COMBINAÇÕES E PERMUTAÇÕES.....	71
■ PROBABILIDADE	73
EXPERIMENTO ALEATÓRIO E EXPERIMENTO AMOSTRAL.....	73
ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO	74
PROBABILIDADE EM ESPAÇOS AMOSTRAIS EQUIPROVÁVEIS	74
PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS	74
PROBABILIDADE CONDICIONAL	75
PROPRIEDADE DAS PROBABILIDADES	75
PROBABILIDADE DE DOIS EVENTOS SUCESSIVOS	76
EXPERIMENTOS BINOMIAIS	77
■ MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES.....	78
OPERAÇÕES COM MATRIZES	79

Adição.....	79
Multiplicação por Escalar.....	80
Transposição.....	80
Produto	80
MATRIZ INVERSA	81
DETERMINANTE DE UMA MATRIZ.....	81
Definição.....	81
Propriedades	82
SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES	83
■ SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E PROGRESSÕES.....	88
SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS	88
PROGRESSÕES ARITMÉTICAS.....	88
TERMO GERAL	88
Soma dos Termos e Propriedades	89
PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (FINITAS E INFINITAS)	89
Termo Geral.....	89
Soma dos Termos e Propriedades	89
■ GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO.....	90
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS	91
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DOIS PLANOS.....	91
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E PLANO	92
PERPENDICULARIDADE ENTRE DUAS RETAS, ENTRE DOIS PLANOS E ENTRE RETA E PLANO	92
PROJEÇÃO ORTOGONAL	92
■ GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA.....	93
PRISMAS.....	93
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos.....	93
PIRÂMIDE.....	93
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos.....	93
■ CILINDRO	95
Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos.....	95
CONE.....	97



Conceito, Elementos, Classificação, Áreas e Volumes e Troncos.....	97
ESFERA.....	98
Elementos, Seção da Esfera, Área, Volumes e Partes da Esfera.....	98
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO DE SÓLIDOS.....	99
■ GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA.....	101
PONTO.....	101
O Plano Cartesiano.....	101
Distância entre Dois Pontos.....	101
Ponto Médio de Segmento e Condição de Alinhamento de Três Pontos.....	101
RETA.....	101
Equações Geral e Reduzida.....	101
Interseção de Retas.....	102
Paralelismo e Perpendicularidade.....	102
Ângulo Entre Duas Retas.....	103
Distância Entre Ponto E Reta e Distância Entre Duas Retas.....	103
Bissetrizes do Ângulo Entre Duas Retas.....	103
Área de Um Triângulo e Inequações do Primeiro Grau com Duas Variáveis.....	104
CIRCUNFERÊNCIA.....	105
Equações Geral e Reduzida.....	105
POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE PONTO E CIRCUNFERÊNCIA.....	105
Reta e Circunferência e Duas Circunferências.....	105
Problemas de Tangência.....	107
Equações e Inequações do Segundo Grau com Duas Variáveis.....	107
ELIPSE.....	109
Definição.....	109
Equação.....	110
Posições Relativas Entre Ponto e Elipse.....	110
Posições Relativas Entre Reta e Elipse.....	110
HIPÉRBOLE.....	111
Definição.....	111
Equação da Hipérbole.....	111
Posições Relativas Entre Ponto e Hipérbole.....	112
Posições Relativas Entre Reta e Hipérbole.....	112
Equações Das Assíntotas da Hipérbole.....	113
PARÁBOLA.....	114

Definição.....	114
Equação.....	114
Posições Relativas Entre Ponto e Parábola	114
Posições Relativas Entre Reta e Parábola	114
RECONHECIMENTO DE CÔNICAS A PARTIR DE SUA EQUAÇÃO GERAL	115
■ GEOMETRIA PLANA	117
ÂNGULO.....	117
Definição, Elementos e Propriedades.....	117
CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS.....	119
Ângulos na Circunferência	119
PARALELISMO	122
PERPENDICULARIDADE.....	122
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS	123
PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO.....	124
TRIÂNGULOS RETÂNGULOS.....	125
RELAÇÕES MÉTRICAS NOS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS	125
RELAÇÕES MÉTRICAS EM TRIÂNGULOS QUAISQUER.....	125
TEOREMA DE PITÁGORAS	126
CONGRUÊNCIA DE FIGURAS PLANAS	126
FEIXE DE RETAS PARALELAS E TRANSVERSAIS.....	127
TEOREMA DE TALES.....	127
TEOREMA DAS BISSETRIZES INTERNAS E EXTERNAS DE UM TRIÂNGULO.....	128
QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS	128
POLÍGONOS	130
POLÍGONOS REGULARES.....	131
PERÍMETRO E ÁREA DE POLÍGONOS, POLÍGONOS REGULARES, CIRCUNFERÊNCIAS, CÍRCULOS E SEUS ELEMENTOS	132
FÓRMULA DE HERON	134
RAZÃO ENTRE ÁREAS.....	134
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO	135
■ POLINÔMIOS	138
FUNÇÃO POLINOMIAL	138

IDENTIDADE DE UM POLINÔMIO.....	138
Polinômio Identicamente Nulo	138
GRAU DE UM POLINÔMIO	138
VALOR NUMÉRICO DE UM POLINÔMIO - RAIZ DE UM POLINÔMIO	138
OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS.....	139
DIVISÃO DE POLINÔMIOS.....	139
TEOREMA DO RESTO	140
TEOREMA DE D'ALEMBERT.....	140
DISPOSITIVO DE BRIOT-RUFFINI.....	140
FATORAÇÃO E MULTIPLICIDADE DE RAÍZES E PRODUTOS NOTÁVEIS	141
MÁXIMO DIVISOR COMUM DE POLINÔMIOS.....	142
■ EQUAÇÕES POLINOMIAIS.....	142
TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA E TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO	142
RAÍZES IMAGINÁRIAS	143
RAÍZES RACIONAIS	143
RELAÇÕES DE GIRARD - RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTES E RAÍZES.....	144
TEOREMA DE BOLZANO	145
■ CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS: REPRESENTAÇÕES ALGÉBRICA E TRIGONOMÉTRICA	146
OPERAÇÕES.....	147
MÓDULO	148
CONJUGADO DE UM NÚMERO COMPLEXO.....	148
FÓRMULAS DE MOIVRE	148
Extração de Raízes.....	149
■ BINÔMIO DE NEWTON	150
DESENVOLVIMENTO, COEFICIENTES BINOMIAIS E TERMO GERAL	150
RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES BINOMIAIS E TRINOMIAIS	151
PORTUGUÊS	157
■ LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DE TEXTOS.....	157

LEITURA, INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS PRESENTES EM UM TEXTO E O RESPECTIVO RELACIONAMENTO COM O UNIVERSO EM QUE O TEXTO FOI PRODUZIDO	157
■ FONÉTICA, ORTOGRAFIA E PONTUAÇÃO	159
CORRETA ESCRITA DAS PALAVRAS DA LÍNGUA PORTUGUESA	159
ACENTUAÇÃO GRÁFICA E PARTIÇÃO SILÁBICA	160
PONTUAÇÃO	161
■ MORFOLOGIA	163
ESTRUTURA E FORMAÇÃO DAS PALAVRAS	163
CLASSES DE PALAVRAS	167
■ MORFOSSINTAXE	188
FRASE, ORAÇÃO E PERÍODO, TERMOS DA ORAÇÃO, ORAÇÕES DO PERÍODO (DESENVOLVIDAS E REDUZIDAS), FUNÇÕES SINTÁTICAS DO PRONOME RELATIVO, SINTAXE DE REGÊNCIA (VERBAL E NOMINAL), SINTAXE DE CONCORDÂNCIA (VERBAL E NOMINAL) E SINTAXE DE COLOCAÇÃO	188
■ NOÇÕES DE VERSIFICAÇÃO	204
ESTRUTURA DO VERSO, TIPOS DE VERSO, RIMA, ESTROFAÇÃO E POEMAS DE FORMA FIXA	204
■ TEORIA DA LINGUAGEM E SEMÂNTICA	206
HISTÓRIA DA LÍNGUA PORTUGUESA; LINGUAGEM, LÍNGUA, DISCURSO E ESTILO; NÍVEIS DE LINGUAGEM, FUNÇÕES DA LINGUAGEM; FIGURAS DE LINGUAGEM E SIGNIFICADO DAS PALAVRAS	206
■ INTRODUÇÃO À LITERATURA	213
A ARTE LITERÁRIA, OS GÊNEROS LITERÁRIOS E A EVOLUÇÃO DA ARTE LITERÁRIA, EM PORTUGAL E NO BRASIL	213
■ LITERATURA BRASILEIRA	216
CONTEXTO HISTÓRICO, CARACTERÍSTICAS, PRINCIPAIS AUTORES E OBRAS DO QUINHENTISMO, BARROCO, ARCADISMO, ROMANTISMO, REALISMO, NATURALISMO, IMPRESSIONISMO, PARNASIANISMO, SIMBOLISMO, PRÉ-MODERNISMO E MODERNISMO	216
■ REDAÇÃO	227
GÊNERO TEXTUAL	227
TEXTUALIDADE E ESTILO (COESÃO E COERÊNCIA TEXTUAL; TIPOS DE DISCURSO; INTERTEXTUALIDADE; DENOTAÇÃO E CONOTAÇÃO; MECANISMOS DE COESÃO; A AMBIGUIDADE; A NÃO CONTRADIÇÃO; PARALELISMOS SINTÁTICOS E SEMÂNTICOS; CONTINUIDADE E PROGRESSÃO TEXTUAL)	232
TEXTO E CONTEXTO	242
O TEXTO NARRATIVO: O ENREDO, O TEMPO E O ESPAÇO	243
A TÉCNICA DA DESCRIÇÃO	245

O NARRADOR.....	245
O TEXTO ARGUMENTATIVO	246
O TEMA.....	247
A IMPESSOALIDADE.....	247
A CARTA ARGUMENTATIVA; A CRÔNICA ARGUMENTATIVA	248
A ARGUMENTAÇÃO E A PERSUAÇÃO	249
O TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO; A CONSISTÊNCIA DOS ARGUMENTOS; A CONTRA- ARGUMENTAÇÃO; O PARÁGRAFO; A INFORMATIVIDADE E O SENSO COMUM; FORMAS DE DESENVOLVIMENTO DO TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO; A INTRODUÇÃO; E A CONCLUSÃO	250

■ ALTERAÇÕES INTRODUZIDAS NA ORTOGRAFIA DA LÍNGUA PORTUGUESA PELO ACORDO ORTOGRÁFICO DA LÍNGUA PORTUGUESA 264

ASSINADO EM LISBOA, EM 16 DE DEZEMBRO DE 1990, POR PORTUGAL, BRASIL, ANGOLA, SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE, CABO VERDE, GUINÉ-BISSAU, MOÇAMBIQUE E, POSTERIORMENTE, POR TIMOR LESTE, APROVADO NO BRASIL PELO DECRETO Nº 6.583, DE 29 DE SETEMBRO DE 2008 E ALTERADO PELO DECRETO Nº 7.875, DE 27 DE DEZEMBRO DE 2012	264
---	-----

HISTÓRIA DO BRASIL 273

■ BRASIL COLÔNIA 273

OS POVOS INDÍGENAS BRASILEIROS 273

O Brasil Antes da Chegada dos Europeus.....	273
As Principais Nações Indígenas do Brasil Antes da Chegada dos Portugueses	273

PERÍODO PRÉ-COLONIAL 274

Expedições de Reconhecimento e Guarda Costa.....	274
Economia do Pau-Brasil	274
Expedição Colonizadora de Martim Afonso de Souza.....	275

PERÍODO COLONIAL — ADMINISTRAÇÃO, ECONOMIA E SOCIEDADE COLONIAL 275

A Organização Administrativa Colonial Portuguesa no Brasil - Capitanias Hereditárias; o Governo Geral e Órgãos Administrativos; as Câmaras Municipais.....	275
A Economia e Sociedade Açucareira.....	276
Escravidão Africana.....	276
A Economia e Sociedade Mineradora	277
Economias Complementares.....	277

CONSOLIDAÇÃO TERRITORIAL 277

Entradas e Bandeiras.....	277
Invasões Estrangeiras — Invasões Francesas; a Invasão Holandesa; a Insurreição Pernambucana; a Luta Contra o Invasor e a Gênese do Exército Brasileiro	278



As Questões de Limites Entre Portugal e Espanha e a Formação das Atuais Fronteiras do Brasil: Tratados de Madri, El Pardo, Santo Ildefonso e Badajoz	279
---	-----

AS REBELIÕES NATIVISTAS279

Características; A Crise do Sistema Colonial Português; Principais Rebeliões Nativistas – Revolta de Beckman, Guerra dos Emboabas, Guerra dos Mascates e a Revolta de Vila Rica	279
---	-----

MOVIMENTOS PRÓ-INDEPENDÊNCIA NO BRASIL280

Caracterização; Influência Iluminista; Crise Econômica	280
Principais Movimentos Pró-Independência: Inconfidência Mineira e Conjuração Baiana.....	280

■ BRASIL IMPÉRIO281

O PERÍODO JOANINO281

A Transferência da Corte Portuguesa para o Brasil; O Governo de D. João VI no Brasil: Política Interna e Externa; A Revolução do Porto e Partida da Família Real.....	281
--	-----

A INDEPENDÊNCIA DO BRASIL282

Fatores que levaram à Independência do Brasil	282
O Grito do Ipiranga	282

O PRIMEIRO REINADO.....283

Panorama Político-Partidário; A Constituição de 1824; Panorama Interno: Autoritarismo do Imperador, Crise Econômica	283
Panorama Externo: a Guerra da Cisplatina; A Guerra de Independência; A Abdicação de D. Pedro I	283

PERÍODO REGENCIAL.....283

A Regência de D. Pedro; Panorama Político-Partidário Conflituoso: Restauradores, Liberais Moderados e Republicanos	283
A Regência Trina Provisória	283
A Regência Trina Permanente	283
O Ato Adicional de 1834	283
As Regências Unas	283
As Revoltas Regenciais: Cabanagem, Balaiada, Malês, Sabinada e Farroupilha	284
A Ação Pacificadora de Caxias: Balaiada, Farroupilha e Revoltas Liberais de 1842.....	284

O SEGUNDO REINADO284

Antecipação da Maioridade de D. Pedro II	284
Panorama Político-Partidário do II Império: Conservadores e Liberais; Rivalidades Iniciais; as Revoltas Liberais de 1842; Conciliação; O Parlamentarismo Brasileiro.....	284
A Economia e Sociedade Cafeeiras.....	285
A Breve Era Mauá.....	285
Política Externa: Campanha Contra Oribe e Rosas; A Questão Christie; a Campanha Contra Aguirre; a Guerra da Tríplice Aliança; o Comando Vitorioso de Caxias na Guerra da Tríplice Aliança	285
A Imigração Europeia	285

A Abolição da Escravatura	286
A Crise do Império: Questão Religiosa; Republicanismo; Questão Militar; Positivismo; a Proclamação da República	286
■ BRASIL REPÚBLICA	287
A REPÚBLICA VELHA	287
A República da Espada: os Governos de Deodoro e de Floriano Peixoto	287
Guerras de Canudos (1896 - 1898) e Contestado (1912 - 1916).....	287
As Revoltas da Armada	288
O Tenentismo, as Revoltas de 1922 - 1924 e a “Coluna Prestes”	289
A Revolução Federalista	289
A República Oligárquica: Caracterização: “Coronelismo”, “Voto de Cabresto”, Política do “Café Com Leite”, Política de Valorização do Café, “Política dos Governadores”; A Constituição de 1891	289
Algumas Revoltas Sociais da República Velha: Revolta da Chibata, Revolta da Vacina, o Fenômeno do Cangaço	290
A Ruptura Oligárquica e a Revolução de 1930	291
A ERA VARGAS	291
O Governo Provisório; A Revolução Constitucionalista de 1932; Governo Constitucional de Vargas; A Constituição de 1934; Radicalização Ideológica: Comunistas Versus Integralistas; a Intentona Comunista de 1935; a Revolta Integralista de 1938	291
O Estado Novo (1937 - 1945); a CLT; A Saída de Vargas do Poder	293
O Brasil na II Guerra Mundial: Fatores que Levaram o Brasil a Participar do Conflito; a Campanha da FEB	294
A REPÚBLICA BRASILEIRA ENTRE 1945 E 1985	294
Governo Dutra	294
Segundo Governo Vargas.....	295
Governo JK.....	295
Governo Jânio	296
Governo “Jango”	297
Governo Castello Branco	298
Governo Costa e Silva.....	299
Governo Médici	299
Governo Geisel	299
Governo Figueiredo.....	300
A NOVA REPÚBLICA (DE 1985 ATÉ 2000)	300
O Governo Sarney; Crise e Hiperinflação da Década de 80; Os Planos Cruzado, Bresser e Verão — Caracterização e Razões do Insucesso	300
A Constituição de 1988	300
O Governo Collor; O Plano Collor; O Impeachment de Collor; O Governo Itamar Franco.....	300
O Plano Real; Os Governos de Fernando Henrique Cardoso até os dias atuais.....	301

GEOGRAFIA DO BRASIL.....	309
■ O ESPAÇO NATURAL, RECURSOS ESTRATÉGICOS E IMPACTOS AMBIENTAIS	309
CARACTERÍSTICAS GERAIS DO TERRITÓRIO BRASILEIRO.....	309
Posição Geográfica.....	309
Limites e Fusos Horários.....	309
ESTRUTURA GEOLÓGICA, GEOMORFOLOGIA.....	310
Origem, Formas E Classificações Do Relevo	310
TIPOS DE SOLOS BRASILEIROS	312
A ATMOSFERA E OS CLIMAS.....	313
Fenômenos Climáticos.....	313
Os Climas no Brasil.....	316
BIOMAS, HOTSPOTS E BIODIVERSIDADE.....	316
Distribuição da Vegetação	316
Características Gerais dos Domínios Morfoclimáticos	318
RECURSOS HÍDRICOS	325
Bacias Hidrográficas.....	325
Aquíferos	325
Hidrovias.....	325
DEGRADAÇÃO AMBIENTAL	329
O APROVEITAMENTO ECONÔMICO DOS RECURSOS NATURAIS E AS ATIVIDADES ECONÔMICAS.....	329
Os Recursos Minerais.....	329
FONTES DE ENERGIA, MATRIZ ENERGÉTICA BRASILEIRA E MEIO AMBIENTE	329
O Setor Mineral e os Grandes Projetos de Mineração.....	331
■ O ESPAÇO ECONÔMICO	331
A FORMAÇÃO DO TERRITÓRIO NACIONAL	331
Ciclos Econômicos e a Expansão do Território	331
Da Cafeicultura ao Brasil Urbano Industrial	333
Integração Territorial	334
A INDUSTRIALIZAÇÃO PÓS-SEGUNDA GUERRA MUNDIAL	334
MODELO DE SUBSTITUIÇÃO DAS IMPORTAÇÕES, ABERTURA PARA INVESTIMENTOS ESTRANGEIROS.....	334
Dinâmica Espacial da Indústria.....	334
Polos Industriais	334



A Indústria nas Diferentes Regiões Brasileiras e a Reestruturação Produtiva	334
AGRICULTURA BRASILEIRA	335
Dinâmicas Territoriais Da Economia Rural	335
A Modernização da Agricultura	336
Êxodo Rural	337
Agronegócio e a Produção Agropecuária Brasileira	337
COMÉRCIO	338
Globalização E Economia Nacional	338
Comércio Exterior	338
Integração Regional (Mercosul e Principais Parceiros Econômicos)	339
Eixos de Circulação e Custos de Deslocamento	339
■ O ESPAÇO POLÍTICO	341
FORMAÇÃO TERRITORIAL	341
Território, Fronteiras, Faixa de Fronteiras	341
Mar Territorial	341
Zona Econômica Exclusiva Brasileira (ZEE)	341
ESTRUTURA POLÍTICO-ADMINISTRATIVA, ESTADOS, MUNICÍPIOS, DISTRITO FEDERAL E TERRITÓRIOS FEDERAIS	342
A DIVISÃO REGIONAL, SEGUNDO O IBGE, E OS COMPLEXOS REGIONAIS E POLÍTICAS PÚBLICAS	345
■ O ESPAÇO HUMANO	348
DEMOGRAFIA	348
Transição Demográfica	348
Crescimento Populacional	348
Estrutura Etária e Política Demográfica	349
Mobilidade Espacial (Migrações Internas e Externas)	349
MERCADO DE TRABALHO	351
Estrutura Ocupacional	351
DESENVOLVIMENTO HUMANO	352
Os Indicadores Socioeconômicos	352
Rede Urbana, Hierarquia Urbana e Regiões Metropolitanas	354
REGIÕES INTEGRADAS DE DESENVOLVIMENTO (RIDE), ESPAÇO URBANO E PROBLEMAS URBANOS	355

INGLÊS	361
■ SUBSTANTIVOS (NOUNS).....	361
GÊNERO	361
SUBSTANTIVOS CONTÁVEIS, INCONTÁVEIS E NÚMERO DOS SUBSTANTIVOS CONTÁVEIS NO SINGULAR E NO PLURAL	362
CASO GENITIVO/POSSESSIVO COM O GENITIVO SAXÃO'S E COM A PREPOSIÇÃO OF.....	363
■ PRONOMES (PRONOUNS).....	364
PRONOMES PESSOAIS	364
PRONOMES REFLEXIVOS	364
PRONOMES E ADJETIVOS DEMONSTRATIVOS.....	365
PRONOMES E ADJETIVOS POSSESSIVOS	365
PRONOMES E ADJETIVOS INTERROGATIVOS (QUESTION WORDS)	366
ADJETIVOS INDEFINIDOS E PRONOMES INDEFINIDOS.....	367
QUANTIFICADORES.....	368
■ ARTIGOS (ARTICLES)	369
ARTIGO DEFINIDO THE.....	369
ARTIGO INDEFINIDO A/NA.....	370
■ ADJETIVOS (ADJECTIVES): FORMAS E USOS, POSIÇÃO DOS ADJETIVOS E GRAUS DO ADJETIVO	371
■ ADVÉRBIOS (ADVERBS): FORMAS E USOS, POSIÇÃO DOS ADVÉRBIOS E GRAUS DO ADVÉRBIO	376
■ VERBOS (VERBS).....	380
VERBOS NO TEMPO PRESENTE SIMPLES (SIMPLE PRESENT).....	380
VERBOS NO PRESENTE CONTÍNUO (PRESENT CONTINUOUS).....	383
VERBOS NO PASSADO SIMPLES (PAST SIMPLE)	384
VERBOS NO PASSADO CONTÍNUO (PAST CONTINUOUS)	385
VERBOS NO FUTURO IMEDIATO (FUTURE WITH GOING TO) E VERBOS NO FUTURO COM SHALL/WILL (SIMPLE FUTURE)	386
VERBOS NO PRESENTE PERFEITO (PRESENT PERFECT)	387
VERBOS MODAIS	388
Can.....	388
May	388

Could.....	388
Might.....	388
Should.....	388
Must.....	388
Would.....	389
Ought To	389
VERBOS NO MODO IMPERATIVO (IMPERATIVE).....	389
FORMAS DO INFINITIVO E GERÚNDIO (INFINTIVE AND GERUND).....	389
VERBOS FRASAIS (PHRASAL VERBS).....	390
TAG QUESTIONS.....	390
■ PREPOSIÇÕES (PREPOSITIONS).....	395
PREPOSIÇÕES DE TEMPO, LUGAR.....	395
PREPOSIÇÕES DE MOVIMENTO E FORMAS DE TRANSPORTE	398

MATEMÁTICA

NOÇÕES DE CONJUNTOS E DE RACIOCÍNIO LÓGICO

A **Teoria de Conjuntos** deve ser vista como **um dos tópicos mais importantes** da Matemática Contemporânea.

É ela que dá **sustentação lógica** a outros tópicos inerentes à Matemática, como por exemplo: Funções, Probabilidade, Análise Combinatória, Polinômios, Progressões (Aritméticas e Geométricas) etc.

Acreditar nos alicerces estabelecidos por essa Teoria é ter a **garantia** de que o rigor matemático, a coesão e a elegância na exposição do conteúdo terão seu lugar de destaque garantidos.

NOÇÕES PRIMITIVAS

No contexto da Teoria de Conjuntos, **três noções primitivas** são aceitas sem definição e, portanto, não necessitam de demonstração. São elas:

- conjunto;
- elemento;
- pertinência entre Conjunto e Elemento.

Os **Conjuntos** (ou coleções) devem ser representados por letras latinas maiúsculas: A , B , C etc.

Alguns exemplos de Conjuntos:

- $M = \{\text{janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro}\}$ é o conjunto dos meses do ano que possuem 31 dias;
- $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ é o conjunto dos números primos até 19;
- $N = \{\text{Estados Unidos, Canadá, México}\}$ é o conjunto dos países da América do Norte.

Os **Elementos** referem-se aos objetos inerentes aos Conjuntos. Nos exemplos acima, cada um dos componentes dos Conjuntos apresentados são elementos destes (por exemplo, no conjunto dos números primos, cada número ali destacado representa um elemento desse conjunto).

A **Relação de Pertinência** entre Conjunto e Elemento estabelece a identificação entre eles. Para tanto, utilizamos os símbolos $\in$ (pertence) ou $\notin$ (não pertence).

Nos exemplos citados temos algumas situações para destacar essa relação:

- o mês de abril não pertence ao conjunto M , ou simbolicamente, $\text{Abril} \notin M$;
- o número 11 pertence ao conjunto P , ou simbolicamente, $11 \in P$;
- o Haiti não pertence ao conjunto N , ou simbolicamente, $\text{Haiti} \notin N$.

REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

Existem três maneiras distintas de se apresentar Conjuntos:

- analítica;
- sintética;
- diagrama de Euler-Venn (ou simplesmente Diagrama).

Na representação **Analítica**, destaca-se cada um dos elementos que pertencem a um determinado conjunto. Nos exemplos mencionados (conjuntos M , P e N), todos eles foram representados dessa maneira.

Na representação **Sintética**, devemos destacar uma característica que seja comum a todos os elementos pertencentes a um conjunto qualquer. Nos exemplos citados, essa representação ficaria da seguinte maneira (abaixo, lê-se x/x como “ x é tal que x tem a propriedade”):

- $M = \{x / x \text{ é mês do ano com 31 dias}\}$;
- $P = \{x / x \text{ é número primo}\}$;
- $N = \{x / x \text{ é país da América do Norte}\}$.

Na representação por **Diagramas**, devemos definir uma região (normalmente um círculo) onde devem ser representados todos os elementos pertencentes ao conjunto. Importante não esquecer de nomear esse conjunto.

Observe as situações abaixo (já apresentados anteriormente) que são exemplos dessa representação:

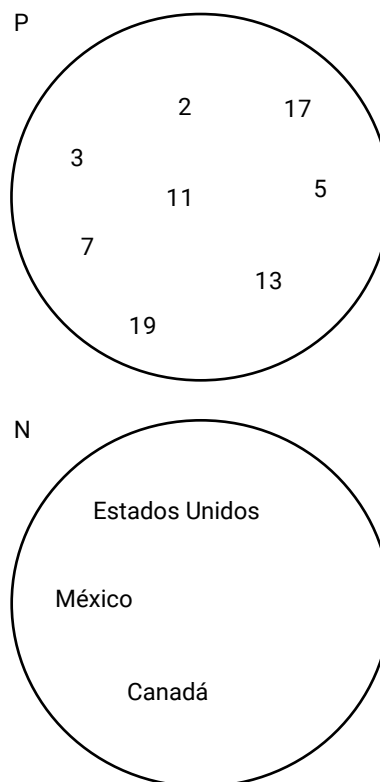


Figura 1. Representação de conjuntos por diagramas

SUBCONJUNTOS

Um conjunto A é **Subconjunto** de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertence também a B .

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$ (lê-se: A está contido em B, se, e somente se, qualquer que seja x, x pertence a A, então x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

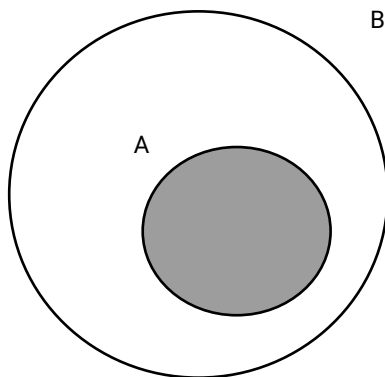


Figura 2. Subconjunto A do conjunto B

Perceba que todo elemento pertencente ao conjunto A (no interior da região verde), automaticamente, pertence também a B.

É desta maneira que representamos por Diagramas a relação de inclusão: $A \subset B$. Concluimos que A é subconjunto de B.

Diferentemente do que acontece quando relacionamos elementos com conjuntos –situação na qual vigoram as relações de pertinência, ou seja, somente utilizamos $\in$ (pertence) ou $\notin$ (não pertence)–, quando tratamos da **relação entre conjuntos**, utilizamos os símbolos abaixo:

- $\subset$ (está contido) ou;
- $\not\subset$ (não está contido) ou;
- $\supset$ (contém) ou;
- $\not\supset$ (não contém).

Dá-se o nome de **Subconjunto Impróprio** de B à seguinte situação:

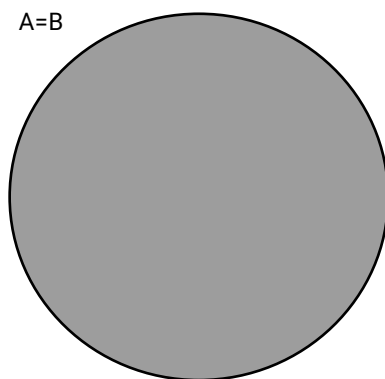


Figura 3. Subconjunto Impróprio de B

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ e } B \subset A)$ (lê-se: A é igual a B, se, e somente se, A está contido em B e B está contido em A).

Doas propriedades são bastante importantes e impactam diretamente na compreensão de outros conteúdos que dependem de Teoria de Conjuntos:

- **O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto!** Representamos tal situação da seguinte maneira: $\emptyset \subset A$. Essa propriedade é de extrema relevância para a simplificação de demonstrações de Teoremas. Sem ela, diversas situações envolvendo conjuntos teriam suas “comprovações” apresentadas de uma maneira muito mais extenuante (cansativa)!
- **Todo conjunto está contido em si mesmo!** Representamos essa situação da seguinte maneira: $A \subset A$. Esta propriedade tem lugar de destaque no contexto da Teoria de Conjuntos e é extremamente útil no que se refere à simplificação de demonstrações de Teoremas. Ela também recebe o nome de Propriedade Reflexiva.

OPERAÇÕES

União

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **União** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B (disjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$ (lê-se: os elementos do conjunto A união com B são representados por x, tal que x pertence a A ou x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

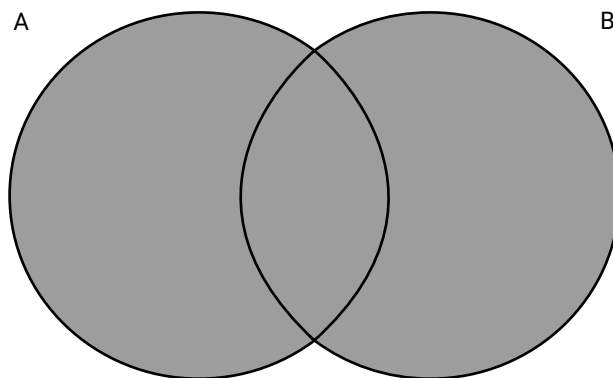


Figura 7. União dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cup B$ (A união com B) são aqueles que pertencem exclusivamente a A, unidos com aqueles que pertencem exclusivamente a B, unidos com aqueles que pertencem à interseção (como veremos em seguida).

É dessa maneira que representamos por Diagramas a relação de disjunção lógica $A \cup B$.

Interseção

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Interseção** de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B (conjunção lógica).

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A \cap B = \{x / x \in A \text{ e } x \in B\}$ (lê-se: os elementos do conjunto A interseção com B são representados por x, tal que x pertence a A e x pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar essa situação da seguinte maneira:

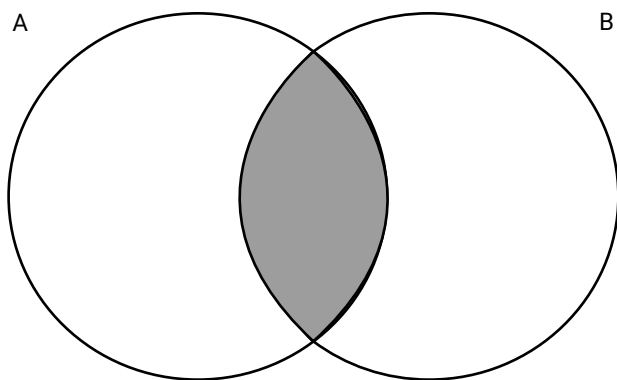


Figura 8. Interseção dos conjuntos A e B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A \cap B$ (A interseção com B) são aqueles que pertencem a A e B simultaneamente.

É dessa maneira que representamos por Diagramas a relação de conjunção lógica $A \cap B$.

Dica

Existe uma diferença entre **Conjuntos Disjuntos** (interseção vazia) e **Conjuntos Intersecantes** (interseção não vazia).

Anteriormente, por diagramas, representamos dois conjuntos A e B Intersecantes. Veja na figura abaixo como devemos representar Conjuntos Disjuntos.

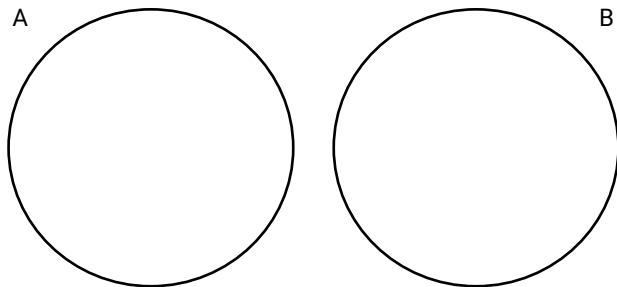


Figura 9. Conjuntos A e B disjuntos

Apresentadas as operações de União e interseção entre dois ou mais conjuntos (isso mesmo! É possível expandir o que aprendemos nestes dois últimos tópicos para 3 ou 4 conjuntos por exemplo) um princípio é de extrema importância para não contabilizarmos a mais a quantidade de elementos de um conjunto qualquer. Trata-se do **Princípio da Inclusão-Exclusão** cuja notação (mais rigorosa e carregada de símbolos) é a seguinte: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (lê-se: o número de elementos do conjunto A união com B é dado pelo número de elementos de A, somado com o número de elementos de B, menos o número de elementos de A interseção com B).

Observe as seguintes passagens para constatar a veracidade do Princípio:

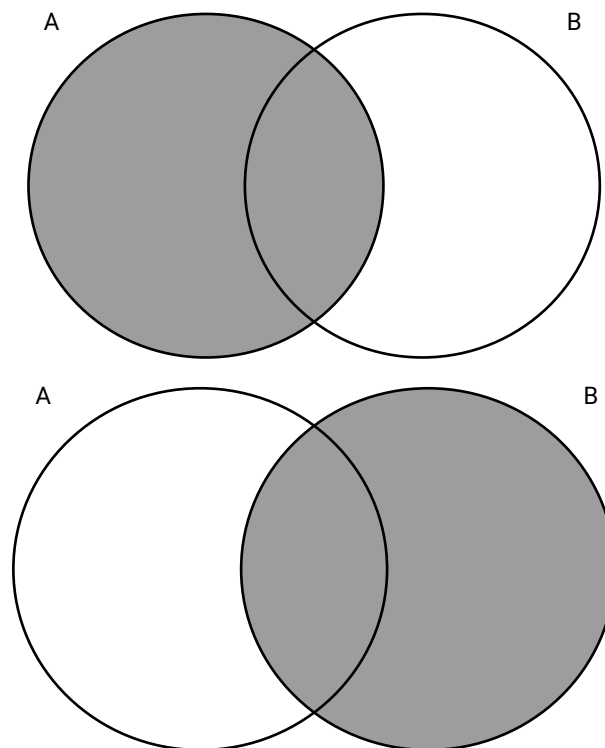


Figura 10. Interseção em relação ao Princípio da Inclusão-Exclusão

Observe que, ao representarmos na figura (à esquerda) o conjunto A, automaticamente a interseção de A com B ($A \cap B$) foi adicionada, pois ela está contida em A ($(A \cap B) \subset A$). O mesmo ocorre em relação ao conjunto B: automaticamente a interseção de A com B ($A \cap B$) foi adicionada (figura à direita), pois ela está contida em B ($(A \cap B) \subset B$). Portanto, **temos que eliminar a interseção uma vez** (correspondente ao termo $n(A \cap B)$ no Princípio da Inclusão-Exclusão), para que a contagem não seja excedida.

Diferença

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **Diferença** entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $A - B = \{x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$ (lê-se: os elementos do conjunto A diferença com B são representados por x, tal que x pertence a A e x não pertence a B).

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

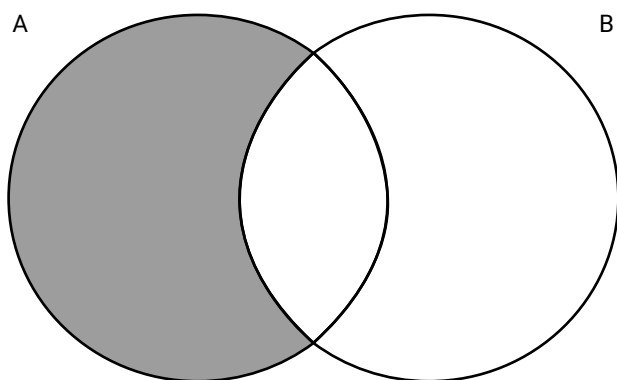


Figura 11. Conjunto A diferença com B

Perceba que os elementos pertencentes ao conjunto $A - B$ (A diferença com B) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto A.

Da mesma maneira podemos definir o conjunto $B - A$ (B diferença com A) são aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto B (veja figura a seguir).

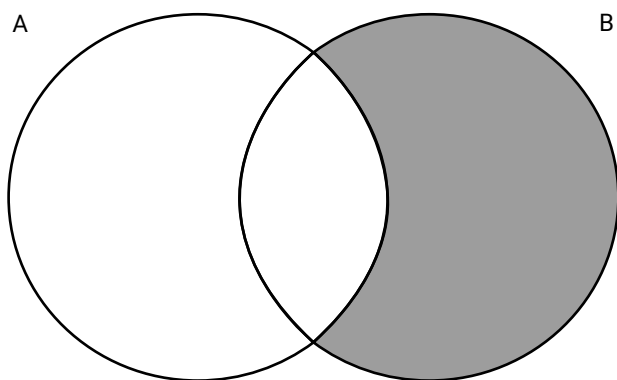


Figura 12. Conjunto B diferença com A

Complementar

Dados dois conjuntos A e B, tais que $B \subset A$, chama-se **Complementar** de B em relação a A o conjunto $A - B$, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

A **notação** (mais rigorosa e carregada de símbolos) utilizada neste contexto é a seguinte: $C_A^B = A - B$ (lê-se: complementar de B em relação a A, equivale a A diferença com B).

O complementar de B em relação a A também pode ser representado por: $\bar{B}$ ou B^c .

Por **diagramas**, poderíamos representar esta situação da seguinte maneira:

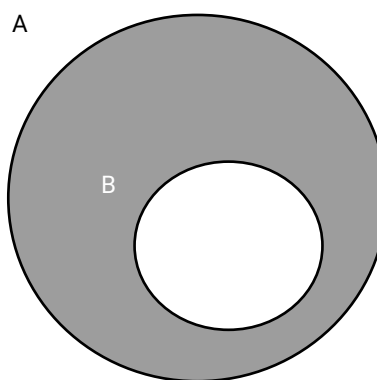


Figura 14. Conjunto Complementar de B em relação a A

Importante!

O conjunto $C_A^B = \bar{B} = B^c$ só será diferente do conjunto vazio ($\emptyset$) se for respeitada a restrição de que $B \subset A$.

CONJUNTO UNIVERSO E CONJUNTO VAZIO

Conjunto Universo

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Universo** quando a ele pertencem todos os elementos.

Como exemplo de conjunto universo, considere a seguinte situação: se fôssemos escolher um aluno qualquer do 1º ano B do Ensino Médio de uma Escola que apresentasse uma determinada característica (como por exemplo o uso de óculos de grau), nosso Conjunto Universo poderia ser representado pela Turma ao qual o aluno pertence (no caso o 1º ano B), ou ainda a Escola em que ele estuda.

Perceba que, nesse caso, dá para escolher mais de um conjunto Universo, isto é, você poderá escolher o Conjunto Universo ao qual pertencem todos os elementos que são de seu interesse e, dentre eles, selecionar aqueles que apresentam a característica procurada (ou de interesse).

Conjunto Vazio

Um determinado conjunto recebe o nome de **Conjunto Vazio** quando ele não apresentar elemento (ou objeto) algum. A notação utilizada para representar um Conjunto Vazio é: $\{\}$ ou $\emptyset$.

Importante! É muito comum as pessoas representarem o Conjunto Vazio da seguinte maneira: $\{\emptyset\}$

Na verdade, o que se tem aí é um conjunto que possui um único elemento que é o conjunto vazio.

Complicado?

O importante é não cometer esse erro de forma alguma: utilize $\{\}$ ou $\emptyset$ e nunca as duas representações ao mesmo tempo!

São **exemplos** de Conjuntos Vazios:

- conjunto dos meses que apresentam 32 dias;
- países que fazem parte da América do Norte e que começam com a letra W;
- número primo irracional;
- seleção de futebol que tenha conquistado 10 Copas do Mundo.

NÚMEROS PRIMOS

São números divisíveis somente por 1 e por ele mesmo, distintamente.

Atenção: o número 1 não é primo.

Alguns números primos mais utilizados:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

Exemplo: o número 7 é dividido apenas por 1 e por ele mesmo, ou seja, é um número primo.

Lembre-se: um número primo tem apenas dois divisores (como dissemos, o 1 e ele mesmo).

FATORAÇÃO

A fatoração é o **processo de decomposição**, separação, de um produto entre números quaisquer, ou seja, é a interpretação do resultado de uma multiplicação através de seus fatores multiplicativos.

Por exemplo, o número 14 pode ser fatorado como $2 \cdot 7$, ou ainda, $1 \cdot 14$. Como adição a essa ideia, temos que o 14 também pode ser expresso pela soma $6+8$, que, por sua vez, pode ser **decomposta em fatores** envolvendo o número 2: $6+8 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4$.

Pelo fato de 2 ser um **fator comum** dessa soma, podemos colocá-lo em **evidência** da seguinte forma: $2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 2 \cdot (3+4)$. Afinal, $3+4 = 7$, que multiplicado por 2 retornará 14.

A seguir, acompanhe a generalização dessas ideias por meio de expressões algébricas.

Sejam a, b, c, x e $y \in \mathbb{R}$.

- **Evidenciação:** $ax + bx + cx = x \cdot (a + b + c)$.

Exemplo: se tivermos $2x + 3x + 4x$, então,

$$2x + 3x + 4x = x \cdot (2 + 3 + 4) = x \cdot 9 = 9x$$

- **Agrupamento:** $ax + ay + bx + by = a \cdot (x + y) + b \cdot (x + y) = (x + y) \cdot (a + b)$.

Exemplo: se tivermos $2x + 2y + 3x + 3y$, então,

$$2 \cdot (x + y) + 3 \cdot (x + y) = (x + y) \cdot (2 + 3) = (x + y) \cdot 5$$

NÚMERO DE DIVISORES

Diz-se que um número natural “a” é múltiplo de outro natural “b” se existir um número natural “k” tal que:

$$a = k \cdot b$$

Exemplo: 15 é múltiplo de 5, pois $15 = 3 \cdot 5$

Quando $a = k \cdot b$, segue que a é múltiplo de b, mas também a é múltiplo de k, como é o caso do número 35, múltiplo de 5 e de 7, pois: $35 = 7 \cdot 5$.

Quando $a = k \cdot b$, então, a é múltiplo de b; se conhecermos b e queremos obter todos os seus múltiplos, basta fazer k assumir todos os números naturais possíveis.

Como conclusão às assertivas propostas acima, tem-se que:

- um número b é sempre múltiplo dele mesmo $\rightarrow a = 1 \cdot b \Leftrightarrow a = b$;
- para obter os múltiplos de dois, isto é, os números da forma $a = k \cdot 2$, k seria substituído por todos os números naturais possíveis.

A definição de divisor está relacionada com a de múltiplo.

Um número natural b é divisor do número natural a, se a é múltiplo de b.

Exemplo: 3 é divisor de 15, pois $15 = 3 \cdot 5$. Logo, 15 é múltiplo de 3 e também de 5.

Dica

Um número natural tem uma quantidade finita de divisores. Por exemplo, o número 6 poderá ter no máximo 6 divisores, pois trabalhando no conjunto dos números naturais, não podemos dividir 6 por um número maior do que ele. Os divisores naturais de 6 são os números 1, 2, 3, 6, o que significa que o número 6 tem 4 divisores.

MÁXIMO DIVISOR COMUM E MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Os múltiplos de um número X são aqueles números que podem ser obtidos multiplicando X por outro número natural. Agora, observe os múltiplos dos números 4 e 6:

$$M(4) = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \dots$$

$$M(6) = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, \dots$$

Quais são os múltiplos iguais (comuns) entre os números? São eles: 12, 24, 36. E qual o menor deles? É o número 12. Sendo assim, o número 12 é o menor múltiplo comum entre 4 e 6, ou seja, o MMC entre 4 e 6 é igual a 12.

Cálculo do MMC por Fatoração Simultânea

Podemos calcular o MMC entre 2 ou mais números, de maneira mais rápida, fazendo a fatoração simultânea dos dois números. Veja:

Ex.: Calcule o MMC entre 6 e 8.

6 – 8	2 (aqui devemos colocar o menor número primo)
3 – 4	2 (nesse caso repetimos o número 3, pois ele não é dividido pelo 2)
3 – 2	2
3 – 1	3
1 – 1	MMC = $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$.

Logo, o MMC (6 e 8) = 24.

Com esse método, é possível calcular o MMC entre vários números. Vamos exercitar novamente, dessa vez com mais números.

Ex.: calcule o MMC entre os números 10, 12, 20.

10 – 12 – 20	2 (aqui devemos colocar o menor número primo)
5 – 6 – 10	2 (nesse caso repetimos o número 3, pois ele não é dividido pelo 2)
5 – 3 – 5	3
5 – 1 – 5	5
1 – 1 – 1	MMC = $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$.

Logo, o MMC (10, 12 e 20) = 60.

Passos para calcular o MMC (fatoração simultânea):

- montar uma coluna para os fatores primos e colunas para cada um dos números;
- começar a divisão dos números pelo menor fator primo (2) e só ir aumentando quando nenhum dos números puder ser dividido.

Se algum dos números não puder ser dividido, basta copiá-lo para a próxima linha. O objetivo é fazer com que todos os números cheguem ao valor 1. O MMC será a multiplicação dos fatores primos utilizados.

Máximo Divisor Comum (MDC)

O máximo divisor comum (MDC ou M.D.C.) corresponde ao maior número divisível entre dois ou mais números inteiros.

Os divisores comuns de 12 e 18 são 1, 2, 3 e 6. Dentre estes, o número maior é o 6. Sendo assim, o número 6 é o máximo divisor comum entre 12 e 18, ou seja, o MDC entre 12 e 18 é igual a 6.

● Cálculo do MDC por Fatoração Simultânea

Podemos calcular o MDC entre 2 ou mais números fazendo a fatoração simultânea dos dois números (aqui, é importante ressaltar que a faremos a fatoração até o momento em que o número 1 for quem divide todos os números envolvidos ao mesmo tempo). Veja:

Ex.: Calcule o MDC entre 60 e 45.

60 – 45	3 (note que 3 é o número que divide o 60 e o 45 ao mesmo tempo)
20 – 15	5 (note que 5 é o número que divide o 20 e o 15 ao mesmo tempo)
4 – 3	1 (aqui, paramos a fatoração, pois o número 1 é quem divide tudo ao mesmo tempo)
MDC = $3 \cdot 5 \cdot 1 = 15$	

Logo, o MDC (60 e 45) = 15.

Passos para calcular o MDC (fatoração simultânea):

- montar uma coluna para os fatores primos e colunas para cada um dos números;
- começar a divisão dos números pelo número que divide todos os números ao mesmo tempo;
- parar a fatoração quando o número 1 for quem divide todos os números ao mesmo tempo;
- o MDC será a multiplicação dos fatores primos utilizados.

CONJUNTO DOS NÚMEROS

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

Operações Fundamentais

Os números construídos com os algarismos de 0 a 9 são chamados de naturais. O símbolo desse conjunto é a letra N, e podemos escrever os seus elementos entre chaves:

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \dots\}$

As reticências indicam que este conjunto tem infinitos números naturais.

O zero não é um número natural propriamente dito, pois não é um número de “contagem natural”. Por isso, utiliza-se o símbolo N^* para designar os números naturais positivos, isto é, excluindo o zero. Vejam: $N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

Dica

O símbolo do conjunto dos **números naturais** é a **letra N** e podemos ter ainda, o **símbolo N^*** , que representa os **números naturais positivos, isto é, excluindo o zero**.

Conceitos básicos relacionados aos números naturais:

- Sucessor: é o próximo número natural.

Exemplo: o sucessor de 4 é 5, e o sucessor de 51 é 52. E o sucessor do número “n” é o número “n+1”.

- Antecessor: é o número natural anterior.

Exemplo: o antecessor de 8 é 7, e o antecessor de 77 é 76. E o antecessor do número “n” é o número “n-1”.

- Números consecutivos: são números em sequência.

Exemplo: 5, 6, 7 são números consecutivos, porém 10, 9, 11 não são. Assim, (n-1, n e n+1) são números consecutivos.

- Números naturais pares: são aqueles que, ao serem divididos por 2, não deixam resto. Por isso o zero também é par. Logo, todos os números que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares.
- Números naturais ímpares: ao serem divididos por 2, deixam resto 1. Todos os números que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são ímpares.

Importante!

A soma ou subtração de dois números pares tem resultado par.

Ex.: $12 + 8 = 20$; $12 - 8 = 4$.

A soma ou subtração de dois números ímpares tem resultado par.

Ex.: $13 + 7 = 20$; $13 - 7 = 6$.

A soma ou subtração de um número par com outro ímpar tem resultado ímpar.

Ex.: $14 + 5 = 19$; $14 - 5 = 9$.

A multiplicação de números pares tem resultado par.

Ex.: $8 \cdot 6 = 48$.

A multiplicação de números ímpares tem resultado ímpar:

Ex.: $3 \cdot 7 = 21$.

A multiplicação de um número par por um número ímpar tem resultado par:

Ex.: $4 \cdot 5 = 20$.

Módulo

Entende-se como módulo o valor correspondente a distância entre o número e a origem, isto é, a distância do número com o ponto 0. Por exemplo: o módulo de -5 ($|-5|$) é 5, tal como o módulo de 5 é 5, pois ambos estão a 5 unidades de distância do ponto 0.

Simétrico e Oposto

Um número será o simétrico ou o oposto de outro quando ambos possuírem a mesma distância da origem, isto é, quando os números possuírem mesmo módulo.

Por exemplo: o oposto de -7 é 7, pois ambos estão a 7 unidades de medida de distância do ponto 0.

Operações com Intervalos Reais

Há quatro operações básicas que podemos efetuar com estes números. São elas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Adição

É dada pela soma de dois números. Ou seja, a adição de 20 e 5 é: $20 + 5 = 25$

Veja mais alguns exemplos:

Adição de 15 e 3: $15 + 3 = 18$

Adição de 55 e 30: $55 + 30 = 85$

Principais propriedades da operação de adição:

- Propriedade comutativa: a ordem dos números não altera a soma.

Ex.: $115 + 35$ é igual a $35 + 115$.

- Propriedade associativa: quando é feita a adição de 3 ou mais números, podemos somar 2 deles, primeiramente, e depois somar o outro, em qualquer ordem, que vamos obter o mesmo resultado.

Ex.: $2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 10$

- Elemento neutro: o zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número somado a zero é igual a ele mesmo.

Ex.: $27 + 0 = 27$; $55 + 0 = 55$.

- Propriedade do fechamento: a soma de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro.

Ex.: a soma dos números inteiros 8 e 2 gera o número inteiro 10 ($8 + 2 = 10$).

Subtração

Subtrair dois números é o mesmo que diminuir, de um deles, o valor do outro. Ou seja, subtrair 7 de 20 significa retirar 7 de 20, restando 13: $20 - 7 = 13$.

Veja mais alguns exemplos:

Subtrair 5 de 16: $16 - 5 = 11$

30 subtraído de 10: $30 - 10 = 20$

Principais propriedades da operação de subtração:

- Propriedade comutativa: como a ordem dos números altera o resultado, a subtração de números não possui a propriedade comutativa.

Ex.: $250 - 120 = 130$ e $120 - 250 = -130$.

- Propriedade associativa: não há essa propriedade na subtração.

- Elemento neutro: o zero é o elemento neutro da subtração, pois, ao subtrair zero de qualquer número, este número permanecerá inalterado.

Ex.: $13 - 0 = 13$.

- Propriedade do fechamento: a subtração de dois números inteiros sempre gera outro número inteiro.

Ex.: $33 - 10 = 23$.

Multiplicação

A multiplicação funciona como se fosse uma repetição de adições. Veja:

A multiplicação 20×3 é igual à soma do número 20 três vezes ($20 + 20 + 20$), ou à soma do número 3 vinte vezes ($3 + 3 + 3 + \dots + 3$).

Algo que é muito importante e você deve lembrar sempre são as regras de sinais na multiplicação de números.

SINAIS NA MULTIPLICAÇÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Dica

- A multiplicação de números de mesmo sinal tem resultado positivo.

Ex.: $51 \cdot 2 = 102$; $(-33) \cdot (-3) = 99$

- A multiplicação de números de sinais diferentes tem resultado negativo.

Ex.: $25 \cdot (-4) = -100$; $(-15) \cdot 5 = -75$

Principais propriedades da operação de multiplicação:

- Propriedade comutativa: $A \cdot B$ é igual a $B \cdot A$, ou seja, a ordem não altera o resultado.

Ex.: $8 \cdot 5 = 5 \cdot 8 = 40$.

- Propriedade associativa: $(A \cdot B) \cdot C$ é igual a $(C \cdot B) \cdot A$, que é igual a $(A \cdot C) \cdot B$.

Ex.: $(3 \cdot 4) \cdot 2 = 3 \cdot (4 \cdot 2) = (3 \cdot 2) \cdot 4 = 24$.

- Elemento neutro: a unidade (1) é o elemento neutro da multiplicação, pois ao multiplicar 1 por qualquer número, este número permanecerá inalterado.

Ex.: $15 \cdot 1 = 15$.

- Propriedade do fechamento: a multiplicação de números inteiros sempre gera um número inteiro.

Ex.: $9 \cdot 5 = 45$

- Propriedade distributiva: essa propriedade é exclusiva da multiplicação. Veja como fica: $A \cdot (B+C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

Ex.: $3 \cdot (5+7) = 3 \cdot (12) = 36$

Usando a propriedade:

$3 \cdot (5+7) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 15+21 = 36$

Divisão

Quando dividimos A por B, queremos repartir a quantidade A em partes de mesmo valor, sendo um total de B partes.

Ex.: Ao dividirmos 50 por 10, queremos dividir 50 em 10 partes de mesmo valor. Ou seja, nesse caso teremos 10 partes de 5 unidades, pois se multiplicarmos $10 \times 5 = 50$. Ou ainda podemos somar 5 unidades 10 vezes consecutivas, ou seja, $5+5+5+5+5+5+5+5+5+5=50$.

Algo que é muito importante e você deve lembrar sempre são as regras de sinais na divisão de números.

SINAIS NA DIVISÃO		
Operações		Resultados
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Dica

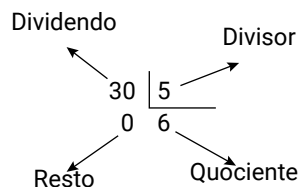
- A divisão de números de mesmo sinal tem resultado positivo.

Ex.: $60 \div 3 = 20$; $(-45) \div (-15) = 3$

- A divisão de números de sinais diferentes tem resultado negativo.

Ex.: $25 \div (-5) = -5$; $(-120) \div 5 = -24$

Esquematizando:



$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} \times \text{Quociente} + \text{Resto}$$

$$30 = 5 \cdot 6 + 0$$

Principais propriedades da operação de divisão:

- Propriedade comutativa: a divisão não possui essa propriedade.
- Propriedade associativa: a divisão não possui essa propriedade.
- Elemento neutro: a unidade (1) é o elemento neutro da divisão, pois ao dividir qualquer número por 1, o resultado será o próprio número.

Ex.: $\frac{1}{15} = 15$.

- Propriedade do fechamento: aqui chegamos em uma diferença enorme dentro das operações de números inteiros, pois a divisão não possui essa propriedade, uma vez que ao dividir números inteiros podemos obter resultados fracionários ou decimais.

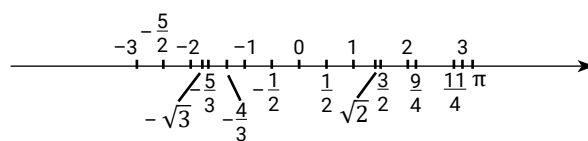
Ex.: $\frac{2}{10} = 0,2$ (não pertence ao conjunto dos números inteiros).

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Representação na Reta Numérica

Na geometria plana, as retas são consideradas **entidades primitivas**, ou seja, não necessitam de definição formal, pois são intuitivamente concebidas pelos seres humanos. Em geral, elas são representadas graficamente por meio de um traço contínuo sem lacunas e sem pontos em suas extremidades.

O que se estipula para elas, no entanto, são as consequências de existirem, como colocam Dolce e Pompeo (2013, p. 2): “*Numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos.*”. Ora, bem assim são os números reais, infinitos, não só positiva e negativamente, como também entre si, pois entre 1 e 2, por exemplo, temos 1,5; 1,23; 1,0001; $\sqrt{2} = 1,412...$, entre outros. Portanto, podemos representá-los graficamente em uma reta à qual daremos o nome de **reta real**. A seguir, acompanhe a representação básica desse elemento gráfico.



Fonte: Iezzi e Murakami (2013).

Note a presença dos exemplos de **números irracionais**, $\sqrt{2}$ e π , mas também de **números inteiros**, 0, 1, -3 entre outros. Também podemos identificar alguns dos **números racionais** presentes entre dois inteiros quaisquer, como $\frac{1}{2}$ e $\frac{9}{4}$, por exemplo.

Representação Decimal

Há 3 tipos de representações dos números no conjunto dos números racionais:

- Frações:

Ex.: $\frac{8}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{11}$ etc.

- Números decimais.

Ex.: 1,75

- Dízimas periódicas.

Ex.: 0,33333...

Operações Fundamentais

- Adição de números decimais: segue a mesma lógica da adição comum.

Ex.: $15,25 + 5,15 = 20,4$

- Subtração de números decimais: segue a mesma lógica da subtração comum.

Ex.: $57,3 - 0,12 = 57,18$

- Multiplicação de números decimais: aplicamos o mesmo procedimento da multiplicação comum.

Ex.: $4,6 \cdot 1,75 = 8,05$

- Divisão de números decimais: devemos multiplicar ambos os números (divisor e dividendo) por uma potência de 10 (10, 100, 1000, 10000 etc.) de modo a retirar todas as casas decimais presentes. Após isso, é só efetuar a operação normalmente.

Ex.: $5,7 \div 1,3$
 $5,7 \cdot 100 = 570$
 $1,3 \cdot 100 = 130$
 $570 \div 130 = 4,38$

Exercite seus conhecimentos realizando os itens que seguem.

1. (VUNESP – 2015) Dividindo-se um determinado número por 18, obtém-se quociente n e resto 15. Dividindo-se o mesmo número por 17, obtém-se quociente $(n + 2)$ e resto 1. Desse modo, é correto afirmar que $n(n + 2)$ é igual a

- a) 440.
- b) 420.
- c) 400.
- d) 380.
- e) 340.

$\text{Dividendo} = 18 \cdot n + 15$
 $\text{Dividendo} = 17 \cdot (n+2) + 1$
 $18 \cdot n + 15 = 17 \cdot (n+2) + 1$
 $18n + 15 = 17n + 34 + 1$
 $18n - 17n = 35 - 15$
 $n = 20$

Logo, $n \cdot (n+2) = 20 \cdot (20+2) = 20 \cdot 22 = 440$. Resposta: Letra A.

2. (FGV – 2019) O resultado da operação $2+3 \times 4-1$ é

- a) 13.
- b) 15.
- c) 19.
- d) 22.
- e) 23.

Primeiro vamos fazer a multiplicação e depois as demais operações:

$$2 + 3 \cdot 4 - 1 = 2 + 12 - 1 = 13$$

Resposta: Letra A.

3. (FGV – 2010) Julgue as afirmativas a seguir:

- a) 0,555... é um número racional.

() CERTO () ERRADO

Repare que o número 0,555... é uma dízima periódica. Vimos na teoria que as dízimas periódicas são um tipo de número racional. Resposta: Certo.

- b) Todo número inteiro tem antecessor.

() CERTO () ERRADO

Qualquer número inteiro é possível obter o seu antecessor. Basta subtrair 1 unidade. Veja: o antecessor de 35 é o 34. O antecessor de 0 é -1. E o antecessor de -299 é o -300. Resposta: Certo.

4. (FCC – 2018) Os canos de PVC são classificados de acordo com a medida de seu diâmetro em polegadas. Dentre as alternativas, aquela que indica o cano de maior diâmetro é

- a) $1/2$.
- b) $1 \frac{1}{4}$.
- c) $3/4$.
- d) $1 \frac{1}{2}$.
- e) $5/8$.

Vamos deixar todos na forma decimal. Ou seja, vamos dividir o numerador pelo denominador da fração. Veja: $5/8 = 0,625$

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$1 \frac{1}{4} = 1 + 0,25 = 1,25$$

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$$1 \frac{1}{2} = 1 + 0,5 = 1,5$$

Logo, o maior diâmetro será $1 \frac{1}{2}$ polegadas, que corresponde a 1,5 polegadas. Resposta: Letra D.

RAZÕES E PROPORÇÕES

A razão entre duas grandezas é igual a divisão entre elas, veja:

$$\frac{2}{5}$$

Ou podemos representar por $2 \div 5$ (Lê-se 2 está para 5).

Já a proporção é a igualdade entre razões, veja:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

Ou podemos representar por $2 \div 3 = 4 \div 6$ (Lê-se 2 está para 3 assim como 4 está para 6).

Os problemas mais comuns que envolvem razão e proporção é quando se aplica uma **variável** qualquer dentro da proporcionalidade e se deseja saber o valor dela. Veja o exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{6} \text{ ou } 2 \div 3 = x \div 6$$

Para resolvermos esse tipo de problema devemos usar a Propriedade Fundamental da razão e proporção: **produto dos meios pelos extremos**.

Meio: 3 e x;

Extremos: 2 e 6.

Logo, devemos fazer a multiplicação entre eles numa igualdade. Observe:

$$3 \cdot X = 2 \cdot 6$$

$$3X = 12$$

$$X = 12/3$$

$$X = 4$$

Lembre-se de que a maioria dos problemas envolvendo esse tema são resolvidos utilizando essa propriedade fundamental. Porém, algumas questões acabam sendo um pouco mais complexas e pode ser útil conhecer algumas propriedades para facilitar. Vamos a elas.

Propriedade das Proporções

● Somas Externas

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Vamos entender um pouco melhor resolvendo uma questão-exemplo:

Suponha que uma fábrica vai distribuir um prêmio de R\$10.000 para seus dois empregados (Carlos e Diego). Esse prêmio vai ser dividido de forma proporcional ao tempo de serviço deles na fábrica. Carlos está há 3 anos na fábrica e Diego está há 2 anos na fábrica. Quanto cada um vai receber?

Primeiro, devemos montar a proporção. Sejam C a quantia que Carlos vai receber e D a quantia que Diego vai receber, temos:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2}$$

Utilizando a propriedade das somas externas:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2} = \frac{C+D}{3+2}$$

Perceba que $C + D = 10.000$ (as partes somadas), então podemos substituir na proporção:

$$\frac{C}{3} = \frac{D}{2} = \frac{C+D}{3+2} = \frac{10.000}{5} = 2.000$$

Aqui cabe uma observação importante!

Esse valor de 2.000, que chamamos de “Constante de Proporcionalidade”, é que nos mostra o valor real das partes dentro da proporção. Veja:

$$\frac{C}{3} = 2.000$$

$$C = 2000 \cdot 3$$

$$C = 6.000 \text{ (esse é o valor de Carlos)}$$

$$\frac{D}{2} = 2.000$$

$$D = 2.000 \cdot 2$$

$$D = 4.000 \text{ (esse é o valor de Diego)}$$

Assim, Carlos vai receber R\$6.000 e Diego vai receber R\$4.000.

● Somas Internas

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

É possível, ainda, trocar o numerador pelo denominador ao efetuar essa soma interna, desde que o mesmo procedimento seja feito do outro lado da proporção.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

Vejamos um exemplo:

$$\frac{x}{14-x} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{x+14-x}{x} = \frac{2+5}{2}$$

$$\frac{14}{x} = \frac{7}{2}$$

$$7 \cdot x = 2 \cdot 14$$

$$x = \frac{14 \cdot 2}{7} = 4$$

Portanto, encontramos que $x = 4$.

Importante!

Vale lembrar que essa propriedade também serve para subtrações internas.

● Soma com Produto por Escalar

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+2b}{b} = \frac{c+2d}{d}$$

Vejamos um exemplo para melhor entendimento:

Uma empresa vai dividir o prêmio de R\$13.000 proporcionalmente ao número de anos trabalhados. São dois funcionários que trabalham há 2 anos na empresa e três funcionários que trabalham há 3 anos.

Seja A o prêmio dos funcionários com 2 anos e B o prêmio dos funcionários com 3 anos de empresa, temos:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$$

Porém, como são 2 funcionários na categoria A e 3 funcionários na categoria B, podemos escrever que a soma total dos prêmios é igual a R\$13.000.

$$2A + 3B = 13.000$$

Agora, multiplicando em cima e embaixo de um lado por 2 e do outro lado por 3, temos:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9}$$

Aplicando a propriedade das somas externas, podemos escrever o seguinte:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9} = \frac{2A + 3B}{4 + 9}$$

Substituindo o valor da equação $2A + 3B$ na proporção, temos:

$$\frac{2A}{4} = \frac{3B}{9} = \frac{2A + 3B}{4 + 9} = \frac{13.000}{13} = 1.000$$

Logo,

$$\frac{2A}{4} = 1.000$$

$$2A = 4 \cdot 1.000$$

$$2A = 4.000$$

$$A = 2.000$$

Fazendo a mesma resolução em B:

$$\frac{3B}{9} = 1.000$$

$$3B = 9 \cdot 1.000$$

$$3B = 9.000$$

$$B = 3.000$$

Sendo assim, os funcionários com 2 anos de casa receberão R\$2.000 de bônus. Já os funcionários com 3 anos de casa receberão R\$3.000 de bônus.

O total pago pela empresa será:

$$2.2000 + 3.3000 = 4000 + 9000 = 13000$$

GRANDEZAS DIRETAMENTE E INDIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Diretamente Proporcional

Um dos tópicos mais comuns em questões de prova é “dividir uma determinada quantia em partes proporcionais a determinados números. Vejamos um exemplo para entendermos melhor como esse assunto é cobrado:

Exemplo:

A quantia de 900 mil reais deve ser dividida em partes proporcionais aos números 4, 5 e 6. A menor dessas partes corresponde a:

Primeiro vamos chamar de X, Y e Z as partes proporcionais, respectivamente a 4, 5 e 6. Sendo assim, X é proporcional a 4, Y é proporcional a 5 e Z é proporcional a 6, ou seja, podemos representar na forma de razão. Veja:

$$\frac{X}{4} = \frac{Y}{5} = \frac{Z}{6} = \text{constante de proporcionalidade.}$$

Usando uma das propriedades da proporção, somas externas, temos:

$$\frac{X + Y + Z}{4 + 5 + 6} = \frac{900.000}{15} = 60.000$$

A menor dessas partes é aquela que é proporcional a 4, logo:

$$\frac{X}{4} = 60.000$$

$$X = 60.000 \cdot 4$$

$$X = 240.000$$

Inversamente Proporcional

É um tipo de questão menos recorrente, mas não menos importante. Consiste em distribuir uma quantia X a três pessoas, de modo que cada uma receba um quinhão inversamente proporcional a três números. Vejamos um exemplo:

Exemplo:

Suponha que queiramos dividir 740 mil em partes inversamente proporcionais a 4, 5 e 6.

Vamos chamar de X as quantias que devem ser distribuídas inversamente proporcionais a 4, 5 e 6, respectivamente. Devemos somar as razões e igualar ao total que dever ser distribuído para facilitar o nosso cálculo, veja:

$$\frac{X}{4} + \frac{X}{5} + \frac{X}{6} = 740.000$$

Agora vamos precisar tirar o M.M.C. (mínimo múltiplo comum) entre os denominadores para resolvermos a fração.

$$4 - 5 - 6 \mid 2$$

$$2 - 5 - 3 \mid 2$$

$$1 - 5 - 3 \mid 3$$

$$1 - 5 - 1 \mid 5$$

$$1 - 1 - 1 \mid 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Assim, dividindo o M.M.C. pelo denominador e multiplicando o resultado pelo numerador temos:

$$\frac{15x}{60} + \frac{12x}{60} + \frac{10x}{60} = 740.000$$

$$\frac{37x}{60} = 740.000$$

$$X = 1.200.000$$

Agora basta substituir o valor de X nas razões para achar cada parte da divisão inversa.

$$\frac{x}{4} = \frac{1.200.000}{4} = 300.000$$

$$\frac{x}{5} = \frac{1.200.000}{5} = 240.000$$

$$\frac{x}{6} = \frac{1.200.000}{6} = 200.000$$

Logo, as partes divididas inversamente proporcionais aos números 4, 5 e 6 são, respectivamente 300.000, 240.000 e 200.000.

Análise os exercícios a seguir para praticar seus conhecimentos.

1. (FAEPESUL – 2016) Em uma turma de graduação em Matemática Licenciatura, de forma fictícia, temos que a razão entre o número de mulheres e o número total de alunos é de $\frac{5}{8}$. Determine a quantidade de homens desta sala, sabendo que esta turma tem 120 alunos.
- 43 homens.
 - 45 homens.
 - 44 homens.
 - 46 homens.
 - 47 homens.

A razão entre o número de mulheres e o número total de alunos é de $\frac{5}{8}$:

$$\frac{M}{T} = \frac{5}{8}$$

A turma tem 120 alunos, então: $T = 120$

Fazendo os cálculos:

$$\frac{M}{T} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{M}{120} = \frac{5}{8}$$

$$8 \times M = 5 \cdot 120$$

$$8M = 600$$

$$M = \frac{600}{8}$$

$$M = 75$$

A quantidade de homens da sala:

$$120 - 75 = 45 \text{ homens.}$$

Resposta: Letra B.

2. (VUNESP – 2020) Em um grupo com somente pessoas com idades de 20 e 21 anos, a razão entre o número de pessoas com 20 anos e o número de pessoas com 21 anos, atualmente, é $\frac{4}{5}$. No próximo mês, duas pessoas com 20 anos farão aniversário, assim como uma pessoa com 21 anos, e a razão em questão passará a ser de $\frac{5}{8}$. O número total de pessoas nesse grupo é

- 30.
- 29.
- 28.
- 27.
- 26.

A razão entre o número de pessoas com 20 anos e o número de pessoas com 21 anos, atualmente, é $\frac{4}{5}$.

$$\frac{120}{121} = \frac{4x}{5x} \text{ total de } 9x$$

No próximo mês, duas pessoas com 20 anos farão aniversário, assim como uma pessoa com 21 anos, e a razão em questão passará a ser de $\frac{5}{8}$.

$$\frac{120}{121} = \frac{4x - 2}{5x + 2 - 1} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{4x - 2}{5x + 1} = \frac{5}{8}$$

$$8(4x - 2) = 5(5x + 1)$$

$$32x - 16 = 25x + 5$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

Para sabermos o total de pessoas, basta substituir o valor de x na primeira equação:

$9x = 9 \cdot 3 = 27$ é o número total de pessoas nesse grupo.

Resposta: Letra D.

3. (IBADE – 2018) Três agentes penitenciários de um país qualquer, Darlan, Arley e Wanderson, recebem juntos, por dia, R\$ 721,00. Arley recebe R\$ 36,00 mais que o Darlan, Wanderson recebe R\$ 44,00 menos que o Arley. Assinale a alternativa que representa a diária de cada um, em ordem crescente de valores.

- R\$ 249,00, R\$ 213,00 e R\$ 169,00.
- R\$ 169,00, R\$ 213,00 e R\$ 249,00.
- R\$ 145,00, R\$ 228,00 e R\$ 348,00.
- R\$ 223,00, R\$ 231,00 e R\$ 267,00
- R\$ 267,00, R\$ 231,00 e R\$ 223,00.

$$D + A + W = 721$$

$$A = D + 36$$

$$W = A - 44$$

Substituímos Arley em Wanderson:

$$W = A - 44$$

$$W = 36 + D - 44$$

$$W = D - 8$$

Substituímos na fórmula principal:

$$D + A + W = 721$$

$$D + 36 + D + D - 8 = 721$$

$$3D + 28 = 721$$

$$3D = 721 - 28$$

$$D = 693/3$$

$$D = 231$$

Substituímos o valor de D nas outras:

$$A = D + 36$$

$$A = 231 + 36 = 267$$

$$W = A - 44$$

$$W = 267 - 44$$

$$W = 223$$

Logo, os valores em ordem crescente que Wanderson, Darlan, Arley recebem são, respectivamente, R\$ 223,00, R\$ 231,00 e R\$ 267,00.

Resposta: Letra D.

FUNÇÕES E GRÁFICOS DE FUNÇÕES

CONCEITO DE RELAÇÃO

O conceito de função é um dos mais importantes em toda a matemática. Essa teoria aparece em muitos momentos do nosso cotidiano e seu uso pode ser encontrado em diversos assuntos, como por exemplo, qual seria o preço a ser pago numa conta de luz que depende da quantidade de energia consumida? Ou será que a temperatura influencia o aumento de vendas de sorvete? E assim, o seu estudo se torna apropriado para que sua aplicação ajude na resolução de problemas.